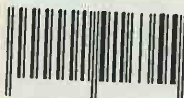
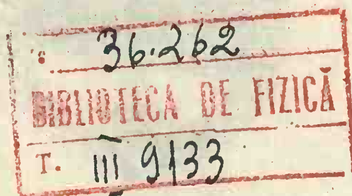


BAZELE OPTICII

VALER POP



IAŞI
1988



Tehnoredactor: VALERIA DUMISTRĂCEL

CUPRINS

4. ACŢIUNEA UNUI STRAT DE SUBSTANŢĂ ASUPRA RADIAŢIILOR OPTICE

5. OPTICA GEOMETRICĂ

1. INTRODUCERE

1.1. Obiectul opticii

Omul prin intermediul organelor de simţ se află în permanentă legătură cu mediul în care trăieşte. Cu ajutorul organelor de simţ el obţine informaţii asupra obiectelor şi fenomenelor din natură. Aproximativ 90% din totalul informaţiilor primite de o fiinţă umană normală în timpul vieţii sînt obţinute vizual. Procesul de informare vizuală ca toate celelalte sisteme informaţionale presupune trei componente: a) sursa de informaţii, b) mijlocul de transportare a informaţiilor şi c) receptorul de informaţii.

Optica este un domeniu al fizicii unde sînt studiate fenomenele în care transportul de informaţii se realizează prin intermediul radiaţiilor electromagnetice a căror lungime de undă are valori în domeniul cu limitele $\lambda=$ $=185$ nm (limita de transparenţă a atmosferei) şi $\lambda=20\,000$ nm (limita de transparenţă a corpurilor pentru radiaţii generate prin emisie termică). Aceste radiaţii se numesc radiaţii optice. Radiaţiile optice transportă energie radiantă. Aceasta rezultă din faptul că sub acţiunea radiaţiilor optice se schimbă starea de mişcare a particulelor încărcate cu sarcini electrice. Radiaţiile optice au caracteristici de procese periodice. Principalele caracteristici ale radiaţiilor optice sînt: viteza de propagare, traiectoriile de transport a energiei radiante (numite raze), compoziţia spectrală, starea de polarizare şi gradul de coerenţă.

Razele formează fascicule de raze. Fasciculele de raze sînt formate dintr-o infinitate de raze care îndeplinesc anumite condiţii geometrice. Cele mai simple fascicule sînt:

Fasciculul omocentric format dintr-o mulţime de raze rectilinii care au un punct comun. Acest punct comun se numeşte *focarul fasciculului*. Dacă energia radiantă într-un fascicul omocentric se propagă spre focarul fasciculului, fasciculul se numeşte *convergent*. Dacă energia radiantă într-un fascicul omocentric se propagă de la focarul fasciculului, fasciculul se numeşte *divergent*.

Fascicul de raze paralele. Fasciculul omocentric cu focarul la infinit se numeşte fascicul de raze paralele. El este format din raze rectilinii care sînt paralele între ele.

Radiaţia optică este un amestec de radiaţii componente de lungimi de undă bine determinate. Compoziţia spectrală a radiaţiei optice este ex-

primată de valorile puterilor transportate de diverse componente, asociate lungimilor de undă ale acestor componente.

Radiațiile optice pot fi: nepolarizate, parțial polarizate sau total polarizate. Radiațiile total polarizate pot fi liniar polarizate, eliptic polarizate sau circular polarizate.

Gradul de coerență exprimă existența unui anumit grad de corelare între valorile forțelor de acțiune produse de radiațiile optice în două puncte din spațiu sau într-un punct în momente diferite de timp.

a. *Sursele de informații optice.* Sursele de informații optice sînt diverse forme de existență ale substanței și radiațiile optice. Informațiile sînt preluate de radiațiile optice în procese de interacțiune cu substanța sau cu alte radiații optice. Aceste interacțiuni pot determina modificări în fasciculele de radiații optice cum sînt: modificarea vitezei de propagare, schimbarea structurii geometrice, schimbarea compoziției spectrale, modificarea stării de polarizare sau schimbarea stării de coerență.

Vom numi radiațiile care acționează asupra substanței radiații primare. Modificările caracteristicilor radiațiilor optice se produc deoarece radiațiile primare produc modificarea stării de mișcare a particulelor de substanță încărcate cu sarcini electrice. Acest proces presupune preluarea de către substanță a unei cantități de energie radiantă fapt care poate duce la schimbarea compoziției spectrale sau a stării de polarizare a radiațiilor primare. Pe de altă parte particulele de substanță încărcate electric dacă efectuează mișcări accelerate pot genera radiații optice. Vom numi radiațiile optice generate de particulele de substanță sub acțiunea radiațiilor primare radiații secundare. Din compunerea radiațiilor primare cu radiații secundare rezultă în general radiații care au alte caracteristici decît radiațiile primare. Dacă în timpul proceselor de interacțiune dintre radiații și substanță sînt generate simultan radiații secundare cu aceeași frecvență ca și radiațiile primare se spune că are loc un *proces de reemisie.* Ca urmare a proceselor de reemisie se produce schimbarea direcțiilor de propagare a radiațiilor optice. Dacă schimbările de direcție au loc ordonat astfel încît schimbarea să poată fi determinată cantitativ pentru fiecare rază a fasciculului, fenomenele de reemisie se numesc reflexie sau refracție. Dacă fenomenele de reemisie duc la schimbări dezordonate de direcții de propagare ele se numesc fenomene de difuzie (împrăștiere) a radiațiilor optice. Procesele de difuzie pot duce la schimbarea stării de polarizare și a compoziției spectrale ale radiațiilor optice. Ca urmare a proceselor de reemisie radiațiile optice secundare poartă informații asupra poziției în spațiu a particulelor care reemit radiația, adică asupra formei geometrice a corpurilor. Ca urmare a reemisiei prin compunerea radiațiilor primare cu cele secundare se produce modificarea vitezei de propagare a radiațiilor optice. Schimbarea vitezei de propagare poate produce în unele cazuri schimbarea stării de polarizare a radiațiilor optice. Prin viteza de propagare radiațiile poartă informații asupra naturii substanței. Prin schimbarea stării de polarizare datorate schimbării vitezei de propagare radiația poartă informații referitoare la structura substanței. Procesele de reemisie și împrăștiere a radiațiilor optice care sînt însoțite de schimbarea compoziției spectrale poartă numele de *difuzie combinată.* Ca urmare a schimbării compoziției spectrale radiațiile poartă informații asupra structurii microscopice a particulelor care produc fenomenul de difuzie combinată.

În procesele de interacțiune dintre radiație și substanță energia radiantă se poate transforma în energie internă a substanței. Procesul de transformare a energiei radiante în energie internă a substanței se numește *absorbție de radiații*. Procesele de absorbție determină în general schimbarea compoziției spectrale a radiațiilor optice. Ca urmare a schimbării compoziției spectrale radiațiile poartă informații asupra structurii microscopice și macroscopice a substanței.

Substanța poate obține energie internă și pe alte căi decît absorbția de radiații optice. Energia internă a substanței se poate transforma în alte forme de energie. Fenomenele de transformare a energiei interne a substanței în energie radiantă se numesc fenomene de *emisie a radiației*. În raport cu proveniența energiei interne fenomenele de emisie de radiații optice sînt clasificate în : fotoluminiscență (energie internă provenită din absorbția de radiații optice), electroluminiscență (energie internă obținută în urma ciocnirilor cu particule încărcate electric accelerate în cîmpuri electrice), chemiluminiscență (energie internă provenind din reacții chimice), emisie termică (energie internă din agitație termică).

Procesul de emisie este separat de procesul de preluare a energiei interne de un interval de timp care se numește durata *stării de excitare*. Radiația emisă prin compoziția ei spectrală și prin starea ei de polarizare poartă informații asupra structurii microscopice a substanței.

b. *Transportul informațiilor optice*. Mijlocul de transport al informațiilor optice este radiația optică. Transportul informațiilor de la sursă la receptor trebuie să aibă loc în așa fel încît informația să se conserve sau să fie cunoscute toate modificările care au loc în timpul transportului. Modificările de informații pot avea loc datorită interacțiunilor radiației purtătoare de informații cu substanța sau datorită interacțiunilor radiației purtătoare de informații cu alte radiații optice. Interacțiunea a două sau mai multe fascicule de radiații care acționează simultan într-un domeniu spațial se numește *interferența radiațiilor*.

Procesele de interacțiune a radiației cu substanța, care au ca urmare reducerea spațiului de propagare a radiațiilor optice și pătrunderea radiației în umbra geometrică a corpurilor se numesc procese de difracție. Ca urmare a modificărilor produse de fenomenele de interferență și de difracție radiațiile optice poartă informații asupra compoziției lor spectrale și a gradului lor de coerență. Transportul de informații de la sursă la receptor presupune adesea ghidarea radiațiilor optice. În acest scop se realizează dispozitive optice de ghidare a radiațiilor optice.

c. *Recepția informațiilor optice*. Receptoarele de radiații optice sînt formate din detectoare de radiații optice, traductoare de informații și sisteme de prelucrare a informațiilor. În final informația este preluată vizual. Recepționarea vizuală a informației se realizează prin intermediul unor imagini reale produse prin intermediul radiațiilor vizibile de diverse dispozitive optice și de sistemul optic al ochiului pe retină. Retina este un receptor de radiații format dintr-un mozaic de celule fotosensibile. Imaginile vizuale și prelucrarea informațiilor se realizează în sistemul nervos al ochiului și în sistemul nervos central. Sistemul de recepție vizuală a informațiilor fiind un sistem biofizic are delimitări în capacitatea lui de a prelua și prelucra informațiile. Principalele limite ale sistemului de observare vizuală sînt următoarele :

α) Senzațiile vizuale pot fi produse numai de radiații care au lungimea de undă cuprinsă în limitele $\lambda=380$ nm$-\lambda=780$ nm. Aceste limite sînt stabilite convențional de C.I.E. (Comisia Internațională de Iluminare).

β) Sistemul de recepție vizuală nu poate stabili compoziția spectrală a radiațiilor. El poate aprecia un număr limitat de culori.

γ) Sistemul de recepție vizuală nu poate separa impulsuri de radiații care acționează succesiv pe retină la interval de timp mai mic de 1/16 s.

δ) Sistemul de recepție nu poate determina starea de polarizare a radiației și nici gradul de coerență.

ε) Sistemul de recepție vizuală nu poate distinge detalii de formă dacă acestea se încadrează într-un spațiu delimitat de un con care are vîrful în ochi și deschiderea de $\leqslant 3.10^{-4}$ rad.

În construcția dispozitivelor traductoare de informații trebuie să se țină seama de această limită a sistemului vizual de recepție a informațiilor.

2. UNDE ELECTROMAGNETICE OPTICE

2.1. Ecuațiile lui Maxwell. Teoria electromagnetică a radiațiilor optice

Natura corpusculară a electricității și faptul că substanța este formată din particule aflate în continuă mișcare sînt lucruri bine stabilite prin rezultatele obținute în explicarea, în baza acestor ipoteze, a fenomenelor studiate în diverse domenii de cercetare a naturii. Între particulele încărcate cu sarcini electrice au loc interacțiuni care se manifestă prin modificarea reciprocă a stării de mișcare. Cercetările în domeniul interacțiunilor electrice au arătat că mișcările corpurilor de dimensiuni foarte mici (punctiforme) încărcate cu sarcini electrice (în limitele mecanicii clasice) pot fi exprimate cantitativ cu ajutorul unor cîmpuri de forțe $\vec{F}(\vec{R}, t)$ date prin formula:

$$\vec{F}=q\cdot\vec{e}(\vec{R}, t)+q[\vec{v}\times\vec{b}(\vec{R}, t)] \tag{1}$$

unde $\vec{R}$ este vectorul de poziție a punctului în care se află corpul punctiform încărcat cu sarcina electrică q și care are viteza $\vec{v}$. În (1) $\vec{e}$ este un cîmp vectorial numit *intensitate de cîmp electric* iar $\vec{b}$ un cîmp vectorial numit *inducție magnetică*.

Interacțiunile electromagnetice au fost studiate la început experimental și au fost stabilite legitățile lor de bază. J. Cl. Maxwell a reușit să sintetizeze cunoștințele din domeniul electromagnetismului exprimate prin legile de bază empirice și să exprime aceste cunoștințe prin intermediul unui sistem de ecuații diferențiale (care îi poartă numele) ce pot fi scrise sub forma:

$$\nabla\times\vec{e}=-\frac{\partial\vec{b}}{\partial t} \quad \text{(I)} \qquad \nabla\times\vec{b}=\mu_0\cdot\vec{\mathcal{J}}+\varepsilon_0\cdot\mu_0\cdot\frac{\partial\vec{e}}{\partial t} \quad \text{(II)}$$

$$\nabla\cdot\vec{e}=\frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad \text{(III)} \qquad \nabla\cdot\vec{b}=0 \quad \text{(IV)} \tag{2}$$

În aceste ecuații:

$$\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{farad}}{\text{m}} \qquad \mu_0 = 1{,}257 \cdot 10^{-6} \frac{\text{henry}}{\text{m}} \tag{2'}$$

sînt constante de omogenizare a termenilor în privința dimensiunilor, $\vec{\mathcal{J}}$ este un cîmp vectorial care exprimă densitatea de curent electric corespunzător mișcării tuturor sarcinilor electrice existente (indiferent dacă acestea sînt încărcate pe particule libere sau pe particule legate în sistem de particule), iar ρ este densitatea totală de sarcini electrice (libere și legate).

Ecuațiile lui Maxwell pot fi utilizate în calitate de principii de bază în tratarea fenomenelor electromagnetice, deoarece nici o deducție teoretică (în cadrul teoriei clasice) realizată prin utilizarea lor nu a fost infirmată experimental. În cele ce urmează vom folosi ecuațiile lui Maxwell în calitate de principii de bază.

Pentru spațiul lipsit de substanță

$$\rho = 0, \qquad \mathcal{J} = 0 \tag{3}$$

ecuațiile lui Maxwell pot fi scrise sub forma:

$$\nabla \times \vec{e} = -\frac{\partial \vec{b}}{\partial t} \quad \text{(I)}, \qquad \nabla \times \vec{b} = \varepsilon_0 \cdot \mu_0 \cdot \frac{\partial \vec{e}}{\partial_t} \quad \text{(II)}$$
$$\nabla \cdot \vec{e} = 0 \quad \text{(IV)}, \qquad \nabla \cdot \vec{b} = 0 \quad \text{(IV)} \tag{4}$$

Aplicînd operatorul „$\nabla \times$" ecuațiilor I și II în (4) și folosind identitatea:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{A} = -\nabla^2 \cdot \vec{A} + \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) \tag{5}$$

și ecuațiile III și IV din (4) se obțin ecuațiile:

$$\nabla^2 \cdot \vec{e} - \varepsilon_0 \cdot \mu_0 \cdot \frac{\partial^2 \vec{e}}{\partial t^2} = 0,$$
$$\nabla^2 \cdot \vec{b} - \varepsilon_0 \cdot \mu_0 \cdot \frac{\partial^2 \vec{b}}{\partial t^2} = 0 \tag{6}$$

Arătînd că produsul ε_0, μ_0 are dimensiunile $L^{-2}T^2$ (ca mărimea inversă unei viteze la pătrat) Maxwell a arătat că ecuațiile (6) sînt de forma:

$$\nabla^2 \cdot f - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0 \tag{7}$$

Ecuațiile de tipul (7) erau cunoscute ca exprimînd procese de propagare în spațiu, cu viteza v. În consecință Maxwell a tras concluzia că în anumite condiții cîmpurile electrice și cele magnetice se pot propaga în spațiu sub formă de unde cu viteza:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \mu_0}} = 2{,}9 \cdot 10^8 \text{ m/s} \tag{8}$$

Cînd Maxwell a dedus teoretic existenţa undelor electromagnetice, existenţa unor astfel de unde nu era stabilită experimental. Era însă cunoscută din determinări experimentale viteza de propagare a luminii. Dată fiind corespondenţa dintre valoarea acestei viteze şi valoarea (8) Maxwell a afirmat că lumina este un exemplu de undă electromagnetică punînd astfel bazele teoriei electromagnetice referitoare la natura radiaţiilor optice. Această teorie a fost acceptată numai după ce Hertz a generat în laborator unde electromagnetice (cu lungimi de undă în afara domeniului optic) şi a arătat că acestea se comportă la fel ca radiaţiile optice. Procesele de propagare a undelor electromagnetice sînt exprimate prin funcţii vectoriale care trebuie să fie soluţii ale ecuaţiilor lui Maxwell şi ale ecuaţiei de propagare. În cele ce urmează prezentăm două din cele mai simple modele idealizate de unde electromagnetice.

2.2. Propagarea undelor electromagnetice în vid

a) *Unde electromagnetice armonice plane.* Unul dintre modelele cele mai simple de undă electromagnetică este acela în care intensitatea cîmpului electric $\vec{e}(\vec{R}, t)$ poate fi exprimată prin partea reală a funcţiei complexe:

$$\vec{e}=\vec{E} \cdot e^{i \cdot \Psi(\vec{R}, t)} \tag{9}$$

unde

$$\Psi=\omega \cdot t-\vec{k}_0 \vec{R}+\Psi_0 \tag{10}$$

În acest caz $\vec{E}$ este amplitudinea intensităţii cîmpului electric. Prin ea se exprimă direcţia de acţiune şi valorile maxime ale intensităţii cîmpului electric. Mărimea $\vec{E}$ este constantă în timp atît ca valoare cît şi ca direcţie.

Unda electromagnetică în care direcţia de acţiune a intensităţii cîmpului electric în fiecare punct din spaţiul de propagare nu se modifică în timp se numeşte undă liniar polarizată.

Mărimea Ψ din (9) se numeşte *faza undei electromagnetice*. După cum rezultă din (10) faza este un cîmp scalar (funcţie de punct prin mărimea $\vec{R}$). Astfel de cîmpuri pot fi caracterizate prin suprafeţele lor de nivel de valoare constantă.

$$\Psi=\text{const.} \tag{11}$$

Suprafeţele de nivel exprimate prin (10) se numesc suprafeţe de fază constantă. Pentru t=const. din (9) se poate obţine:

$$\vec{k}_0 \cdot \vec{R}=\text{const.} \tag{12}$$

Ecuaţia (12) în care vectorul $\vec{k}_0$ este constant este ecuaţia unui plan la care $\vec{k}_0$ este ortogonal în fiecare punct al planului. Din (11) şi (12) rezultă că unda a cărei intensitate de cîmp electric poate fi exprimată prin funcţia (8) are suprafeţele de fază constantă plane. *Undele care au suprafeţele de fază constantă plane se numesc unde plane.*

Vectorul:

$$\vec{k}_0=k_0 \cdot \vec{N} \tag{13}$$

unde $\vec{N}$ este versorul normalei la suprafaţa de fază constantă a undei se numeşte vector de undă. Mărimea:

$$L = \vec{N} \cdot \vec{R} \tag{14}$$

reprezintă o distanţă măsurată pe direcţia normală la suprafaţa de fază constantă. Folosind (10), (13) şi (14) şi notînd pentru $t=0$

$$-\frac{\text{const.}}{k_0} + \frac{\Psi_0}{k_0} = L_0 \tag{15}$$

putem scrie (11) sub forma:

$$L = L_0 + \frac{\omega_0}{k_0} t \tag{16}$$

Relaţia (16) arată că suprafeţele de fază constantă ale undelor plane se deplasează pe direcţia lor normală cu viteza:

$$c = \frac{\omega_0}{k_0} \tag{17}$$

Din (17) se poate obţine:

$$k_0 = \frac{\omega_0}{c} = \frac{2\pi \cdot \nu}{c} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \tag{18}$$

Formulele (18) arată că vectorul de undă exprimă frecvenţa spaţială a undei.

Funcţia (9) trebuie să fie soluţie a ecuaţiilor lui Maxwell. Dacă efectuăm asupra acestei funcţii operaţiile cerute de către operatorul rotor „$\nabla \times$" din ecuaţia I (4) se poate obţine:

$$-\frac{\partial \vec{b}}{\partial t} = \nabla \times \vec{e} = -i \cdot (\vec{k}_0 \times \vec{E}) e^{i(\omega_0 \cdot t - \vec{k}_0 \cdot \vec{R} + \Psi_0)} \tag{19}$$

Din (18) rezultă că inducţia magnetică într-o undă plană poate fi exprimată prin funcţia:

$$\vec{b} = \vec{B} \cdot e^{i(\omega_0 \cdot t - \vec{k}_0 \cdot \vec{R} + \Psi_0)} \tag{20}$$

unde

$$\vec{B} = \frac{1}{\omega_0} (\vec{k}_0 \times \vec{E}) \tag{21}$$

Din (9) şi (20) rezultă că intensitatea cîmpului electric şi inducţia magnetică ale unei unde plane au fazele egale în orice punct al spaţiului de propagare şi la orice moment de timp.

Folosind (18) şi (20) din II (4) rezultă:

$$\vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0 \cdot \mu_0 \cdot \omega_0} (\vec{B} \times \vec{k}_0) \tag{22}$$

Din (21) rezultă că vectorul $\vec{B}$ este ortogonal pe planul determinat de vectorii $\vec{k}_0$ şi $\vec{E}$. În conformitate cu (22) vectorul $\vec{E}$ este ortogonal pe planul determinat de vectorii $\vec{B}$ şi $\vec{k}_0$. Rezultă că vectorii $\vec{E}$, $\vec{B}$ şi $\vec{k}_0$ sînt reciproc perpendiculari. Orientarea reciprocă conformă cu relaţiile (21) şi (22) a vectorilor

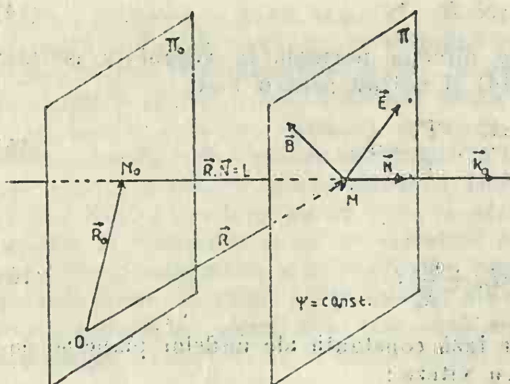


Fig. 1

$\vec{E}$, $\vec{B}$ și $\vec{k}_0$ într-un punct din spațiul de propagare al unei unde electromagnetice plane este prezentată în fig. 1. Deoarece $\vec{k}_0$ este normal la suprafața de fază constantă π (Fig. 1) vectorii $\vec{E}$ și $\vec{B}$ sînt paraleli cu suprafețele de fază constantă ale undei plane.

Ținînd seama de ortogonalitatea vectorilor $\vec{E}$, $\vec{B}$ și $\vec{k}_0$ ecuațiile (21) și (22) pot fi scrise sub forma:

$$B=\frac{k_0}{\omega_0}E;\quad E=\frac{k_0}{\varepsilon_0\cdot\mu_0\cdot\omega_0}B \qquad (23)$$

Din (23) și (8) pot fi obținute formulele:

$$\frac{k_0}{\omega_0}=\frac{1}{c}=\sqrt{\varepsilon_0\cdot\mu_0} \qquad (24)$$

$$B=\frac{E}{c} \qquad (25)$$

Formula (24) arată că viteza de fază constantă este determinată de mărimile ε_0 și μ_0. Formula (25) arată că într-o undă electromagnetică există o echivalență între intensitatea cîmpului electric și inducția magnetică.

Undele care au caracteristicile prezentate mai sus le vom numi unde electromagnetice plane armonice.

b. Unde electromagnetice armonice sferice. Un alt model simplu de undă electromagnetică idealizată este aceea în care intensitatea cîmpului electric și inducția magnetică pot fi exprimate prin părțile reale ale funcțiilor:

$$\vec{e}=\frac{\vec{E}}{R}e^{i(\omega_0\cdot t-k_0\cdot R+\Psi_0)}$$

$$\vec{b}=\frac{\vec{B}}{R}e^{i(\omega_0\cdot t-k_0\cdot R+\Psi_0)} \qquad (26)$$

În acest caz suprafețele de fază constantă (10) se obțin pentru

$$R=\text{const.} \qquad (27)$$

Ecuația (27) este ecuația unei sfere de rază R. Din (26) analog cu (15) se poate obține:

$$R=R_0+\frac{\omega_0}{k_0}\cdot t \qquad (28)$$

unde

$$R_0=-\frac{\text{const.}}{k_0}+\frac{\Psi_0}{k_0} \qquad (29)$$

Relațiile (26) și (27) arată că suprafețele de fază constantă ale undei exprimate prin funcțiile (26) sînt sferice și că ele se deplasează în spațiu cu viteza dată de formula (16) astfel încît își păstrează centrul de curbură în timp ce raza crește conform formulei (28).

Undele electromagnetice ale căror intensități de cîmp electric și inducții magnetice pot fi exprimate prin părțile reale ale funcțiilor (25) se numesc unde electromagnetice armonice sferice. Undele electromagnetice armonice sferice sînt liniar polarizate. Orientările reciproce ale vectorilor $\vec{E}$, $\vec{B}$ și $\vec{k}_0$ în cazul undelor sferice sînt prezentate în Fig. 2.

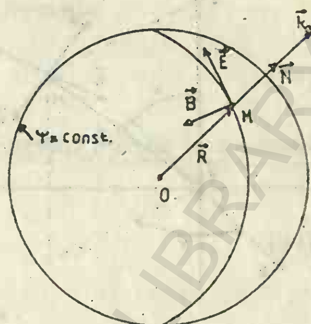


Fig. 2

Și în cazul undelor sferice armonice sînt satisfăcute relațiile (23) și (24).

2.3. Structura undelor electromagnetice optice generate de sisteme atomice

Atomii, moleculele, ionii atomici și ionii moleculelor (pe care îi vom indica în cele ce urmează prin denumirea de sisteme atomice) care formează substanța sînt sisteme formate din particule încărcate cu sarcini electrice aflate în continuă mișcare, localizate într-un volum foarte mic. Astfel de sisteme în conformitate cu mecanica cuantică și în concordanță cu cercetările experimentale, în anumite stări (numite stări staționare) sînt neutre, încărcate cu sarcini electrice (ioni) sau echivalente cu un dipol electric (molecule dipolare). Ele pot trece dintr-o stare de echilibru staționar în alta. În timpul acestor tranziții ele au moment dipolar electric variabil în timp. Sistemele atomice care posedă momente dipolare $\vec{p}(t)$ variabile în timp în conformitate cu electrodinamica clasică generează unde electromagnetice cu intensitate de cîmp electric $\vec{e}$ și inducția magnetică $\vec{b}$ exprimate prin formulele:

$$\vec{e} = -\frac{1}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon_0\cdot c^2}\,\frac{\sin\theta}{R}\,\frac{\partial^2 p(t')}{\partial t^2}\,\vec{u}_\theta$$
$$\vec{b} = -\frac{1}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon_0\cdot c^3}\,\frac{\sin\theta}{R}\,\frac{\partial^2 p(t')}{\partial t^2}\,\vec{u}_\varphi \qquad (30)$$

În formulele (30) așa cum rezultă și din Fig. 4; $\vec{R}=R\vec{N}$ este vectorul de poziție a punctului M pentru care se calculează intensitățile de cîmp, θ este unghiul format de momentul dipolar $\vec{p}$ al sistemului care emite cu vectorul de poziție $\vec{R}$, $p(t')$ este momentul dipolar al sistemului la momentul

$$t' = t - \frac{R}{v} \qquad (31)$$

unde v este viteza de propagare a undei electromagnetice emisă de sistem, versorul $\vec{u}_0$ este ortogonal la $\vec{R}$ în punctul M (Fig. 3) situat în planul determinat de vectorii $\vec{p}$ și $\vec{R}$ și este orientat în sensul creșterii unghiului θ, versorul $\vec{u}_\varphi$ este ortogonal la $\vec{R}$ și la $\vec{u}_0$ în punctul M și este orientat în sensul creșterii unghiului φ.

Fig. 3

Din formulele (30) rezultă următoarele caracteristici ale cîmpului electromagnetic generat de un sistem atomic:

— vectorii $\vec{e}$, $\vec{b}$ și $\vec{k}$ formează un triedru drept

— modul de variație în timp al intensităților de cîmp este determinat de modul de variație în timp al momentului dipolar al sistemului, valorile intensităților de cîmp fiind retardate în conformitate cu formula (21) cu timpul necesar ca ele să ajungă de la sistem în punctul M;

— mărimile $\vec{e}$ și $\vec{b}$ au ambele valori maxime pentru $\theta=\frac{\pi}{2}$ și valori zero pentru $\theta=0$ (dipolul nu emite pe direcția momentului lui dipolar);

— între valorile mărimilor $\vec{e}$ și $\vec{b}$ există relația de echivalență (24);

— unda electromagnetică emisă de un dipol electric este liniar polarizată.

Pentru a arăta cum poate să varieze în timp momentul dipolar electric al unui sistem atomic prezentăm în cele ce urmează două dintre cele mai simple modele utilizate în fizica clasică pentru a exprima procesele de emisie și reemisie de radiații.

a. *Emisia spontană a radiațiilor optice.* Pentru a emite radiații optice sistemele atomice trebuie să posede energie internă mai mare decît energia lor de echilibru stabil. Surplusul de energie față de energia internă de echilibru stabil se numește *energie de excitare.* Starea în care sistemul atomic posedă un surplus de energie față de energia stării de echilibru stabil se numește stare excitată a sistemului atomic. Sistemul atomic aflat în starea excitată (o stare de echilibru instabilă datorită surplusului de energie) trebuie să revină mai devreme sau mai tîrziu în starea de echilibru stabil care se numește stare de bază. Dacă revenirea se realizează în urma unor cauze interne și este însoțit de generarea de radiații procesul se numește emisie spontană.

Sistemele atomice pot fi aduse în stări excitate prin ciocniri cu alte particule (sisteme atomice, electroni, fotoni etc....). În timpul ciocnirii sistemului atomic, starea de mișcare a particulelor încărcate cu sarcini electrice, care formează sistemul atomic se modifică. Cel mai simplu model de sistem atomic excitat, elaborat în cadrul electrodinamicii clasice, aproximează sistemul de sarcini în mișcare ale sistemului atomic excitat, cu un dipol electric punctiform al cărui moment dipolar electric indus în urma ciocnirii este:

$$\vec{p}=q\cdot\vec{r} \qquad (31')$$

unde $\vec{r}$ exprimă distanța între centrele de sarcină a particulelor din sistemul atomic iar q cantitatea de electricitate care determină momentul dipolar indus în procesul de ciocnire. După ciocnire sistemul atomic tinde să revină în starea de echilibru stabil. În cazul emisiei spontane acest lucru se realizează datorită acțiunii unor forțe interne care pot fi exprimate prin formula:

$$\vec{F}=-k\cdot\vec{r} \qquad (32)$$

Folosind (32) şi exprimînd forţele de frecare prin formula

$$\vec{F}_f = -\eta \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} \tag{33}$$

putem scrie ecuaţia de mişcare a particulelor din sistemul atomic în procesul de revenire la starea de echilibru stabil sub forma:

$$m \cdot \frac{d^2\vec{r}}{dt'^2} + \eta \frac{d\vec{r}}{dt'} + k \cdot \vec{r} = 0 \tag{34}$$

Ecuaţia (34) admite ca soluţie particulară funcţia:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 \cdot e^{-\frac{\gamma}{2} \cdot t'} e^{i(\omega_0 \cdot t + \Psi_0)} \tag{35}$$

unde am notat:

$$\gamma = \frac{\eta}{m}, \qquad \omega_0^2 = \frac{k}{m} \tag{36}$$

ω_0 fiind pulsaţia proprie a sistemului atomic.

Dacă folosim (35), (30), (17) şi (3) putem exprima momentul dipolar electric al sistemului atomic în timpul procesului de trecere din starea excitată în starea de bază prin funcţia:

$$\vec{p}(t') = q \cdot \vec{r}(t') = \vec{p}_0 \cdot e^{-\frac{\gamma}{2}\left(t - \frac{R}{c}\right)} \cdot e^{i(\omega_0 \cdot t - k_0 \cdot R + \Psi_0)} \tag{37}$$

Folosind (37) din (29) se poate obţine:

$$\vec{e} = -\frac{E}{R} \cdot \sin\,\theta \cdot e^{-\frac{\gamma}{2}\left(t - \frac{R}{c}\right)} \cdot e^{i(\omega_0 \cdot t - k_0 \cdot R + \Psi_0)} \cdot \vec{u}_\theta \tag{38}$$

unde:

$$E = \frac{p_0}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 c^2} \left(-\frac{\gamma}{2} + i \cdot \omega_0 \right)^2, \tag{39}$$

După cum rezultă din (38) intensitatea cîmpului electric generată prin emisie spontană scade exponenţial în timp şi are toate caracteristicile arătate în paragraful precedent.

b. *Emisia forţată (reemisia) a radiaţiilor optice.* Un sistem atomic poate emite energia de excitare şi ca urmare a unor cauze externe. Generarea undelor electromagnetice în aceste condiţii se numeşte *emisie forţată.* Cauza exterioară a emisiei poate să fie acţiunea unui cîmp electromagnetic. Prezentăm în cele ce urmează cel mai simplu model de emisie forţată (reemisie) elaborat în cadrul teoriei clasice.

Să admitem că un sistem atomic se află sub acţiunea unui cîmp electromagnetic, dat prin mărimile $\vec{e}$ şi $\vec{b}$ care pot fi exprimate prin funcţii de forma:

$$\vec{e} = \vec{E} e^{i(\omega \cdot t' + \Psi_0)} \tag{40}$$

unde $\vec{E}$ nu depinde de timp. Forţele care se exercită asupra particulelor încărcate cu sarcini electrice din sistemul atomic vor fi exprimate prin formula (1). În conformitate cu relaţia (24) în condiţia $v << c$ în cazul undelor electro-

magnetice forța magnetică în (1) poate fi neglijată în raport cu forța electrică și putem scrie în primă aproximație

$$\vec{F}=q\cdot\vec{e} \tag{41}$$

Folosind notațiile (36) și formulele (40) și (41) putem scrie ecuația de mișcare (în acest caz) sub forma:

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt'^2}+\gamma\cdot\frac{d\vec{r}}{dt'}+\omega_0^2\cdot\vec{r}=\frac{q}{m}\cdot\vec{E}\cdot e^{i\cdot\omega\cdot t} \tag{42}$$

Ecuația (42) are o soluție particulară de forma:

$$\vec{r}=\frac{q/m}{\omega_0^2-\omega^2+\gamma\cdot i\cdot\omega}\vec{e} \tag{43}$$

Ținînd seama de (43) putem asocia sistemului atomic sub acțiunea cîmpului electromagnetic momentul dipolar:

$$\vec{p}=\tilde{\alpha}\cdot\vec{e} \tag{44}$$

unde

$$\tilde{\alpha}=\frac{q^2/m.}{\omega_0^2-\omega^2+i\cdot\gamma\cdot\omega} \tag{45}$$

Folosind (44), (40) și (30) putem obține din (29) pentru intensitatea de cîmp electric a undei secundare formula:

$$\vec{e}_s=\tilde{\alpha}\cdot\frac{E_s}{R}\cdot\sin\theta\cdot e^{i(\omega\cdot t-k_0R+\Psi_s)}\vec{u}_0 \tag{46}$$

unde

$$E_s=\frac{\omega^2\cdot E}{4\pi\cdot\varepsilon_0\cdot c^2} \tag{47}$$

În conformitate cu (46) și (47) intensitatea cîmpului electric a undei secundare este determinată de unda primară prin mărimile $\tilde{\alpha}$, ω și $\vec{E}$ și de sistemul atomic care emite prin mărimea $\tilde{\alpha}$ numită polarizabilitate.

2.4. Energia transportată de unde electromagnetice

În prezența unei unde electromagnetice, asupra particulelor de substanță încărcate cu sarcini electrice, se efectuează lucru mecanic. Proprietatea de a efectua lucru mecanic duce la concluzia că procesul de undă electromagnetică reprezintă și un proces de transport de energie. Energia transportată de radiații se numește *energie radiantă*. În cele ce urmează vom nota cu w (J/m^3) densitatea de energie electromagnetică (cantitatea de energie radiantă prezentă în vecinătatea unui punct din spațiul de propagare a undei calculată pentru unitatea de volum). Pentru a exprima cantitativ transportul energiei radiante de către undele electromagnetice se folosește mărimea vectorială:

$$\vec{S}=S(\vec{R}\cdot t)\cdot\vec{S}_0 \tag{48}$$

numită vectorul Poynting.

Modulul $S(R, t)$ al vectorului Poynting este *o mărime numeric egală cu cantitatea de energie electromagnetică transportată în unitatea de timp (în procesul de undă electromagnetică) printr-un element de suprafață orientat perpendicular pe direcția de transport a energiei calculată pentru unitate de arie.* Mărimea $\vec{S}(\vec{R}, t)$ astfel definită este asociată unui punct din spațiul de propagare a undei, conținut în elementul de suprafață luat în considerare la evaluarea valorii ei.

Fluxul elementar al cîmpului vectorial $\vec{S}$ pentru elementul de suprafață $d\vec{\Sigma}=d\Sigma\cdot\vec{N}$ în conformitate cu definiția dată mai sus mărimii $\vec{S}$ (48) poate fi exprimat prin formula :

$$d\varnothing=\vec{S}\cdot d\vec{\Sigma}=S(\vec{R}, t)(\vec{S}_0\cdot\vec{N})d\Sigma \tag{49}$$

Fluxul elementar $d\varnothing$ este o *mărime numeric egală cu cantitatea de energie radiantă transportată de undele electromagnetice în unitatea de timp prin elementul de suprafață* $d\vec{\Sigma}$. Fluxul energetic se măsoară în wați. Pentru a exprima cantitatea de energie w_s transportată în unitatea de timp prin suprafața laterală a unui element de volum, calculată pentru unitate de volum, putem folosi formula :

$$w_s=\nabla\cdot\vec{S} \tag{50}$$

Aceasta deoarece mărimea $\nabla\cdot\vec{S}$ exprimă fluxul vectorului $\vec{S}$ prin suprafața laterală a unui element de volum, calculat pentru unitatea de volum.

Dacă notăm cu w_j cantitatea de energie radiantă consumată în unitatea de timp în unitatea de volum prin efectuarea lucrului mecanic asupra particulelor de substanță și folosim (50) în conformitate cu principiul de conservare a energiei putem scrie relația :

$$-\frac{dw}{dt}=w_s+w_j \tag{51}$$

În (51) mărimea $-\frac{dw}{dt}$ exprimă scăderea (semnul minus) în unitate de timp a cantității de energie radiantă localizată dintr-un element de volum din spațiul de propagare a undei, calculată pentru unitate de volum.

Folosind formula (1) putem exprima puterea consumată în efectuarea lucrului mecanic asupra sarcinilor electrice ρ localizate în unitate de volum din spațiul de propagare a undei electromagnetice prin formula :

$$w_j=\vec{F}_\rho\cdot\vec{v}=\rho\cdot\vec{v}\cdot\vec{e}=\vec{\mathfrak{J}}\cdot\vec{e} \tag{52}$$

unde $\vec{\mathfrak{J}}=\rho\cdot\vec{v}$ este densitatea totală de curent electric produs în vecinătatea unui punct din substanță prin acțiunea undei electromagnetice.

Folosind ecuația lui Maxwell (I) putem scrie (52) sub forma :

$$w_j=\left(\frac{1}{\mu_0}\cdot\nabla\times\vec{b}-\varepsilon_0\cdot\frac{\partial\vec{e}}{\partial t}\right)\cdot\vec{e} \tag{53}$$

În baza identităților

$$\nabla(\vec{e}\times\vec{b})=\vec{b}\cdot(\nabla\times\vec{e})-\vec{e}\cdot(\nabla\times\vec{b})$$

$$\frac{\partial(\vec{e}\cdot\vec{e})}{\partial t}=2\vec{e}\cdot\frac{\partial\vec{e}}{\partial t}. \quad \frac{\partial(\vec{b}\cdot\vec{b})}{\partial t}=2\vec{b}\cdot\frac{\partial\vec{b}}{\partial t} \tag{54}$$

folosind ecuația lui Maxwell (II) putem scrie (53) sub forma:

$$w_j=-\frac{1}{\mu_0}\nabla\cdot(\vec{e}\times\vec{b})-\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2\mu_0}\cdot\vec{b}\cdot\vec{b}+\frac{\varepsilon_0}{2}\cdot\vec{e}\cdot\vec{e}\right) \tag{55}$$

Deoarece formulele (55) și (51) trebuie să fie identice ținînd seama de (50) putem scrie:

$$\vec{S}=\frac{1}{\mu_0}(\vec{e}\times\vec{b}) \tag{56}$$

$$w=\frac{1}{2\mu_0}\vec{b}\cdot\vec{b}+\frac{\varepsilon_0}{2}\cdot\vec{e}\cdot\vec{e} \tag{57}$$

Formulele (56) și (57) arată că energia localizată în spațiul de propagare și energia transportată sînt determinate în vecinătatea fiecărui punct de valoarea intensității de cîmp electric $\vec{e}$ și de inducția magnetică $\vec{b}$ ale undei electromagnetice.

Ținînd seama de (56), (24) și de ortogonalitatea vectorilor $\vec{e}$ și $\vec{b}$ putem scrie (56) sub forma:

$$\vec{S}=\frac{1}{\mu_0}e\cdot b\vec{S}_0=\frac{1}{\mu_0\cdot c}\cdot e^2\cdot\vec{S}_0 \tag{58}$$

Pentru undele electromagnetice optice mărimea $\vec{S}$ și în consecință mărimea $d\varnothing$ variază în timp prin intermediul mărimii e^2. Pentru unde armonice optice valorile perioadei sînt cuprinse aproximativ între limitele $T=10^{-13}$ s și $T=10^{-15}$ s. În consecință un aparat pentru a putea măsura mărimea $\vec{e}$, mărimea $\vec{b}$ sau mărimea $\vec{S}$ ar trebui să aibă capacitatea de a indica sau înregistra valoarea uneia dintre aceste mărimi într-un interval de timp mai mic decît 10^{-13} s. Astfel de aparate încă nu există. Actual dispozitivul de măsură cel mai rapid poate indica (înregistra) o valoare a unei mărimi în 10^{-11} s. În aceste condiții aparatele de măsură actuale pot măsura numai valorile medii ale mărimilor $\vec{e}$, $\vec{b}$ sau $\vec{S}$.

Valoarea medie în timp a mărimii $\vec{e}$ (respectiv $\vec{b}$) sînt nule, fapt ce îl putem exprima prin egalitatea:

$$\langle\vec{e}\rangle=0 \tag{59}$$

unde semnul $<\ \ >$ indică calculul valorii medii în timp. În aceste condiții ținînd seama de faptul că $\langle e^2\rangle\neq 0$ pentru exprimarea cantitativă a transportului de energie în cazul undelor electromagnetice optice conform cu (58) se poate utiliza:

$$\varphi=\langle S\rangle=\frac{1}{\mu_0\cdot c}\cdot\langle e^2\rangle \tag{60}$$

Mărimea φ se numeşte *densitate energetică de flux de energie radiantă şi este o mărime numeric egală cu valoarea medie în timp a cantităţii de energie radiantă transportată de radiaţia optică în unitate de timp printr-un element de suprafaţă orientat ortogonal la direcţia de transport, calculată pentru unitate de arie.*

Folosind (49) şi (60) putem defini fluxul elementar

$$d\varnothing = \langle S \rangle (\vec{S}_0 \cdot \vec{N}) d\Sigma \tag{61}$$

Mărimea $d\varnothing$ (61) numită *flux energetic elementar de energie radiantă este o mărime numeric egală cu cantitatea medie de energie radiantă transportată în unitate de timp printr-un element de suprafaţă.* Din (61) se poate obţine:

$$\varnothing = \int_{\Sigma} \varphi(\vec{S}_0 \cdot \vec{N}) d\Sigma \tag{62}$$

Mărimea $\varnothing$ se numeşte *flux energetic* de energie radiantă şi este o *mărime numeric egală cu cantitatea medie de energie radiantă transportată în unitate de timp printr-o suprafaţă dată.* Pentru unde sferice folosind (25) şi (60) putem scrie (61) sub forma:

$$d\varnothing = \frac{1}{c \cdot \mu_0} < [E \cdot e^{i(\omega \cdot t - k_0 \cdot R + \Psi_0)}]^2 > \cdot \frac{(\vec{S}_0 \cdot \vec{N}) d\Sigma}{R^2} \tag{63}$$

Dacă notăm:

$$I = \frac{1}{c \cdot \mu_0} < [E \cdot e^{i(\omega \cdot t - k_0 \cdot R + \psi_0)}]^2 > \tag{64}$$

putem scrie (63) sub forma:

$$d\varnothing = I \cdot d\Omega \tag{65}$$

unde

$$d\Omega = \frac{(\vec{S}_0 \cdot \vec{N}) d\Sigma}{R^2} \tag{66}$$

Mărimea:

$$I = \frac{d\varnothing}{d\Omega} \ W/\mathrm{sr} \tag{67}$$

se numeşte intensitate energetică de radiaţii optice şi în conformitate cu formula (67) poate fi definită ca fiind o *mărime numeric egală cu fluxul energetic corespunzător unei secţiuni oarecare într-un unghi solid elementar care conţine o direcţie de transport a energiei (rază) calculat pentru unitate de unghi solid.*

Intensitatea energetică se măsoară în watt pe steradiani. Mărimea I (67) este asociată unei direcţii de transport a energiei (rază) cuprinsă în unghiul solid $d\Omega$. Mărimile $\varnothing$ (62), φ (60) şi I (67) sînt principalele mărimi măsurabile utilizate pentru a exprima cantitativ transportul de energie de către radiaţiile optice.

2.5. Radiaţii optice generate de o sursă punctiformă. Caracteristici de bază

Sursele de radiaţii optice sînt formate dintr-un număr foarte mare de sisteme atomice care participă la transformarea unei forme oarecare de ener-

gie în energie radiantă. Generarea radiaţiilor optice se realizează prin procese de emisie spontană (2.3. a) şi de emisie forţată (2.3. b). În sursele clasice predominante sînt procesele de emisie spontană. Caracteristicile cîmpului electromagnetic produs de o sursă de radiaţii optice prin emisie spontană sînt determinate de natura sistemelor optice care formează sursa, de interacţiunile care au loc între aceste sisteme atomice şi de dimensiunile şi forma sursei.

Sursele de radiaţii cele mai uşor de modelat sînt cele formate de gaze atomice la presiuni mici. În astfel de surse sistemele atomice care generează radiaţia sînt cele mai simple iar interacţiunile dintre ele sînt slabe şi pot fi neglijate în primă aproximaţie. Să admitem că în volumul ΔV (Fig. 4) există un gaz atomic la presiune mică. Într-un sistem de acest fel excitarea atomilor poate avea loc numai pe seama energiei de agitaţie termică. Transformarea energiei de agitaţie termică în energie internă a atomilor se realizează prin ciocniri între atomi. Ciocnirile între atomi în astfel de surse sînt fenomene care se produc la întîmplare.

Să admitem că valoarea medie a intervalului de timp care se scurge între două ciocniri la care participă acelaşi atom este τ. În conformitate cu modelul prezentat în (2.3. a) intensitatea cîmpului electric emis de un atom în urma unei ciocniri poate fi exprimată prin funcţia (38). Emisia are loc pe durata τ după care începe un nou proces de emisie ca urmare a unui nou proces de ciocnire. Se poate deci considera că durata medie de emisie într-o sursă termică este egală cu intervalul mediu de timp care se scurge între două ciocniri succesive ale atomului care emite cu alţi atomi ai gazului. Dacă intervalul de timp τ este mic atunci considerînd pentru acest interval de timp orientarea momentului dipolar al atomului ca fiind fixă în spaţiu şi amplitudinea intensităţii cîmpului electric emis constantă în timp putem exprima, folosind (38), intensitatea cîmpului electric emis prin funcţia:

$$\vec{e} = \frac{E(t)}{R} \sin \theta \cdot e^{(i\omega_0 \cdot t - kR + \Psi_0)} \, \vec{u}_\theta$$

unde

$$E(t) = E = \text{const.} \quad \text{cînd} \quad t_1 \leq t \leq t_2 \tag{68}$$

$$E(t) = 0 \quad \text{cînd} \quad t < t_1$$

$$t > t_2$$

În (68) $t_1 = \frac{R}{c}$ este momentul în care prima valoare a intensităţii de cîmp ajunge la distanţa R de atomul care emite iar

$$t_2 = t_1 + \tau \tag{69}$$

unde τ este durata procesului de emisie.

Funcţia (68) exprimă faptul că atomul emite cîmpuri electromagnetice care au caracteristici exprimate de funcţia (38) dar care durează un timp scurt.

Să admitem că atomul a_j din sursa S localizată în volumul ΔV Fig. 4 generează o undă electromagnetică care ajungînd în punctul M are intensitatea de cîmp electric $\vec{e}_j$ exprimată de funcţia (68). Dacă în sursă emit N atomi, unde cu aceeaşi pulsaţie, astfel încît undele emise de ei produc inten-

sităţi de cîmp care acţionează simultan în punctul M atunci intensitatea de cîmp electric totală în acest punct poate fi exprimată prin funcţia:

$$\vec{e}=\sum_{j=1}^{N(t)}\vec{e}_j=\sum_{j=1}^{N(t)}\frac{E_j(t)}{R_j}\cdot\sin\theta_j\cdot e^{i(\omega_0 t-k_0R_j+\psi_{0j})}\,\vec{u}_{0j} \tag{70}$$

Dacă sursa este de dimensiuni mici (sursa punctiformă) astfel încît $s_j<<R_j$ atunci în primă aproximaţie $R_j=R$ şi putem scrie (70) sub forma:

$$\vec{e}=\frac{1}{R}\left(\sum_{j=1}^{N(t)}E_j(t)\sin\theta_j\cdot e^{i[k_0(R-R_j)+\psi_0)]}\cdot\vec{u}_{0j}\right)\cdot e^{i(\omega_0\cdot t-k_0\cdot R)} \tag{71}$$

Notînd:

$$\vec{E}(t)=\left(\sum_{j}^{N(t)}E_j(t)\sin\theta_j\cdot e^{i[k_0(R-R_j)+\psi_{0j}]}\cdot\vec{u}_{0j}\right) \tag{72}$$

funcţia (70) poate fi scrisă sub forma:

$$\vec{e}=\frac{E(t)}{R}\cdot e^{i(\omega_0 t-k_0R)} \tag{73}$$

Mărimile $N(t)$, $E_j(t)$, θ_j, Ψ_{0j} şi $\vec{u}_{0j}$ fiind determinate de procese întîmplătoare (ciocniri între atomii unui gaz) ele determină caracterul de funcţie de timp aleatoare a mărimii $\vec{E}(t)$ (72).

Funcţia (73) arată că pentru modelul de sursă punctiformă prezentat mai sus intensitatea cîmpului electric poate fi exprimată printr-o funcţie periodică de pulsaţie ω_0 cu amplitudine dependentă de timp (atît ca valoare cît şi ca direcţie) în mod aleator.

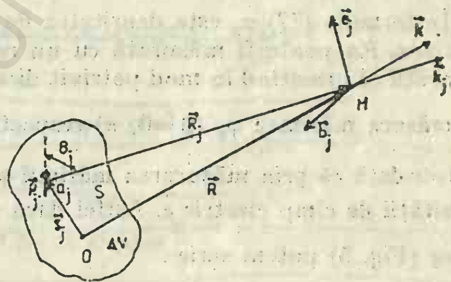


Fig. 4

Principalele caracteristici ale radiaţiilor optice sînt: starea de polarizare, compoziţia spectrală şi starea de coerenţă. Să vedem în ce măsură aceste caracteristici ale radiaţiei optice emise de o sursă punctiformă pot fi redate prin funcţia (73).

a. *Starea de polarizare a radiaţiilor optice emise de o sursă punctiformă.* Deoarece fiecare din cîmpurile electromagnetice emise de atomii dintr-o sursă punctiformă au în primă aproximaţie intensităţile de cîmp electric $\vec{e}_j$ ortogonale la vectorul de undă $\vec{k}_0$, rezultanta $\vec{e}$ este şi ea ortogonală la vectorul $\vec{k}_0$. În aceste condiţii într-un sistem de coordonate triortogonale (Fig. 5) cu originea în punctul de acţiune a mărimii $\vec{e}$ şi cu axa oz paralelă cu vectorul $\vec{k}_0$ putem scrie:

$$\vec{e}=e_y\cdot\vec{j}+e_x\cdot\vec{i} \tag{74}$$

Dacă direcţia de propagare a suprafeţelor de fază constantă ale undei este dată ($\vec{k}_0$ dat) atunci componentele e_y şi e_x ale intensităţii cîmpului electric determină complet valoarea şi direcţia mărimii $\vec{e}$. Componentele e_y şi e_x ale

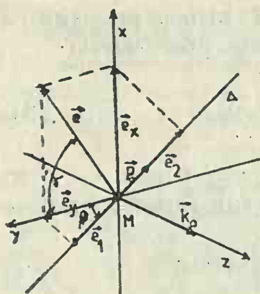


Fig. 5

intensității cîmpului electric nu pot fi măsurate. În conformitate cu cele arătate în (24) pot fi măsurate densitățile de flux φ_y și φ_x corespunzătoare acestor componente. Pentru a realiza acest lucru este însă necesar un dispozitiv optic care să separe din cîmpul de intensitate $\vec{e}$ o componentă care acționează pe o direcție dată. Astfel de dispozitive există și se numesc polarizoare. Acțiunea unui polarizor poate fi exprimată prin formula:

$$\vec{e}_p = (\vec{e}\cdot\vec{p}_0)\cdot\vec{p}_0 \tag{75}$$

În (75) $\vec{p}_0$ este versorul direcției pe care trebuie să o aibă intensitatea cîmpului electric pentru ca să treacă prin polarizor. Această direcție se numește *direcție de transmisie a polarizorului*.

Folosind (74) din (75) se poate obține:

$$\vec{e}_p = [e_y(\vec{j}\cdot\vec{p}_0) + e_x(\vec{i}\cdot\vec{p}_0)]\cdot\vec{p}_0 \tag{76}$$

Dacă notăm cu β (Fig. 5) unghiul dintre direcția de transmisie Δ a polarizorului și axa oy și folosind (76) și (60) putem scrie:

$$\varphi_p = \varphi_y\cdot\cos^2\beta + \varphi_x\cdot\sin^2\beta + 2\frac{1}{c\cdot\mu_0}\langle e_x\cdot e_y\rangle\cdot\cos\beta\sin\beta \tag{77}$$

În formula (77) φ_p este densitatea de flux a radiației care a trecut prin polarizor. Ea poate fi măsurată cu un receptor de radiații optice. Formula (77) arată că orientînd în mod potrivit direcția de transmisie a polarizorului putem măsura mărimea φ_y $(\beta = 0, \pi)$ respectiv $\varphi_x\left(\beta = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$. Formula (77) arată totodată că prin măsurarea mărimii φ_p se pot obține informații asupra intensității de cîmp electric $\vec{e}$. Astfel dacă notăm cu γ unghiul format de $\vec{e}$ cu axa oy (Fig. 5) putem scrie:

$$e_y = e\cdot\cos\gamma, \qquad e_x = e\cdot\sin\gamma \tag{78}$$

Unghiul format de intensitatea cîmpului electric a undei electromagnetice cu o direcție dată se numește *azimut*. Folosind (78) putem scrie (77) sub forma:

$$\varphi_p = \varphi_y\cdot\cos^2\beta + \varphi_x\cdot\sin^2\beta + 2\cdot U\cdot\cos\beta\cdot\sin\beta \tag{79}$$

unde

$$U = \frac{1}{c\cdot\mu_0}\langle e^2\cdot\sin\gamma\cdot\cos\gamma\rangle \tag{80}$$

Formula (79) arată că modul de variație a mărimii φ_p odată cu rotirea polarizorului în jurul direcției de propagare a undei (modificarea unghiului β) depinde de azimutul γ al intensității cîmpului electric în conformitate cu (80). Dacă γ este independent de timp orientînd axele de coordonate în mod convenabil astfel încît $\gamma = 0$, $\varphi_x = 0$ atunci în conformitate cu (80) $U = 0$ și putem scrie (79) sub forma:

$$\varphi_p = \varphi_y \cdot \cos^2 \beta = \varphi \cdot \cos^2 \beta \tag{81}$$

Formula (81) arată că dacă direcția de acțiune a intensității cîmpului electric în fiecare punct al spațiului de propagare este independent de timp (unda liniar polarizată) la rotirea polarizorului în experimentul prezentat schematic în Fig. 5 densitatea de flux φ_p a fasciculului care iese din polarizor trebuie să varieze periodic cu valorile extreme $\varphi_{pM} = \varphi$ și $\varphi_{pm} = 0$. În consecință dacă într-un experiment de acest gen există o orientare a direcției de transmisie a polarizorului pentru care densitatea de flux a radiației după polarizor are valoarea zero se poate afirma că radiația care intră în polarizor este liniar polarizată. Această concluzie poate fi verificată experimental cu doi polarizori deoarece în conformitate cu formula (75) radiația care iese dintr-un polarizor este liniar polarizată. În cazul modelului de sursă punctiformă prezentat mai sus, mărimea $\vec{e}$ este funcție aleatoare atît în privința valorilor modulului cît și în privința azimutului. Deoarece $\vec{e}$ și γ sînt funcții aleatoare independente putem scrie (80) sub forma:

$$U = \frac{<e^2>}{2c \cdot \mu_0} <\sin 2 \cdot \gamma> = 0 \tag{82}$$

Ținînd seama de (82) din (79) rezultă:

$$\varphi_p = \varphi_y \cdot \cos^2 \beta + \varphi_x \sin^2 \beta \tag{83}$$

În conformitate cu (78) putem scrie:

$$\begin{aligned} \varphi_x &= \frac{1}{c \cdot \mu_0} <e^2> < \sin^2 \gamma> = \varphi < \sin^2 \gamma> = \frac{1}{2} \varphi \\ \varphi_y &= \frac{1}{c \cdot \mu_0} <e^2> < \cos^2 \gamma> = \varphi < \cos^2 \gamma> = \frac{1}{2} \varphi \end{aligned} \tag{84}$$

Folosind (84) putem scrie (83) sub forma:

$$\varphi_p = \frac{\varphi}{2} (\cos^2 \beta + \sin^2 \beta) = \frac{\varphi}{2} \tag{85}$$

În conformitate cu (85) în cazul de față densitatea de flux a fasciculului care iese din polarizor este independentă de orientarea direcției de transmisie a polarizorului.

Radiația care este echivalentă cu două componente liniar polarizate avînd direcțiile de acțiune ale intensităților de cîmp electric ortogonale, aleatoare independente cu densități de flux egale cu jumătatea din densitatea de flux totală este nepolarizată. Experimental se poate constata că sursele clasice de radiații emit radiații nepolarizate.

b. *Compoziția spectrală a radiațiilor optice.* Folosind (70) și (60) putem scrie:

$$\begin{aligned} \varphi &= \frac{1}{c \cdot \mu_0} <e^2> = \frac{1}{c \cdot \mu_0} < \left(\sum_j \vec{e}_j \right) \left(\sum_i \vec{e}_i \right) > = \\ &= \frac{1}{c \cdot \mu_0} \sum_j <e_j^2> + \frac{1}{c \cdot \mu_0} \sum_{i \neq j} \sum_j <\vec{e}_j \cdot \vec{e}_i> = \sum_j \varphi_j + \frac{1}{c \cdot \mu_0} \sum_j \sum_{j \neq i} <\vec{e}_j \vec{e}_i> \end{aligned} \tag{86}$$

Deoarece intensitățile de cîmp $\vec{e}_j$ și $\vec{e}_i$ sînt generate la întîmplare putem scrie (ținînd seama de 59):

$$<\vec{e}_j \cdot \vec{e}_i> = <\vec{e}_j> \cdot <\vec{e}_i> = 0 \qquad (87)$$

Din (87) și (88) rezultă:

$$\varphi = \sum \varphi_j \qquad (88)$$

În conformitate cu (88) densitatea de flux a radiației emise de o sursă punctiformă este egală cu suma densităților de flux a cîmpurilor electromagnetice emise de sistemele atomice care formează sursa.

O funcție de tipul (68) poate fi exprimată prin integrale Fourier folosind formulele:

$$\vec{e}(\vec{R}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{E}(\vec{R}, \nu) e^{i2\pi \cdot \nu \cdot t} d\nu$$

$$\vec{E}(\vec{R}, \nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{e}(\vec{R}, t) e^{-i2\pi \cdot \nu \cdot t} dt \qquad (89)$$

Folosind (60) și (89) putem scrie pentru densitatea de flux a unei unde electromagnetice a cărei intensitate de cîmp electric poate fi exprimată printr-o integrală Fourier formula:

$$\varphi = \frac{1}{c \cdot \mu_0} <\vec{e} \cdot \vec{e}> = \frac{1}{c \cdot \mu_0} \frac{1}{\Delta t_0} \int_{-\frac{\Delta t_0}{2}}^{+\frac{\Delta t_0}{2}} \vec{e}(\vec{R}, t) \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \vec{E}(\vec{R}, \nu) e^{2\pi i \nu t} d\nu \right] dt \qquad (90)$$

Variabilele ν și t fiind independente putem scrie (90) sub forma:

$$\varphi = \frac{1}{c \cdot \mu_0 \cdot \Delta t_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{E}(\vec{R}, \nu) \left[\int_{-\frac{\Delta t_0}{2}}^{\frac{\Delta t_0}{2}} \vec{e}(\vec{R}, t) e^{2\pi i \cdot \nu \cdot t} dt \right] d\nu \qquad (91)$$

Dacă intervalul de timp Δt_0 este mare atunci în conformitate cu (89) putem scrie în primă aproximație:

$$\vec{E}^*(\vec{R}, \nu) = \int_{-\frac{\Delta t_0}{2}}^{-\frac{\Delta t_0}{2}} \vec{e}(\vec{R}, t) e^{i2\pi \cdot \nu \cdot t} \cdot dt \qquad (92)$$

unde $\vec{E}^*(\vec{R}, \nu)$ este complex conjugata mărimii $\vec{E}(\vec{R}, \nu)$ (89).

Folosind (92) putem scrie (91) sub forma:

$$\varphi(\vec{R}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\vec{E}(\vec{R}, \nu)\vec{E}^{*}(\vec{R}, \nu)}{c \cdot \mu_0 \cdot \Delta t_0} d\nu = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\vec{R}, \nu) \, . d\nu \tag{93}$$

unde:

$$\varphi(\vec{R}, \nu) = \frac{\vec{E}(\vec{R}, \nu)\vec{E}^{*}(\vec{R}, \nu)}{c \cdot \mu_0 \cdot \Delta t_0} \tag{94}$$

Mărimea $\varphi(\nu)$ se numește densitate de flux energetică spectrală. Exprimînd (93) sub formă elementară putem scrie:

$$\varphi(\vec{R}, \nu) = \frac{d\varphi(\vec{R})}{d\nu} \ \mathrm{W/m^2 \cdot Hz} \tag{95}$$

În conformitate cu (95) *densitatea energetică spectrală de flux (pentru frecvența ν) poate fi definită ca fiind o mărime numeric egală cu densitatea de flux corespunzătoare componentelor Fourier cuprinse în intervalul $d\nu$ (care conține frecvența ν) calculată pentru unitate de interval de frecvență.* Unitatea de măsură pentru densități energetice spectrale este $\mathrm{W \cdot m^{-2} \cdot Hz^{-1}}$.

Densitatea de flux ca funcție de frecvență exprimă compoziția spectrală a radiației optice. Pentru exprimarea compoziției spectrale a radiației optice se poate folosi de asemenea mărimea:

$$\varnothing(\nu) = \int_{\Sigma} \varphi(\vec{R}, \nu) \cdot (\vec{S}_0 \cdot \vec{N}) d\Sigma \quad \mathrm{W/Hz} \tag{96}$$

numită flux energetic spectral și intensitatea energetică spectrală:

$$I(\nu) = \frac{d\varnothing(\nu)}{d\Omega} \ \mathrm{W/sr.\ Hz} \tag{97}$$

Pentru cîmpul electromagnetic emis de un sistem atomic într-o sursă termică punctiformă exprimat prin funcția (67) putem scrie folosind (89):

$$\vec{E}_j(\vec{R}, \nu) = \frac{\vec{E}_{0j} \cdot e^{-ik_0 R_j - i\psi_0} \sin \theta_j}{R_j} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} e^{2\pi(\nu_0 - \nu) \cdot t} dt = \tau \cdot \vec{E}_j(R_j, \theta_j) \frac{\sin \pi \cdot (\nu_0 - \nu)\tau}{\pi \cdot (\nu_0 - \nu) \cdot \tau} \tag{98}$$

Folosind (98) putem scrie (94) sub forma:

$$\varphi_j(\vec{R}_j, \nu) = \frac{\tau^2 \cdot \vec{E}_j(R_j, \theta_j)\vec{E}_j^{*}(R_j, \theta_j)}{c \cdot \mu_0 \cdot \Delta t_0} \, \frac{\sin^2 \pi \cdot (\nu_0 - \nu) \cdot \tau}{[\pi \cdot (\nu_0 - \nu)\tau]^2} \tag{99}$$

Notînd:

$$\varphi_j(\nu_0) = \frac{\tau^2 \vec{E}_j(R_j, \theta_j)\vec{E}_j^{*}(R_j, \theta_j)}{c \cdot \mu_0 \cdot \Delta t_0} \tag{100}$$

$$F(u) = \frac{\sin^2 u}{u^2} \qquad u = \pi(\nu_0 - \nu) \cdot \tau$$

putem scrie (99) sub forma:

$$\varphi_j(R_j \cdot \nu) = \varphi_j(0) \cdot F(u) \tag{101}$$

În tabelul I sînt prezentate valori ale funcției $F(u)$.

TABELUL I

u	$F(u)$	u	$F(u)$
0	1,00	$\pi + \frac{1}{6}\pi$	0,0186
$\frac{1}{6}\pi$	0,9119	$\pi + \frac{1}{3}\pi$	0,0426
$\frac{1}{3}\pi$	0,6839	$\pi + \frac{1}{2}\pi$	0,0450
$\frac{1}{2}\pi$	0,4053	$\pi + \frac{2}{3}\pi$	0,0274
$\frac{2}{3}\pi$	0,1710	$\pi + \frac{5}{6}\pi$	0,0073
π	0,0000	2π	0,0000

În conformitate cu tabelul I și formula (101) graficul funcției $\varphi_j(\nu)$ este cel prezentat în figura 6.

În conformitate cu relația (88) putem scrie:

$$\varphi(\nu) = \sum_j \varphi_j(\nu) \tag{102}$$

În conformitate cu (102) compoziția spectrală a radiației emise de o sursă punctiformă este aceeași ca și a cîmpului electromagnetic emis de un sistem atomic din sursă.

Ținînd seama de (102) și (101) putem scrie:

$$\varphi(\nu) = \varphi(\nu_0) \cdot F(u) \tag{103}$$

unde $\varphi(\nu)$ este densitatea energetică spectrală de flux a radiației emisă de o sursă punctiformă pentru frecvența proprie ν_0 a atomilor care emit radiații optice.

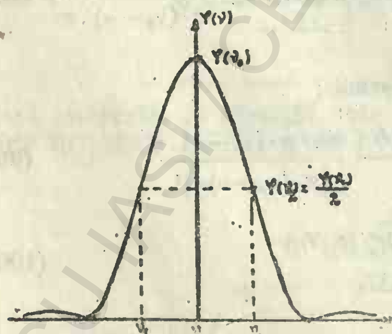


Fig. 6

Compoziția spectrală a radiației emise de o sursă de radiații optice pentru o frecvență proprie ν_0 este caracterizată prin existența unei componente armonice de frecvență ν_0 cu valoare maximă a densității de flux. Această componentă o vom numi componentă de bază iar frecvența ei frecvență de bază.

Celelalte componente au frecvențe de valori apropiate de frecvența de bază. Pentru a delimita domeniul de frecvențe în care se înscriu frecvențele componente-

lor armonice care contribuie apreciabil la transportul de energie radiantă prin convenţie se folosesc frecvenţele ν_1 şi ν_2 (Fig. 6) care corespund componentelor armonice cu densităţi de flux $\varphi(\nu_1)$ şi $\varphi(\nu_2)$ egale cu jumătate din densitatea de flux maximă $\varphi(\nu_0)$ corespunzătoare componentei de bază. Domeniul astfel definit se numeşte *semilăţime spectrală* a radiaţiei optice. În conformitate cu această definiţie şi cu tabelul I, folosind (100) în primă aproximaţie putem scrie:

$$\pi\cdot(\nu_0-\nu_1)\cdot\tau=\pi\cdot(\nu_2-\nu_0)\cdot\tau=\frac{1}{2}\pi \qquad (104)$$

Cu ajutorul relaţiilor (104) putem obţine pentru semilăţimea spectrală:

$$\Delta\nu_s=2(\nu_0-\nu_1)=2(\nu_2-\nu_0)=\frac{1}{\tau} \qquad (105)$$

Formula (105) arată că semilăţimea spectrală este invers proporţională cu durata medie a proceselor de emisie individuale ale atomilor care formează sursa de radiaţii. Radiaţia care are compoziţia spectrală exprimată prin (103) se numeşte *radiaţie monocromatică.*

Radiaţia monocromatică este formată din „bucăţi" de cîmp electromagnetic independente una de alta numite *grupuri de unde.* Denumirea de grup de unde dată cîmpului electromagnetic finit în spaţiu şi timp emis de un sistem atomic într-un act de emisie arată că acest cîmp este echivalent cu o infinitate de unde armonice care au frecvenţele de valori cuprinse într-un domeniu de frecvenţe îngust exprimat prin frecvenţa de bază ν_0 şi semilăţimea spectrală $\Delta\nu_s$. Un grup de unde acţionează într-un punct din spaţiul de propagare, intervalul de timp τ şi este localizat în spaţiu pe distanţa:

$$\Delta Lg=c\cdot\tau \qquad (107)$$

Mărimea ΔLg se numeşte lungimea grupului de unde.

Compoziţia spectrală a radiaţiei monocromatice este indicată adesea prin denumirea de *linie spectrală.* În conformitate cu mecanica cuantică un atom sau un ion atomic poate emite mai multe linii spectrale care constituie un spectru de linii. Totodată atomii şi ionii atomici pot emite radiaţii cu frecvenţe care variază continuu într-un domeniu spectral dat mult mai întins decît semilăţimea spectrală a unei linii spectrale. Aceste radiaţii se numesc radiaţii cu spectru continuu. Radiaţii cu spectru continuu emit şi corpurile solide sau lichide incandescente. Gazele moleculare emit un număr foarte mare de linii spectrale care se grupează în benzi şi sisteme de benzi. Radiaţiile emise de sistemele atomice prin compoziţia lor spectrală poartă informaţii asupra structurii microscopice a sistemelor atomice. Prin compoziţia spectrală a radiaţiei emise de o sursă se pot identifica sistemele atomice care formează sursa de radiaţii.

c. *Coerenţa radiaţiilor optice.* Intensitatea cîmpului electric într-un punct din spaţiul de propagare aşa cum este exprimată prin funcţia (73) este o mărime care în timp ia valori la întîmplare. Pentru intervale de timp scurte există însă unele regularităţi în succesiunea valorilor intensităţii de cîmp electric. Astfel, conform cu (73), deoarece $\vec{E}(t)$ variază mult mai lent decît partea reală a factorului complex din această formulă în intervale de timp

scurte, valorile zero ale mărimii $\vec{e}$ se succed periodic în timp cu pulsația ω. Astfel de regularități sînt determinate de faptul că radiația optică este compusă din grupuri de unde de durată și lungime finită. În astfel de grupuri de undă valorile intensităților de cîmp sînt determinate ele putînd fi exprimate prin funcția (68). În aceste condiții este de așteptat ca între intensitățile de cîmp care acționează în două puncte din spațiul de propagare al radiațiilor să poată exista cu anumite probabilități corespondențe de valori, adică aceste valori să fie în anumită măsură corelate. Astfel este posibil ca în ambele puncte să existe probabilitate mare să acționeze simultan intensități de cîmp zero, pozitive și negative sau, cînd într-un punct acționează valori zero, în alt punct să acționeze cu precădere valori pozitive etc. Dacă intensitățile de cîmp care acționează în două puncte din spațiul de propagare satisfac relația:

$$\vec{e}(\vec{R}_1, t_1) = A \cdot \vec{e}(\vec{R}_2, t_2) \qquad (107')$$

unde A este o mărime independentă de timp ele sînt direct proporționale și în consecință *total corelate sau total coerente.*

Din (78) se poate obține:

$$e_x = e_y \cdot \text{tg}\,\gamma \qquad (108)$$

și deoarece γ este independent de timp componentele e_x și e_y sînt total corelate. Rezultă că o radiație liniar polarizată se poate descompune în două componente liniar polarizate total coerente.

Intensitățile de cîmp între valorile cărora nu există nici o corespondență se numesc *total necorelate sau total necoerente.* Componentele liniar polarizate ale radiațiilor nepolarizate sînt total necoerente.

Să admitem că într-un punct M acționează la momentul t' intensitățile de cîmp electric $\vec{e}_1(M, t')$ și $\vec{e}_2(M, t')$. Rezultanta acestora este:

$$\vec{e}(M, t') = \vec{e}_1(M, t') + \vec{e}_2(M, t') \qquad (109)$$

Folosind (109) și (60) putem scrie:

$$\varphi(M) = \frac{1}{c \cdot \mu_0} < (\vec{e}_1 + \vec{e}_2) \cdot (\vec{e}_1 + \vec{e}_2) > = \varphi_1(M) + \varphi_2(M) + 2\Gamma_{12} \qquad (110)$$

unde:

$$\Gamma_{12} = \frac{1}{c \cdot \mu_0} < \vec{e}_1(M, t') \vec{e}_2(M, t') > \qquad (111)$$

În conformitate cu (110) mărimea Γ_{12} este măsurabilă prin intermediul mărimilor φ, φ_1 și φ_2.

Pentru cîmpurile electromagnetice optice total necoerente conform cu (59) putem scrie:

$$(\Gamma_{12})_{\min} = \frac{1}{c \cdot \mu_0} < \vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 > = \frac{1}{c \cdot \mu_0} < \vec{e}_1 > < \vec{e}_2 > = 0 \qquad (112)$$

Pentru cîmpurile electromagnetice optice total corelate folosind, (107) și (60), putem scrie (111) sub forma:

$$(\Gamma_{12})_{\max} = \frac{1}{A^2} \varphi_1(M) = A^2 \varphi_2(M) = \sqrt{\varphi_1(M) \varphi_2(M)} \qquad (113)$$

Din (112) rezultă că valoarea zero a funcției Γ_{12} corespunde unor intensități de cîmp total necoerente iar în conformitate cu (113) valoarea cea mai mare a acestei funcții corespunde unor cîmpuri electromagnetice cu intensități de cîmp total corelate. Funcția, prin valorile ei din domeniul cuprins între $(\Gamma_{12})_{min}$ și $(\Gamma_{12})_{max}$, poate exprima diferite corelații între valorile intensităților de cîmp ale undelor electromagnetice optice și se numește *funcție de corelare* sau *funcție de coerență* a radiațiilor optice.

În cazul radiațiilor optice se poate exprima coerența intensităților de cîmp electric care acționează simultan în două puncte de pe aceeași rază sau într-un punct la momente de timp diferite. În aceste cazuri se spune că se exprimă *coerența temporală* a radiațiilor optice. Coerența se numește *coerență spațială* cînd se referă la intensitatea de cîmp electric care acționează în două puncte care nu se află pe aceeași rază.

În cele ce urmează sînt prezentate experimente imaginate pentru determinarea coerenței temporale și a coerenței spațiale a radiațiilor optice.

d. *Determinarea coerenței temporale a radiațiilor optice.* Să luăm în considerare un experiment organizat așa cum rezultă din schema prezentată în Fig. 7.

În acest experiment intensitățile de cîmp electric $\vec{e}(M_2, t)$ care acționează la momentul t, în punctul M_2 de pe raza M_1M_2 sînt divizate de divizorul D în două, conform cu egalitățile:

$$\vec{e}_1(M_2, t) = A_1 \cdot \vec{e}(M_2, t),$$
$$\vec{e}_2(M_2, t) = A_2 \cdot \vec{e}(M_2, t) \qquad (114)$$

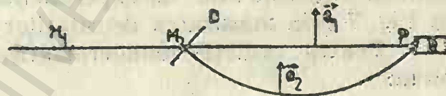


Fig. 7

Intensitățile de cîmp electric $\vec{e}_1$ și $\vec{e}_2$ după ce parcurg drumuri diferite acționează în punctul P în care, în conformitate cu (110) și (111), produc densitatea de flux

$$\varphi(P) = \varphi_1(P) + \varphi_2(P) + 2\Gamma_{12} \qquad (115)$$

unde

$$\Gamma_{12} = \frac{1}{c \cdot \mu_0} < \vec{e}_1(P, t') \cdot \vec{e}_2(P, t') > \qquad (116)$$

Dacă valorile de intensități de cîmp $\vec{e}_1$ și $\vec{e}_2$ nu se modifică în timpul propagării din M_2 în P (admițînd că drumul parcurs de $\vec{e}_1$ durează mai puțin decît drumul parcurs de $\vec{e}_2$) putem scrie:

$$\vec{e}_1(P, t') = \vec{e}_1(M_2, t) \quad \vec{e}_2(P, t') = \vec{e}_2(M_2, t - \Delta t) \qquad (117)$$

Egalitățile (117) exprimă faptul că intensitățile de cîmp care acționează simultan în P acționează în M_2 succesiv după intervalul de timp Δt. Folosind (114) și (117) putem scrie (116) sub forma:

$$\Gamma_{12} = \frac{1}{c \cdot \mu_0} A_1 A_2 < \vec{e}(M_2 t) \vec{e}(M_2, t - \Delta t) > \qquad (117)$$

Cu ajutorul formulei (60) și (117) și egalitățile (114) putem obține pentru radiații staționare

$$A_1 = \sqrt{\frac{\varphi_1(P)}{\varphi(M_2)}}, \quad A_2 = \sqrt{\frac{\varphi_2(P)}{\varphi(M_2)}} \tag{118}$$

Folosind (117) și (118) putem scrie (115) sub forma:

$$\varphi(P) = \varphi_1(P) + \varphi_2(P) + 2\frac{\sqrt{\varphi_1(P)\varphi_2(P)}}{\varphi(M_2)}\Gamma_{11}(\Delta t) \tag{119}$$

unde:

$$\Gamma_{11}(\Delta t) = \frac{1}{c\cdot\mu_0} < \vec{e}(M_2, t)\cdot\vec{e}(M_2, t-\Delta t) > \tag{120}$$

Funcția $\Gamma_{11}(\Delta t)$ exprimă coerența intensităților de cîmp electric care acționează într-un punct M_2 succesiv la momente de timp care sînt separate de intervalul Δt și se numește funcție de *coerență temporală*. Această funcție exprimă totodată coerența intensităților de cîmp electric care acționează simultan în două puncte M_1 și M_2 (Fig. 7) situate pe aceeași rază la distanța:

$$M_1M_2 = v\cdot\Delta t \tag{121}$$

unde v este viteza de propagare a radiației optice.

În conformitate cu (120) funcția de coerență temporală poate fi determinată experimental în experimente analoage cu cel prezentat schematic în Fig. 7 prin măsurarea densităților de flux $\varphi(P)$, $\varphi(M_2)$, $\varphi_1(P)$ și $\varphi_2(P)$.

Pentru radiații monocromatice folosind (73) putem scrie (120) sub forma:

$$\Gamma_{11}(\Delta t) = \frac{1}{c\cdot\mu_0} < \vec{E}(M_2, t)\cdot\vec{E}(M_2, t-\Delta t)\cos\omega t\cdot\cos\omega(t-\Delta t) > =$$

$$= \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{c\cdot\mu_0} < \vec{E}(M_2 t)\cdot\vec{E}(M_2, t-\Delta t)\cdot\cos\omega\cdot(2t-\Delta t) > + \tag{122}$$

$$+ \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{c\cdot\mu_0} < \vec{E}(M_2, t)\cdot\vec{E}(M_2, -\Delta t) > \cdot\cos\omega\Delta t$$

Primul termen din (122) (unde E_1 și E_2 variază încet) are valoarea zero și putem scrie:

$$\Gamma_{11}(\Delta t) = \Gamma_{11}^{\circ}(\Delta t)\cos\omega\Delta t \tag{123}$$

unde

$$\Gamma_{11}^{\circ}(\Delta t) = \frac{1}{2}\frac{1}{c\cdot\mu_0} < \vec{E}(M\, t)\cdot\vec{E}(M_2, t-\Delta t) > \tag{124}$$

Formula (123) arată că în cazul radiațiilor monocromatice funcția de coerență temporală este funcție periodică de intervalul de timp Δt avînd amplitudinea $\Gamma_{11}^{\circ}(\Delta t)$. În astfel de cazuri coerența poate fi exprimată prin mărimea:

$$\gamma_{11}(\Delta t) = \frac{\Gamma_{11}^{\circ}(\Delta t)}{\Gamma_{11}^{\circ}(0)} \tag{125}$$

numită grad de coerență temporală. În conformitate cu (125) valoarea

$$\gamma_{11}(0) = 1 \tag{126}$$

exprimă coerenţa temporală totală a valorilor intensităţilor de cîmp electric iar valoarea

$$\gamma_{11}(\Delta t_M)=0 \quad (127)$$

lipsa totală de coerenţă.

Mărimea Δt_M de valoare cea mai mică pentru care este satisfăcută egalitatea (127) se numeşte *durată de coerenţă* a radiaţiilor optice iar mărimea

$$\Delta L_M = v\cdot\Delta t_M \quad (128)$$

se numeşte *lungime de coerenţă* a radiaţiilor optice.

β. *Determinarea coerenţei spaţiale a radiaţiilor optice,* în principiu, poate fi realizată într-un experiment ca cel prezentat schematic în Fig. 8.

În acest experiment, cu ajutorul unui ecran opac în care există două orificii transparente, se separă intensităţile de cîmp $\vec{e}_1(M_1,t)$ şi $\vec{e}_2(M_2, t-\Delta t)$ care acţionează în punctele M_1 respectiv M_2 din spaţiul de propagare. Aceste intensităţi de cîmp după ce parcurg drumurile L_1 şi respectiv L_2 acţionează în P şi conform cu (110) şi (111) produc densitatea de flux:

$$\varphi(P)=\varphi_1(P)+\varphi_2(P)+2\Gamma_{12}(M_1, M_2\Delta t) \quad (129)$$

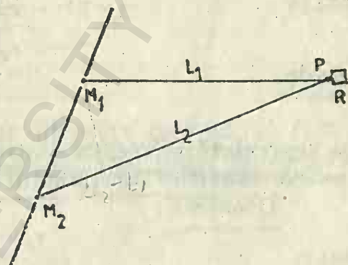


Fig. 8

unde

$$\Gamma_{12}(M_1, M_2, \Delta t)=\frac{1}{c\cdot\mu_0}\langle\vec{e}_1(M_1, t), \vec{e}_2(M_2, t-\Delta t)\rangle \quad (130)$$

În (129) şi (130) intervalul de timp Δt este determinat prin formula:

$$\Delta t=\frac{L_2-L_1}{v} \quad (131)$$

Dacă punctul P este astfel ales încît $L_2=L_1$ atunci funcţia $\Gamma_{12}(M_1, M_2, 0)$ exprimă coerenţa intensităţilor de cîmp electric care acţionează simultan în punctele M_1 şi M_2. Dacă $\Delta t\neq 0$ $(L_2\neq L_1)$, atunci funcţia (130) exprimă coerenţa intensităţilor de cîmp electric care acţionează în punctele M_1 şi M_2 la momente decalate cu intervalul Δt.

2.6. Radiaţii optice total polarizate

Radiaţiile optice total polarizate sînt de trei tipuri: liniar polarizate, eliptic polarizate şi circular polarizate. Caracteristicile radiaţiilor liniar polarizate au fost prezentate în (2.5 a). Radiaţia liniar polarizată se poate descompune într-un punct A după două direcţii ortogonale în componente care satisfac egalitatea:

$$\operatorname{tg}\gamma_A=\frac{e_x(A\cdot t_0)}{e_y(A\cdot t_0)}=\frac{E_x(A\cdot t_0)}{E_y(A\cdot t_0)} \quad (132)$$

unde γ_A este azimutul intensităţii de cîmp a radiaţiei liniar polarizate, iar E_x şi E_y amplitudinile componentelor e_x şi e_y. Mărimea γ_A este independentă

de timp. Dacă din punctul A componentele e_x şi e_y ale intensităţii cîmpului electric se propagă cu viteze diferite pînă într-un punct B, fazele lor se vor modifica în mod diferit, fapt ce poate fi exprimat prin formulele:

$$\begin{aligned} e_x(B, t) &= e_x(A, t_0) \cdot e^{i\Delta\Psi_x} \\ e_y(B, t) &= e_y(A, t_0) \cdot e^{i\Delta\Psi_y} \end{aligned} \tag{133}$$

Dacă în procesul de propagare amplitudinile acestor componente nu se modifică putem scrie:

$$E_x(B, t) = E_x(A \cdot t_0), \qquad E_y(B, t) = E_y(A \cdot t_0) \tag{134}$$

Folosind (133) şi (134) putem scrie:

$$\frac{e_x(B, t)}{e_y(B, t)} = \frac{E_x(B, t)}{E_y(B, t)} e^{i\Delta\Psi} \tag{135}$$

unde:

$$\Delta\psi = \Delta\psi_x - \Delta\psi_y \tag{136}$$

şi reprezintă diferenţa dintre fazele intensităţilor de cîmp e_x şi e_y care acţionează simultan în punctul B.

Deoarece:

$$e_x = e_x^r + i e_x^i, \qquad e_y = e_y^r + i e_y^i \tag{137}$$

folosind formula ($e^{i\Delta\Psi} = \cos\Delta\psi + i \sin\Delta\psi$) şi separînd părţile reale din (135) putem obţine relaţia:

$$\frac{e_x^r}{E_x} - \frac{e_y^r}{E_y} \cos\Delta\psi = -\frac{e_y^i}{E_y} \sin\Delta\psi \tag{138}$$

Pentru a elimina e_y^i din (138) putem, folosi relaţia:

$$E_y^2 = (e_y^r)^2 + (e_y^i)^2 \tag{139}$$

Din (138) şi (139) se poate obţine:

$$\frac{(e_x^r)^2}{E_x^2} + \frac{(e_y^r)^2}{E_y^2} - 2\frac{e_x^r \cdot e_y^r}{E_x E_y} \cos\Delta\psi = \sin^2\Delta\psi \tag{140}$$

Intensitatea de cîmp electric totală în punctul B este:

$$\vec{e}(B, t) = e_x^r(B, t) \cdot \vec{i} + e_y^r(B, t) \cdot \vec{j} \tag{141}$$

şi are azimutul dat de formula:

$$\operatorname{tg}\gamma_B = \frac{e_x^r(B, t)}{e_y^r(B, t)} \tag{142}$$

Din (140), (141) şi (142) rezultă următoarele:

α. Dacă:

$$\Delta\psi = 2m\pi \qquad (m = 0, 1, 2, \ldots) \tag{143}$$

din (140) şi (142) se obţine:

$$\operatorname{tg}\gamma_B = \frac{e_x^r(B, t)}{e_y^r(B, t)} = \frac{E_x(B, t)}{E_y(B, t)} \tag{144}$$

Din (144), (134) şi (132) rezultă:

$$\gamma_B = \gamma_A \tag{145}$$

În consecinţă, dacă diferenţa de fază $\Delta\psi$ (138) introdusă în timpul propagării radiaţiei de la punctul A la punctul B este un număr par de π starea de polarizare în B este aceeaşi ca în A.

β. Dacă:

$$\Delta\psi = (2m+1)\pi \qquad (m = 0, 1, 2, \ldots) \tag{145'}$$

din (140), (132) şi (134) se obţine:

$$\operatorname{tg}\gamma_B = \frac{e_x^r(B, t)}{e_y^r(B, t)} = -\frac{E_x(B, t)}{E_y(B, t)} = -\operatorname{tg}\gamma_A \tag{146}$$

şi deci:

$$\gamma_B = 2\pi - \gamma_A \tag{147}$$

În conformitate cu (145) şi (147), dacă în B diferenţa de fază $\Delta\psi$ (138) este egală cu un număr impar de π radiaţia în punct este liniar polarizată dar azimutul ei se modifică de la γ la $2\pi - \gamma$.

γ. Dacă:

$$\Delta\psi = (2m+1)\frac{\pi}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \ldots) \tag{148}$$

atunci din (140) rezultă:

$$\frac{(e_x^r)^2}{E_x^2} + \frac{(e_y^r)^2}{E_y^2} = 1 \tag{149}$$

Ecuaţia (149) poate fi scrisă parametric sub forma:

$$\begin{aligned} e_x^r &= \pm E_x(B, t)\sin\omega\cdot t \\ e_y^r &= \pm E_y(B, t)\cos\omega\cdot t \end{aligned} \tag{150}$$

Folosind (150) putem scrie (141) sub forma:

$$e = \pm E_x(B, t)\sin\omega\cdot t\,\vec{i} \pm E_y(B, t)\cos\omega\cdot t\,\vec{j} \tag{151}$$

Din (151) rezultă că intensitatea cîmpului electric $\vec{e}$ în punctul B se roteşte avînd azimutul:

$$\gamma_B = \pm\omega\, t \tag{152}$$

iar vîrful vectorului $\vec{e}$ descrie o elipsă (149).

Radiaţia optică în care intensitatea cîmpului electric în punctele din spaţiul de propagare se roteşte cu viteza unghiulară ω iar vîrful ei descrie o elipsă se numeşte *radiaţie eliptic polarizată*. Elipsa pe care o parcurge vîrful vectorului intensitate cîmp electric într-o radiaţie eliptic polarizată se numeşte *elipsă de polarizare*. Semiaxele elipsei de polarizare E_x, E_y sînt determinate de amplitudinea intensităţii cîmpului electric liniar polarizat şi de azimutul acesteia (132).

În condiţiile (148), elipsa de polarizare este orientată cu semiaxele paralele cu axele Ox şi Oy. Dacă vectorul viteză unghiulară

$$\vec{\omega} = \omega\cdot\vec{N} \tag{153}$$

(unde $\vec{N}$ este versorul normalei la suprafaţa de fază constantă) este orientat în sensul de propagare a suprafeţelor de fază constantă, radiaţia este *eliptic polarizată stînga.*

δ. Dacă

$$\overleftarrow{\omega}=-\omega\cdot\vec{N} \tag{154}$$

atunci radiaţia este eliptic polarizată dreapta.

ε. Dacă în condiţiile (148)

$$\gamma_A=45°,\ E_x=E_y=E_0 \tag{155}$$

atunci din (149) şi (151) rezultă:

$$(e_x^r)^2+(e_y^r)^2=e^2 \tag{156}$$

$$\vec{e}=e_0(\sin\omega\cdot t\ \vec{i}+\cos\omega\cdot t\vec{j}). \tag{156'}$$

În condiţiile (155) vîrful vectorului intensitate de cîmp electric în rotaţia lui cu viteză unghiulară ω descrie un cerc. Radiaţia optică în care intensitatea cîmpului electric se roteşte cu viteza unghiulară ω iar vîrful vectorului intensitate de cîmp electric descrie un cerc se numeşte *radiaţie circular polarizată.* Avem radiaţie *circular polarizată stînga* (153) şi radiaţie *circular polarizată dreapta.*

ξ. Dacă

$$\Delta\psi\neq m\cdot\pi,\qquad \Delta\psi\neq(2m+1)\frac{\pi}{2} \tag{157}$$

în conformitate cu (140), radiaţia este eliptic polarizată, avînd elipsă de polarizare cu semiaxele rotite faţă de sistemul de axe de coordonate xOy, după care se face descompunerea radiaţiei iniţiale liniar polarizate.

În toate cazurile prezentate mai sus, dacă radiaţia este monocromatică, semiaxele elipselor de polarizare (raza cercului de polarizare) variază lent în timp aleator.

În domeniul opticii, diferite tipuri de radiaţii total polarizate, eliptic sau circular, se pot obţine numai prin descompunerea unei radiaţii total polarizate pe două direcţii ortogonale şi defazarea în mod convenabil a componentelor obţinute.

2.7. Propagarea undelor electromagnetice optice plane armonice în substanţă

a. *Noţiuni de bază*

După structura lor putem deosebi:

α. Substanţe amorfe. Substanţele amorfe au caracteristic dispunerea haotică în spaţiu a elementelor de structură cum ar fi: sisteme atomice, grupuri de sisteme atomice, microcristale etc. Din această categorie de substanţe fac parte: diverse sorturi de sticlă, unele aliaje, săruri, substanţe polimere, majoritatea substanţelor lichide şi gazele. Pentru astfel de substanţe, dacă sînt neglijate efectele magnetice ale cîmpurilor electromagnetice optice, în aproximaţia efectelor liniare pot fi folosite formulele:

$$\rho=\rho_p+\rho_c,\ \rho_p=-\nabla\vec{P} \tag{157}$$

$$\vec{\mathfrak{J}}=\vec{\mathfrak{J}}_p+\vec{\mathfrak{J}}_c, \quad \vec{\mathfrak{J}}_p=\frac{\partial \vec{P}}{\partial t}, \quad \vec{\mathfrak{J}}_c=\sigma\cdot\vec{e} \tag{158}$$

$$\vec{P}=\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)\cdot\vec{e} \tag{159}$$

unde $\vec{e}$ este intensitatea medie a cîmpului electric în interiorul substanței, $\vec{P}$ polarizația substanței, ρ_c densitatea de sarcină electrică de conducție (liberă), $\vec{\mathfrak{J}}_p$ densitatea de curent electric de polarizație, $\vec{\mathfrak{J}}_c$ densitatea de curent electric de conducție, ε_r permitivitatea electrică relativă a substanței iar σ conductivitatea ei electrică.

β. *Substanțe cristaline.* Substanțele cristaline au caracteristic dispunerea ordonată în spațiu a grupelor de sisteme atomice numite „bază" care formează substanța. Bazele sînt astfel așezate în spațiu încît pe trei direcții formează structuri periodice. Pozițiile bazelor în spațiu sînt marcate prin puncte numite noduri. Totalitatea nodurilor formează rețeaua cristalină a substanței. Rețelele cristaline fiind sisteme ordonate de puncte prezintă elemente de simetrie cum sînt: axe de simetrie și plane de simetrie. O rețea cristalină prezintă o axă de simetrie de ordinul n (notată C_n) dacă are numai noduri care sînt situate pe o dreaptă Δ cîte n noduri situate pe cercuri ortogonale la dreapta Δ, cu centrele pe Δ astfel poziționate încît arcele delimitate de două noduri vecine de pe un cerc să corespundă la un unghi la centru de valoare $\varphi_n=\frac{2\pi}{n}$. Rețeaua cristalină are un plan de simetrie π_s dacă are numai noduri situate în planul π_s și un număr egal de noduri de o parte și de alta a planului π_s care, două cîte două (unul de o parte iar celălalt de cealaltă parte a planului), sînt situate pe aceeași normală la planul π_s la distanțe egale de plan.

Procesele electromagnetice care au loc în substanțe cristaline pot fi studiate într-un sistem de axe de coordonate triortogonale a, b, c din care una (ex. Oc) coincide cu axa de simetrie de ordin maxim a rețelei cristaline a substanței. În astfel de sisteme de coordonate, tensorul permitivității electrice are maximum trei componente:

$$\varepsilon_a=\varepsilon_{ra}\cdot\varepsilon_0; \quad \varepsilon_b=\varepsilon_{rb}\cdot\varepsilon_0; \quad \varepsilon_c=\varepsilon_{rc}\cdot\varepsilon_0 \tag{160}$$

Sistemul de coordonate pentru care tensorul permitivității electrice are maximum trei componente se numește *sistem de axe de coordonate principale ale substanței.* Mărimile ε_a, ε_b, ε_c se numesc permitivități electrice principale ale substanței.

Există trei categorii de substanțe cristaline:

i. *Substanțe cristaline cu rețele de simetrie redusă.* Rețelele cristaline de simetrie redusă sînt acele care nu au nici o axă de simetrie de ordin $\geqslant 3$. Pentru astfel de substanțe

$$\varepsilon_{ra}\neq\varepsilon_{rb}\neq\varepsilon_{rc} \tag{161}$$

$$\vec{P}=P_a\vec{a}_0+P_b\vec{b}_0+P_c\vec{c}_0 \tag{162}$$

unde: $\vec{P}_a=\varepsilon_0(\varepsilon_{ra}-1)\cdot\vec{e}_a$; $\vec{P}_b=\varepsilon_0(\varepsilon_{rb}-1)\vec{e}_b$

$$\vec{P}_c=\varepsilon_0(\varepsilon_{rc}-1)\vec{e}_c \tag{163}$$

În (162) $\vec{a}_0$, $\vec{b}_0$, $\vec{c}_0$ sînt versorii direcțiilor axelor de coordonate principale iar $\vec{e}(e_a, e_b, e_c)$ intensitatea cîmpului electric. În astfel de substanțe pot fi folosite formulele (157), (158) (fără $\vec{\mathcal{J}}_c = \sigma \cdot \vec{e}$).

ii. *Substanțe cu rețele cristaline de simetrie mijlocie.* Rețelele de simetrie mijlocie sînt acelea care au o singură axă de simetrie de ordinul $n \geq 3$. Pentru astfel de substanțe axa Cc coincide cu axa de simetrie de ordinul $n \geq 3$ și avem :

$$\varepsilon_{ra} = \varepsilon_{rb} = \varepsilon_{r0}, \quad \varepsilon_{rc} = \varepsilon_{re} \tag{164}$$

iii. *Substanțe cu rețele cristaline de simetrie mare.* Rețelele cristaline de simetrie mare sînt acelea care au două sau mai multe axe de simetrie de ordinul $n \geq 3$. Pentru astfel de substanțe :

$$\varepsilon_{ra} = \varepsilon_{rb} = \varepsilon_{rc} = \varepsilon_r. \tag{165}$$

Aceste substanțe se comportă din punct de vedere electric la fel cu substanțele amorfe.

b. *Propagarea undelor electromagnetice optice armonice plane în substanțe dielectrice omogene.* Substanțele dielectrice sînt caracterizate din punct de vedere electric prin aceea că numărul purtătorilor de sarcini electrice libere este neglijabil. În aceste condiții în primă aproximație :

$$\rho_c = 0 \, ; \qquad \sigma = 0 \, ; \qquad \mathcal{J}_c = 0 \tag{166}$$

Ținînd seama de (166) și folosind și (157) și (158) putem scrie ecuațiile lui Maxwell pentru dielectrici din (2.1) sub forma :

$$\begin{aligned} &\text{I} \quad \nabla \times \vec{e} = -\frac{\partial \vec{b}}{\partial t}; &&\text{II} \quad \nabla \times \vec{b} = \mu_0 \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} + \varepsilon_0 \cdot \mu_0 \frac{\partial \vec{e}}{\partial t} \\ &\text{III} \quad \varepsilon_0 \cdot \nabla \cdot \vec{e} = -\nabla \cdot \vec{P} &&\text{IV} \quad \nabla \cdot \vec{b} = 0 \end{aligned} \tag{167}$$

Să admitem că în interiorul substanței dielectrice intensitatea medie de cîmp electric pentru o undă armonică plană poate fi exprimată prin funcția :

$$\vec{e} = \vec{E} \cdot e^{i(\omega \cdot t - \vec{k} \cdot \vec{R} + \psi_0)} \tag{168}$$

În conformitate cu (168) și ecuația I (167) inducția magnetică poate fi exprimată prin funcția :

$$\vec{b} = \vec{B} \cdot e^{i(\omega \cdot t - \vec{k}\vec{R} + \psi_0)} \tag{169}$$

unde :

$$\vec{B} = \frac{1}{\omega} (\vec{k} \times \vec{E}) \tag{170}$$

Din ecuația II (167) rezultă că în medii dielectrice polarizația poate fi exprimată prin funcția :

$$\vec{P} = \vec{P}_0 e^{i(\omega \cdot t - \vec{k}\vec{R} + \psi_0)} \tag{171}$$

dacă $\vec{P}_0$ satisface relația :

$$(\vec{B} \times \vec{k}) = \mu_0 \cdot \omega \cdot \vec{P}_0 + \mu_0 \cdot \varepsilon_0 \cdot \omega \cdot \vec{E} \tag{172}$$

Ținînd seama de (171) și (172) se poate afirma că în procesul de propagare a undei electromagnetice în substanță aceasta este însoțită de o undă de polarizație care are în fiecare punct aceeași fază ca și intensitatea de cîmp electric și inducția magnetică (v. 171, 169 și 168).

Propagarea energiei în substanță este exprimată prin vectorul lui Poynting (2.56)

$$\vec{S}=S\cdot\vec{S}_0=\frac{1}{\mu_0}(\vec{b}\times\vec{e}) \tag{173}$$

Caracteristicile undelor electromagnetice optice armonice plane, în propagarea lor prin substanțe dielectrice, sînt exprimate prin funcțiile (168), (169) și (171) și de ecuațiile (170) și 172).

c. *Propagarea undelor electromagnetice optice armonice plane în substanțe izotrope omogene.* Substanțele amorfe și cu rețea cristalină de simetrie mare sînt așa cum rezultă din formulele (158) și (159) izotrope din punct de vedere electric. Astfel, oricare ar fi orientarea intensității cîmpului electric, polarizația este coliniară cu ea (159). În aceste condiții, folosind (159) și (8) putem scrie (170) și (172) sub forma :

$$\vec{B}=\frac{1}{\omega}(\vec{k}\times\vec{E}),\qquad \vec{E}=\frac{c^2}{\omega\cdot\varepsilon_r}(\vec{B}\times\vec{k}) \tag{174}$$

Din (174) rezultă că în cazul propagării undelor electromagnetice prin substanțe dielectrice izotrope și omogene, în fiecare punct din spațiul de propagare, vectorii $\vec{E}$, $\vec{B}$ și $\vec{k}$ formează un triedru drept, așa cum este prezentat în Fig. 9, unde, conform cu relația (159), vectorul $\vec{P}_0$ este reprezentat ca fiind coliniar cu $\vec{E}$. Așa cum rezultă din (173) vectorul lui Poynting are aceeași direcție și sens cu vectorul de undă $\vec{k}$. *În substanțe dielectrice izotrope și omogene energia se propagă pe direcție normală la suprafața de fază constantă deoarece :*

$$\vec{S}_0=\vec{N} \tag{175}$$

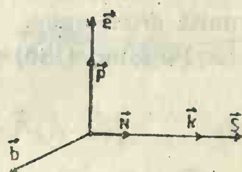


Fig. 9

Fiindcă vectorii $\vec{E}$, $\vec{B}$ și $\vec{k}$ sînt ortogonali între ei, ținînd seama de (17) putem scrie (174) sub forma :

$$B=\frac{k}{c\cdot k_0}E,\qquad E=\frac{k\cdot c}{k_0\cdot\varepsilon_r}B \tag{176}$$

Din (176) putem obține :

$$k=k_0\sqrt{\varepsilon_r},\qquad B=\frac{\sqrt{\varepsilon_r}}{c}\cdot E \tag{177}$$

Pentru unde plane conform cu (25) putem scrie :

$$v=\frac{\omega}{k},\qquad k=\frac{\omega}{v}=\frac{2\pi}{\lambda} \tag{178}$$

Din (177) şi (178) rezultă:

$$n=\frac{c}{v}=\sqrt{\varepsilon_r}, \qquad k=n\cdot k_0, \qquad \lambda=\frac{\lambda_0}{n} \tag{179}$$

În (179), n este o mărime numeric egală cu raportul între viteza de propagare a suprafeţelor de fază constantă ale undei electromagnetice optice în vid şi viteza de propagare a lor în substanţă. Această mărime se numeşte *indice de refracţie a substanţei*.

Indicele de refracţie (179) este determinat (dacă se neglijează efectele magnetice) de permitivitatea electrică relativă a substanţei. Deoarece ε_r are aceeaşi valoare pentru toate direcţiile de acţiune a intensităţii cîmpului electric (substanţă izotropă din punct de vedere electric), indicele de refracţie şi viteza de fază au aceeaşi valoare pentru toate direcţiile de propagare. Substanţele pentru care n are aceeaşi valoare în toate direcţiile sînt izotrope din punct de vedere optic. Folosind (179) putem scrie (178) sub forma:

$$B=\frac{n}{c}\cdot E=\frac{1}{v}\cdot E \tag{180}$$

Ţinînd seama de (179) şi (53) putem scrie (168) sub forma:

$$\vec{e}=\vec{E}\,e^{i(\omega\cdot t-k_0\cdot n\cdot L+\psi_0)} \tag{181}$$

Din (181) rezultă că în procesul de propagare în substanţă, cînd unda parcurge drumul geometric L, modificarea de fază este determinată de mărimea:

$$(L)=nL \tag{182}$$

numită *drum optic*.

Folosind (180) şi $(\vec{E}\perp\vec{B})$ putem scrie (173) sub forma:

$$\vec{S}=\frac{n}{\mu_0\cdot c}\,e^2\cdot\vec{S}_0=\frac{1}{v\cdot\mu_0}\,e^2\cdot\vec{S}_0 \tag{183}$$

d. *Propagarea suprafeţelor de fază constantă ale undelor electromagnetice armonice plane în substanţe dielectrice anizotrope omogene.*

Pentru substanţe dielectrice şi reţele cristaline de simetrie mică şi mijlocie, vectorul polarizaţie nu este colinear cu intensitatea cîmpului electric [v. relaţiile (161), (162) şi (163)]. Pentru astfel de substanţe permitivitatea electrică are valori dependente de direcţia de acţiune a intensităţii cîmpului electric. Ele sînt anizotrope din punct de vedere electric. Folosind funcţiile (168), (169) şi (171) putem scrie ecuaţiile lui Maxwell (167) [v. (170) şi (172)] sub forma:

$$\begin{aligned} &\text{I} \quad \vec{B}=\frac{1}{\omega}(\vec{k}\times\vec{E}) && \text{II} \quad (\vec{P}_0+\varepsilon_0\vec{E})=\frac{1}{\mu_0\cdot\omega}(\vec{B}\times\vec{k}) \\ &\text{III} \quad \varepsilon_0(\vec{k}\cdot\vec{E})=-(\vec{k}\cdot\vec{P}_0) && \text{IV} \quad (\vec{k}\cdot\vec{B})=0 \end{aligned} \tag{184}$$

Din ecuaţiile (183) şi (184) rezultă orientarea reciprocă a vectorilor $\vec{E}$, $\vec{B}$, $\vec{P}_0$ şi $\vec{k}$ într-o undă plană armonică care se propagă într-o substanţă anizo-

tropă. Aşa cum este reprezentat în Fig. 10, vectorul $\vec{B}$ este ortogonal pe planul determinat de $\vec{k}$ şi $\vec{E}$ (v. ecuaţia I). Vectorul $\vec{P}_0+\varepsilon_0\cdot\vec{E}$ cu direcţia exprimată prin versorul $\vec{p}_0$. de componente:

$$\alpha_p=\frac{P_a+\varepsilon_0 E_a}{|\vec{P}+\varepsilon_0\vec{E}|},\quad \beta_p=\frac{P_b+\varepsilon_0 E_b}{|\vec{P}+\varepsilon_0\vec{E}|},\quad \gamma_p=\frac{P_c+\varepsilon_0 E_c}{|\vec{P}+\varepsilon_0\vec{E}|} \tag{185}$$

este ortogonal pe planul π_p determinat de vectorii $\vec{B}$ şi $\vec{k}$ (v. ecuaţia II). Planul π_p determinat de $\vec{B}$ şi $\vec{k}$ se numeşte plan de polarizare. Versorul $\vec{p}_0(\alpha_p, \beta_p, \gamma_p)$ este versorul normalei la planul de polarizare. Planul π_v determinat de $\vec{k}$ şi $\vec{E}$ se numeşte plan de vibraţie. Planul de vibraţie este ortogonal la planul de polarizare. Versorul normalei la planul de vibraţie este acelaşi cu versorul inducţiei magnetice. În conformitate cu ecuaţia III şi II vectorii $\varepsilon_0\vec{E}$ şi $\vec{P}$ sînt coplanari în planul de vibraţie şi au proiecţiile pe direcţia vectorului $\vec{k}$ de valori egale.

Vectorul lui Poynting (173) este ortogonal pe planul determinat de $\vec{B}$ şi $\vec{E}$ şi coplanar cu $\vec{E}$ şi $\vec{k}$.

După cum rezultă din Fig. 10 în substanţe anizotrope energia nu se propagă pe direcţia de mişcare a suprafeţelor de fază constantă. Folosind formula:

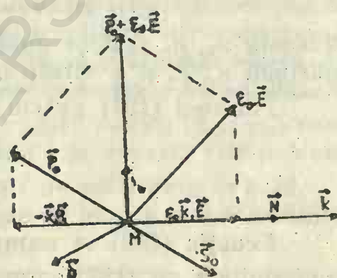


Fig. 10

$$\vec{k}=k\cdot\vec{N} \tag{186}$$

[unde $\vec{N}(\alpha, \beta, \gamma)$ este versorul normalei la suprafaţa de fază constantă a undei plane] şi înmulţind I (183) vectorial, în dreapta cu $\vec{k}$ şi folosind ecuaţia II (183) putem obţine ecuaţia:

$$(\vec{P}_0+\varepsilon_0\vec{E})=\frac{1}{\mu_0\cdot\omega^2}(\vec{k}\times\vec{E}\times\vec{k})=\frac{k^2}{\mu_0\cdot\omega^2}[\vec{E}-\vec{N}(\vec{N}\cdot\vec{E})] \tag{187}$$

Ţinînd seama de faptul că $\vec{N}$ este ortogonal pe vectorul $(\vec{P}+\varepsilon_0\vec{E})$ dacă înmulţim scalar (187) cu acest vector putem obţine ecuaţia:

$$\mu_0\frac{\omega^2}{k^2}(\vec{P}_0+\varepsilon_0\vec{E})^2=\vec{E}(\vec{P}_0+\varepsilon_0\vec{E}) \tag{188}$$

Folosind formulele (8), (178), (179) şi (163) în sistemul de coordonate principale se poate obţine din (188)

$$\frac{1}{n^2}=\frac{1}{\varepsilon_{ra}}\frac{(P_a+\varepsilon_0\cdot E_a)^2}{|\vec{P}+\varepsilon_0\cdot\vec{E}|^2}+\frac{1}{\varepsilon_{rb}}\frac{(P_b+\varepsilon_0\cdot E_b)}{|\vec{P}+\varepsilon_0\cdot\vec{E}|^2}+\frac{1}{\varepsilon_{rc}}\frac{(P_c+\varepsilon_0\cdot E_c)^2}{|\vec{P}+\varepsilon_0\cdot\vec{E}|^2} \tag{189}$$

Din (185) şi (189) rezultă:

$$\frac{1}{n^2}=\frac{\alpha_p^2}{\varepsilon_{ra}}+\frac{\beta_p^2}{\varepsilon_{rb}}+\frac{\gamma_p^2}{\varepsilon_{rc}} \tag{190}$$

Ecuația (190) ne arată că în substanțe dielectrice anizotrope din punct de vedere electric, indicele de refracție (viteza de fază) depinde de orientarea planului de polarizare a undei plane (de componentele α_p, β_p, γ_p ale versorului $\vec{p}_0$). Rezultă că substanțele anizotrope din punct de vedere electric sînt anizotrope și din punct de vedere optic.

Dacă planul de polarizare este paralel cu unul din planele de coordonate principale din (190) se obține pentru:

$$\begin{aligned} &\alpha_p=1, \quad \beta_p=0, \quad \gamma_p=0, \quad n_a=\frac{c}{v_a}=\sqrt{\varepsilon_{ra}} \\ &\alpha_p=0, \quad \beta_p=1, \quad \gamma_p=0, \quad n_b=\frac{c}{v_b}=\sqrt{\varepsilon_{rb}} \\ &\alpha_p=0, \quad \beta_p=0, \quad \gamma_p=1, \quad n_c=\frac{c}{v_c}=\sqrt{\varepsilon_{rc}} \end{aligned} \tag{191}$$

Mărimile n_a, n_b și n_c se numesc indici de refracție principali ai substanței iar mărimile v_a, v_b și v_c viteze de fază principale.

Folosind (191) putem scrie (190) sub forma:

$$\frac{1}{n^2}=\frac{\alpha_p^2}{n_a^2}+\frac{\beta_p^2}{n_b^2}+\frac{\gamma_p^2}{n_c^2} \tag{192}$$

Ecuația (192) se numește *ecuația elipsoidului indicilor de refracție*. În conformitate cu (192) numai o undă polarizată liniar ($\vec{p}_0$ independent de timp) poate să se propage cu viteză dată constantă în timp. Din (192) rezultă de asemenea că într-o substanță anizotropă pentru orientarea determinată a planului de polarizare ($\vec{p}_0$ dat, undă liniară polarizată) a unei unde armonice există o viteză de fază bine determinată. Proiectînd ecuația (187) pe axele principale de coordonate și folosind formulele (8), (163), (178), (179) și (191) putem obține formulele:

$$\begin{aligned} P_a+\varepsilon_0E_a&=-\frac{\alpha\cdot\varepsilon_0(\vec{E}\cdot\vec{N})}{\frac{1}{n^2}-\frac{1}{n_a^2}} \\ P_b+\varepsilon_0E_b&=-\frac{\beta\cdot\varepsilon_0(\vec{E}\cdot\vec{N})}{\frac{1}{n^2}-\frac{1}{n_b^2}} \\ P_c+\varepsilon_0E_c&=-\frac{\gamma\cdot\varepsilon_0(\vec{E}\cdot\vec{N})}{\frac{1}{n^2}-\frac{1}{n_c^2}} \end{aligned} \tag{193}$$

Deoarece în conformitate cu III (184)

$$(\vec{P}+\varepsilon_0\vec{E})\vec{N}=0 \tag{194}$$

din (183) şi (184) se poate obţine ecuaţia:

$$\frac{\alpha^2}{\frac{1}{n^2}-\frac{1}{n_a^2}}+\frac{\beta^2}{\frac{1}{n^2}-\frac{1}{n_b^2}}+\frac{\gamma^2}{\frac{1}{n^2}-\frac{1}{n_c^2}}=0 \tag{195}$$

Prin eliminarea numitorilor din (195) se poate obţine ecuaţia:

$$\alpha^2\cdot n_a^2(n^2-n_b^2)(n^2-n_c^2)+\beta^2 n_b^2(n^2-n_c^2)(n^2-n_a^2)+\gamma^2 n_c^2(n^2-n_a^2)(n^2-n_b^2)=0 \tag{196}$$

Ecuaţia (195), respectiv (196) se numeşte *ecuaţia suprafeţei indicilor de refracţie.*

Ecuaţia suprafeţei indicilor de refracţie are pentru fiecare direcţie de propagare a suprafeţelor de fază constantă $[\vec{N}(\alpha, \beta, \gamma)$ dat$]$ două soluţii n_1 şi n_2. În consecinţă ea arată că pentru fiecare direcţie de propagare a suprafeţelor de fază constantă în substanţe anizotrope există două viteze de fază. Deoarece în conformitate cu elipsoidul indicilor de refracţie numai unei unde liniar polarizate cu orientare determinată a planului de polarizare îi corespunde o viteză de fază bine determinată, din (192) şi (196) rezultă că într-o substanţă anizotropă pe o direcţie dată pot să se propage fără să-şi schimbe starea de polarizare numai două unde plane armonice, liniar polarizate avînd planele de polarizare orientate prin versorii $\vec{p}_{01}(\alpha_{1p}, \beta_{1p}, \gamma_{1p})$ şi $\vec{p}_{02}(\alpha_{2p}, \beta_{2p}, \gamma_{2p})$ care trebuie să satisfacă ecuaţia (192) cu n determinat de ecuaţia (196). Vom numi direcţia $\vec{p}_{01}$ şi $\vec{p}_{02}$ determinate astfel *direcţii de polarizare de bază.*

Orientarea reciprocă a direcţiilor de polarizare de bază poate fi stabilită cu ajutorul formulelor (193) şi (185) prin relaţia:

$$\vec{p}_{01}\cdot\vec{p}_{02}=\alpha_{1p}\cdot\alpha_{2p}+\beta_{1p}\cdot\beta_{2p}+\gamma_{1p}\cdot\gamma_{2p}=$$

$$=\frac{\varepsilon_0^2(\vec{E}_1\cdot\vec{N})(\vec{E}_2\cdot\vec{N})}{|\vec{P}_1+\varepsilon_0\vec{E}_1||\vec{P}_2+\varepsilon_0\vec{E}_2|}\left[\frac{\alpha^2}{\left(\frac{1}{n_1^2}-\frac{1}{n_a^2}\right)\left(\frac{1}{n_2^2}-\frac{1}{n_a^2}\right)}+\frac{\beta^2}{\left(\frac{1}{n_1^2}-\frac{1}{n_b^2}\right)\left(\frac{1}{n_2^2}-\frac{1}{n_b^2}\right)}+\right.$$

$$\left.+\frac{\gamma^2}{\left(\frac{1}{n_1^2}-\frac{1}{n_c^2}\right)\left(\frac{1}{n_2^2}-\frac{1}{n_c^2}\right)}\right]. \tag{197}$$

Deoarece n_1 şi n_2 trebuie să fie soluţii ale ecuaţiei (195), scriind această ecuaţie pentru $n=n_1$, respectiv $n=n_2$, scăzînd termen cu termen şi dînd factor pe α^2, β^2, γ^2, se poate obţine relaţia:

$$\left(\frac{1}{n_2^2}-\frac{1}{n_1^2}\right)\left[\frac{\alpha^2}{\left(\frac{1}{n_1^2}-\frac{1}{n_a^2}\right)\left(\frac{1}{n_2^2}-\frac{1}{n_a^2}\right)}+\frac{\beta^2}{\left(\frac{1}{n_1^2}-\frac{1}{n_b^2}\right)\left(\frac{1}{n_2^2}-\frac{1}{n_b^2}\right)}+\right.$$

$$\left.+\frac{\gamma^2}{\left(\frac{1}{n_1^2}-\frac{1}{n_c^2}\right)\left(\frac{1}{n_2^2}-\frac{1}{n_c^2}\right)}\right]=0 \tag{198}$$

Din (198) şi (197) rezultă:

$$\vec{p}_{01}\cdot\vec{p}_{02}=0 \tag{199}$$

Relația (199) arată că direcțiile de polarizare de bază pentru o direcție de propagare a suprafețelor de fază constantă sînt ortogonale între ele ($\vec{p}_{01} \perp \perp \vec{p}_{02}$).

Din (196) rezultă pentru

$$\vec{N}(1, 0, 0), \quad n_1 = n_b \quad n_2 = n_c \tag{200}$$

Folosind (200) din (192) rezultă pentru

$$\begin{matrix} n = n_1 = n_b, & \alpha_p = 0, & \beta_p = 1, & \gamma_p = 0 \\ n = n_2 = n_c, & \alpha_p = 0, & \beta_p = 0, & \gamma_p = 1 \end{matrix} \tag{201}$$

Din (200) și (201) rezultă că dacă suprafețele de fază constantă se deplasează pe direcția axei *Oa* direcțiile de polarizare de bază sînt paralele cu axele *Ob* și respectiv *Oc*. În mod analog se pot constata situațiile exprimate prin versorii

$$\vec{N}(0, 1 ; 0), \quad \vec{p}_{01}(1, 0 ; 0), \quad \vec{p}_{02}(0 ; 0, 1) \tag{202}$$

$$\vec{N}(0 ; 0, 1), \quad \vec{p}_{01}(1, 0 ; 0), \quad \vec{p}_{02}(0, 1 ; 0) \tag{203}$$

Dacă pentru cele două unde plane polarizate liniar pe direcțiile de bază care se propagă pe o direcție dată folosim pentru exprimarea intensităților de cîmp funcția (18) putem scrie:

$$\begin{aligned} \vec{e}_1 &= \vec{E}_1 \cdot e^{i(\omega t - k_0 n_1 L + \psi_{01})} \\ \vec{e}_2 &= \vec{E}_2 \cdot e^{i(\omega t - k_0 n_2 L + \psi_{02})} \end{aligned} \tag{204}$$

ajungem la concluzia că în fiecare punct de pe direcția de propagare aceste intensități de cîmp sînt defazate cu cantitatea:

$$\Delta\psi = \Delta\psi_0 - k_0(n_1 - n_2)L \tag{205}$$

Ținînd seama de funcțiile (204) și de formula (205) se poate afirma că starea de polarizare a unei unde plane total polarizate a cărei suprafață de fază constantă se propagă într-o substanță anizotropă după o direcție oarecare se schimbă continuu.

α. *Propagarea suprafețelor de fază constantă ale undelor electromagnetice optice armonice plane în substanțe dielectrice cu rețele cristaline de simetrie mijlocie.* Substanțele cu rețele cristaline de simetrie mijlocie sînt de două feluri:

— substanțe pozitive

$$n_e - n_0 > 0 \tag{206}$$

— și substanțe negative

$$n_e - n_0 < 0 \tag{207}$$

Mărimea $n_e - n_0$ se numește *birefringență.*

În tabelul II sînt prezentate cîteva exemple de substanțe cu rețele cristaline de simetrie mijlocie.

TABELUL II

Denumirea	n_e	n_0	$n_e - n_0$
Cuarț	1,5533	1,5442	0,0091
Calomel	2,6559	1,9732	0,6827
Zircon	1,97	1,92	0,05
Spat de Islanda	1,4865	1,6584	−0,1719
Azotat de sodiu	1,3361	1,5874	−0,2513
Apatit	1,635	1,639	−0,004

Pentru substanțe cu rețele de simetrie mijlocie din (164) și (162) rezultă:

$$\vec{P}=\varepsilon_0(\varepsilon_{r0}-1)(e_a\vec{a}_0+e_b\vec{b}_0)+\varepsilon_0(\varepsilon_{re}-1)e_c\vec{c}_0 \tag{208}$$

Formula (208) arată că în astfel de substanțe dacă intensitatea cîmpului electric este ortogonală la axa $Oc(e_c=0)$, vectorul polarizației $\vec{P}$ este coliniar cu intensitatea de cîmp electric. Folosind egalitățile:

$$\alpha^2+\beta^2+\gamma^2=1, \qquad \alpha_p^2+\beta_p^2+\gamma_p^2=1 \tag{209}$$

și ținînd seama de (164) putem scrie ecuația: (192) și (196) sub forma:

$$\frac{1}{n^2}=\frac{1-\gamma_p^2}{n_0^2}+\frac{\gamma_p^2}{n_e^2} \tag{210}$$

$$(n^2-n_0^2)\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1-\gamma^2}{n_e^2}-\frac{\gamma^2}{n_0^2}\right)=0 \tag{211}$$

Ecuățiile (210) și (211) arată că în cazul substanțelor cu rețele cristaline de simetrie mijlocie, indicele de refracție (viteză de fază) depinde numai de unghiul θ_p format de versorul $\vec{p}_0$ cu axa Oc (respectiv de unghiul θ format de versorul $\vec{N}$ cu axa Oc). Soluțiile ecuațiilor (210) și (211) sînt:

$$n_1=n_0, \qquad \gamma_p=0 \tag{212}$$

$$\frac{1}{n_2^2}=\frac{1-\gamma^2}{n_e^2}+\frac{\gamma^2}{n_0^2} \qquad \frac{1}{n_2^2}=\frac{1-\gamma_p^2}{n_0^2}+\frac{\gamma_p^2}{n_e^2} \tag{213}$$

Deoarece soluția (212) este independentă de γ, ea arată [ținînd seama de (208)] că suprafețele de fază constantă ale unei unde polarizate liniar cu planul de polarizare paralel cu axa Oc (vectorii $\vec{e}$ și $\vec{P}$ ortogonali la axa Oc) se propagă cu aceeași viteză $v_0=c/n_0$ oricare ar fi direcția de propagare [oricare ar fi $\vec{N}(\alpha, \beta, \gamma)$].

Unda electromagnetică optică care se propagă într-o substanță cu rețea cristalină de simetrie mijlocie și care are intensitatea cîmpului electric ortogonală la axa Oc se numește *undă ordinară*. Unda electromagnetică optică liniar polarizată cu planul de vibrație astfel orientat încît să fie paralel cu axa Oc se numește *undă extraordinară*.

După cum rezultă din (213), viteza de fază a undei extraordinare $v_2 = c/n_2$ depinde de direcţia de propagare prin mărimea $\gamma = \cos\theta$ şi de orientarea planului de polarizare prin mărimea $\gamma_p = \cos\theta_p$.

$$n_2 = n_0, \qquad \gamma_p = 0 \tag{214}$$

Din (214) şi (212) rezultă că dacă unda plană se propagă pe direcţia axei Oc oricare ar fi orientarea planului de polarizare (a planului de vibraţie) ea se propagă cu viteza $v_0 = c/n_0$. Pentru unde optice în substanţe cu reţele de simetrie mijlocie pe direcţia axei Oc există o singură valoare pentru viteza de fază. Direcţia din mediul anizotrop pentru care există o singură valoare pentru viteza de fază se numeşte *axă optică*. Pentru substanţe cu reţea cristalină de simetrie mijlocie există o singură direcţie pentru care viteza are o singură valoare (oricare ar fi starea de polarizare a radiaţiei), de aceea ele sînt denumite *substanţe anizotrope uniax*.

Axa optică a substanţelor uniax coincide cu axa de simetrie de ordin $n \geqslant 3$. Pentru direcţiile care nu coincid cu axa optică există cîte două viteze de fază:

$$v_0 = \frac{c}{n_0} \quad \text{şi} \quad v_2 = \frac{c}{n_2} \tag{215}$$

unde n_2 este determinat prin ecuaţiile (213). Viteza de fază v_2 ia valori în intervalul (v_0, v_e). Valoarea v_e se obţine (v. 213) pentru $\gamma = 0$, $\gamma_p = 1$. În acest caz, unda extraordinară se propagă pe direcţie normală la axa Oc $\vec{N}(\alpha, \beta, 0)$, şi este polarizată astfel încît $\vec{e}_e$ şi $\vec{P}_e$ sînt paralele cu axa Oc.

β. *Propagarea suprafeţelor de fază constantă ale undelor electromagnetice optice armonice plane în substanţe dielectrice cu reţele cristaline de simetrie redusă.* În tabelul III sînt prezentate cîteva exemple de substanţe dielectrice cu reţele cristaline de simetrie mică.

Indicii de refracţie exprimaţi prin ecuaţia suprafeţei indicilor pot fi reprezentaţi grafic în sistemul de axe principale.

TABELUL III

Denumirea	n_a	n_b	n_c
Mica	1,5601	1,5937	1,5936
Gips	1,5196	1,5226	1,5205
Topaz	1,6221	1,6138	1,6116
Aragonit	1,6859	1,6816	1,5301

în convenţia:

$$\vec{n}(a, b, c), \quad a = \alpha \cdot n, \quad b = \beta \cdot n, \quad c = \gamma \cdot n \tag{216}$$

Se obţine astfel o suprafaţă complicată. Intersecţia suprafeţei indicilor de refracţie cu planul cOa se obţine în condiţia:

$$\beta = 0 \tag{217}$$

În condiţia (217), din (196) se poate obţine ecuaţia :

$$(n^2-n_b^2)\left[1-\frac{\alpha^2 n^2}{n_c^2}-\frac{\beta^2 n^2}{n_a^2}\right]=0 \tag{218}$$

Ecuaţia (218) are două soluţii care, folosind (216), pot fi scrise sub forma :

$$n_1=n_b \tag{219}$$

$$1=\frac{a^2}{n_c^2}+\frac{b^2}{n_a^2} \tag{220}$$

Dacă avem :

$$n_a>n_b>n_c \tag{221}$$

atunci (219) reprezintă un cerc de rază n_b iar (220) o elipsă raportată la axele Oc şi Oa cu semiaxele de valori n_a respectiv n_c. (Fig. 11). Aceste două curbe se intersectează în patru puncte situate două cîte două pe dreptele Δ_1 şi Δ_2. Din Fig. 11 rezultă că în cazul substanţelor anizotrope cu reţele cristaline de simetrie mică există două direcţii pentru care viteza de fază are o singură valoare ($n_1=n_2$, $v_1=v_2$). În consecinţă, ele se numesc *substanţe anizotrope biax*. Pentru direcţiile care nu coincid cu una din axele optice ale substanţei, viteza de fază are două valori determinate prin ecuaţiile (196) şi (192).

e. *Propagarea energiei radiante în substanţe dielectrice anizotrope omogene.* Aşa cum rezultă din Fig. 10, în cazul propagării undelor electromagnetice optice în substanţe anizotrope, direcţia de transport a energiei nu coincide cu direcţia de propagare a suprafeţelor de fază constantă. În aceste condiţii propagarea radiaţiei optice prin unde plane are loc aşa cum rezultă din Fig. 12. În timp ce suprafaţa de fază constantă Σ se deplasează pe distanţa ΔL între planele π_1 şi π_2, energia se propagă pe drumul $MM_1=\Delta L_s$.

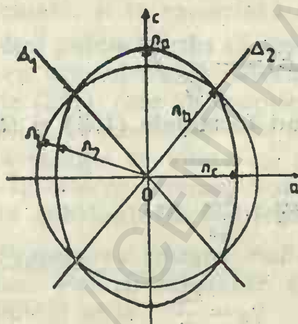


Fig. 11

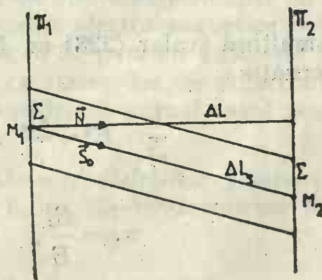


Fig. 12

Din Fig. 12 rezultă relaţia :

$$\Delta L_s=\frac{\Delta L}{(\vec{S}_0\cdot\vec{N})} \tag{222}$$

Deoarece timpul în care energia parcurge distanţa MM_2 este egal cu timpul de deplasare a suprafeţei de fază între planele π_1 şi π_2 putem scrie :

$$v_s = \frac{v}{(\vec{S}_0 \cdot \vec{N})} \tag{223}$$

unde v_s este viteza de transport a energiei iar v viteza de fază.

Pentru a exprima procesul de propagare a energiei în substanțe dielectrice anizotrope trebuie ca în ecuațiile lui Maxwell (184) să introducem în loc de versorul normalei la suprafața de fază constantă $\left(\vec{N} = \frac{\vec{k}}{k}\right)$ versorul vectorului lui Poynting $\vec{S}_0$ iar în loc de viteze de fază viteza de transport a energiei. În acest scop înmulțim vectorial din stînga ecuațiile I și II (184) cu $\vec{S}_0$ și după dezvoltarea dublelor produse vectoriale [ținînd seama de egalitățile $(\vec{S}_0 \cdot \vec{E})=0$, $(\vec{S}_0 \cdot \vec{B})=0$] obținem :

$$(\vec{S}_0 \times \vec{B}) = -\frac{1}{\omega} \vec{E}(\vec{S}_0 \cdot \vec{k}) \tag{224}$$

$$(\vec{S}_0 \times \vec{P}_0) + \varepsilon_0 (\vec{S}_0 \times \vec{E}) = \frac{1}{\omega^2} \vec{B}(\vec{S}_0 \cdot \vec{k}) \tag{225}$$

Înmulțind (225) vectorial la stînga cu $\vec{S}_0$, dezvoltînd dublele produse vectoriale și folosind (224) putem obține ecuația :

$$\mu_0 \cdot \vec{S}_0(\vec{S}_0 \cdot \vec{P}_0) - \mu_0(\vec{P}_0 + \varepsilon_0 \vec{E}) = -\frac{1}{\omega^2} \vec{E}(\vec{S}_0 \cdot \vec{k})^2 \tag{226}$$

Folosind formulele

$$\vec{k} = k \cdot \vec{N}, \quad \frac{\omega^2}{k^2} = v^2 \tag{227}$$

și (223) putem scrie (226) sub forma :

$$\mu_0 \cdot \vec{S}_0(\vec{S}_0 \cdot \vec{P}_0) - \mu_0(\vec{P} + \varepsilon_0 \vec{E}) = -\frac{1}{v_s^2} \vec{E} \tag{228}$$

Înmulțind scalar (228) cu $\vec{E}$ și folosind formulele (163) și (8) putem obține ecuația :

$$\frac{1}{v_s^2} E^2 = \frac{\varepsilon_{ra}}{c^2} E_a^2 + \frac{\varepsilon_{rb}}{c^2} E_b^2 + \frac{\varepsilon_{rc}}{c^2} E_c^2 \tag{229}$$

Notînd :

$$\alpha_E = \frac{E_a}{E}, \quad \beta_E = \frac{E_b}{E}, \quad \gamma_E = \frac{E_c}{E} \tag{230}$$

unde $\vec{e}_0(\alpha_E, \beta_E, \gamma_E)$ este versorul direcției intensității cîmpului electric și folosind (191) din (229) se poate obține ecuația :

$$\frac{1}{v_s} = \frac{\alpha_E^2}{v_a^2} + \frac{\beta_E^2}{v_b^2} + \frac{\gamma_E^2}{v_c^2} \tag{231}$$

Vom numi (231) ecuația *elipsoidului vitezelor de transport ale energiei*.

Ecuația (231) arată că viteza de transport a energiei pentru o orientare

dată a intensității cîmpului electric $[\vec{e}_0(\alpha_E, \beta_E, \gamma_E)$ dat] are valoare bine determinată pentru o substanță dielectrică dată, prin vitezele principale v_a, v_b, v_c.

Folosind (163) și (191) din (228) se poate obține pentru componentele intensității cîmpului electric formulele:

$$E_a=\frac{\alpha_s(\vec{S}_0\cdot\vec{P}_0)\mu_0}{\frac{1}{v_s^2}-\frac{1}{v_a^2}};\qquad E_b=\frac{\beta_s(\vec{S}_0\cdot\vec{P}_0)\mu_0}{\frac{1}{v_s^2}-\frac{1}{v_b^2}}\qquad E_c=\frac{\gamma_s(\vec{S}_0\cdot\vec{P}_0)\mu_0}{\frac{1}{v_s^2}-\frac{1}{v_c^2}} \quad (232)$$

Deoarece vectorii $\vec{e}$ și $\vec{S}$ sînt ortogonali

$$(\vec{S}_0\cdot\vec{E})=\alpha_s\vec{E}_a+\beta_s\vec{E}_b+\gamma_s\vec{E}_c=0 \quad (233)$$

Folosind (232) din (233) rezultă ecuația:

$$\frac{\alpha_s^2}{\frac{1}{v_s^2}-\frac{1}{v_a^2}}+\frac{\beta_s^2}{\frac{1}{v_s^2}-\frac{1}{v_b^2}}+\frac{\gamma_s^2}{\frac{1}{v_s^2}-\frac{1}{v_c^2}}=0 \quad (234)$$

Vom numi (234) *ecuația suprafeței vitezelor de transport ale energiei.*

Prin eliminarea numitorilor (234) poate fi adusă la forma:

$$\alpha_s^2\cdot v_a^2(v_s^2-v_b^2)(v_s^2-v_c^2)+\beta_s^2\cdot v_b^2(v_s^2-v_c^2)(v_s^2-v_a^2)+ +\gamma_s^2v_c^2(v_s^2-v_a^2)(v_s^2-v_b^2)=0 \quad (235)$$

Ecuația (235) arată că pentru fiecare direcție de transport a energiei $[\vec{S}_0(\alpha_s, \beta_s, \gamma_s)$ dat] pot exista două viteze de transport ale energiei.

Ecuațiile (231) cu (192) și (234) cu (195) sînt identice din punct de vedere matematic și în consecință analiza lor duce la concluzii analoage. Prin analogie deci putem afirma că există două direcții de bază $\vec{e}_{01}$ și $\vec{e}_{02}$ ortogonale între ele cu orientări bine determinate față de sistemul principal de axe de coordonate (231), care au proprietatea că undele electromagnetice polarizate liniar astfel încît intensitățile de cîmp electric să fie paralele cu aceste direcții, transportă energie cu viteze v_{e1} și v_{e2} fără ca starea lor de polarizare să se schimbe. În cele ce urmează vom lua în considerare numai cazul propagării energiei în substanțe dielectrice uniax.

α. Propagarea energiei radiante în substanțe dielectrice omogene anizotrope uniax. Pentru substanțe anizotrope uniax, în conformitate cu (164) și (191) putem scrie:

$$v_a=v_b=v_0 \qquad v_c=v_e \quad (236)$$

În condițiile (236) ținînd seama de relațiile:

$$\alpha_s^2+\beta_s^2+\gamma_s^2=1, \quad \alpha_E^2+\beta_E^2+\gamma_E^2=1 \quad (237)$$

putem scrie (231) și (235) sub forma:

$$\frac{1}{v_s^2}=\frac{1-\gamma_E^2}{v_0^2}+\frac{\gamma_E^2}{v_e^2} \quad (238)$$

$$(v_s^2-v_0^2)\left[\frac{1}{v_s^2}-\frac{1-\gamma_s^2}{v_e^2}-\frac{\gamma_s^2}{v_0^2}\right]=0 \tag{239}$$

Rădăcinile ecuației (239) satisfac ecuațiile:

$$v_{1s}=v_0 \tag{240}$$

$$\frac{1}{v_{2s}^2}=\frac{1-\gamma_s^2}{v_e^2}+\frac{\gamma_s^2}{v_0^2} \tag{241}$$

Dacă reprezentăm $\vec{v}_s(\alpha_s v_s,\ \beta_s v_s,\ \gamma_s v_s)$ conform cu formulele (240) și (241) se obțin suprafețele reprezentate în Fig. 13. Suprafețele vitezelor de transport ale energiei radiante se numesc și *suprafețe de undă.*

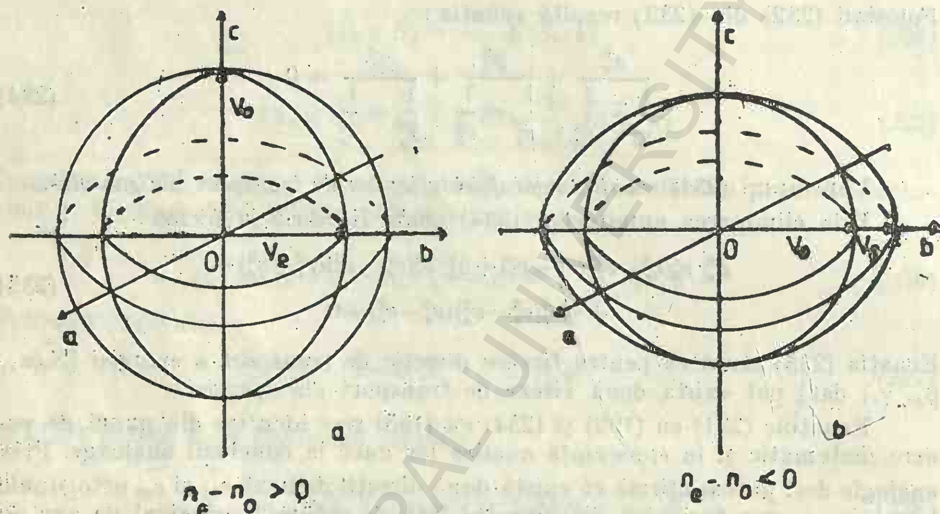


Fig. 13

În Fig. 13 a sînt reprezentate suprafețele de undă pentru substanțe uniax pozitive iar în Fig. 13 b pentru substanțe uniax negative. În cazul substanțelor uniax pozitive elipsoidul de rotație (ecuația (241)) corespunde undelor extraordinare și este interior sferei ($v_0>v_e$) care reprezintă suprafața de undă pentru unde ordinare.

Pentru substanțe negative suprafața de undă pentru unde extraordinare (elipsoidul) este exterioară ($v_e>v_0$) suprafeței de undă (sfera) pentru unde ordinare. În ambele cazuri pentru unde ordinare oricare ar fi direcția de propagare, viteza de transport a energiei coincide cu viteza de fază (240). În toate cazurile pentru unda ordinară intensitatea cîmpului electric este ortogonală la axa optică (v. 238 dacă $v_{1s}=v_0$ rezultă $\gamma_E=0$).

Dacă undele se propagă pe direcția axei optice (axa *Oc*) viteza de transport a energiei pentru unda extraordinară este aceeași cu a undei ordinare și coincide cu viteza de fază ($v_{2s}=v_{1s}=v_0$; v. 241, pentru $\gamma_s=1$). În acest caz din (238) rezultă că intensitatea cîmpului electric este ortogonală la axa optică ($\gamma_E=0$ pentru $v_s=v_0$). În cazurile în care energia este transportată

pe direcții ortogonale la axa optică ($\gamma_s=0$), din (241) rezultă că viteza de transport a energiei are aceeași valoare ca și viteza de fază ($v_{2s}=v_e$). În astfel de cazuri, în conformitate cu (238) intensitatea cîmpului electric este paralelă cu axa optică ($\gamma_E=1$).

2.8. Anizotropia indusă

Substanțele izotrope, sub acțiunea unor cîmpuri de forțe, pot deveni anizotrope. Vom numi anizotropia produsă de cîmpuri de forțe *anizotropie indusă*. Anizotropia indusă poate exista și după încetarea acțiunii cîmpului de forță. Astfel de anizotropie se numește *remanentă*. Principalele cîmpuri de forțe care pot induce anizotropie sînt : cîmpuri de forțe mecanice, electrice și magnetice.

Toate aceste cîmpuri de forțe dacă sînt omogene și uniforme au o axă de simetrie de ordin infinit (C_∞) și au deci simetrie mijlocie. În consecință anizotropia indusă de astfel de cîmpuri de forțe este uniax.

a. *Anizotropia mecanică*. Dacă un paralelipiped din substanță izotropă (sticlă, masă plastică, rășină etc.) este comprimat cu ajutorul unei prese (Fig. 14), în interiorul substanței se creează un cîmp de tensiuni cu axa de simetrie C_∞ pe direcția de acțiune a forțelor de comprimare. Ca urmare a deformărilor produse în substanță aceasta devine anizotropă cu axa orientată pe direcția axei de simetrie C_∞ adică pe direcția de acțiune a forțelor mecanice. Fenomenul a fost observat din 1813 de către Zeebeck și a fost studiat de Brewster în 1816.

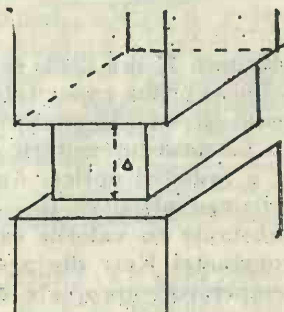


Fig. 14

Cercetările experimentale au arătat că birefringența mecanică poate fi exprimată prin formula :

$$n_e-n_0=M\cdot\lambda_0\cdot P \qquad (242)$$

În formula (242) λ_0 este lungimea de undă pentru vid a radiațiilor optice, P presiunea exercitată asupra eșantionului de substanță iar M o constantă de proporționalitate, caracteristică substanței care exprimă capacitatea ei de a deveni anizotropă sub acțiunea forțelor mecanice. Anizotropia mecanică poate fi pozitivă ($n_e-n_0>0$, $M>0$) sau negativă ($n_e-n_0<0$, $M<0$). Anizotropia mecanică poate fi indusă și prin întindere nu numai prin comprimarea substanței. Dacă substanța este perfect elastică, la suprimarea presiunii ea încetează de a mai fi anizotropă. Dacă procesele mecanice produse în timpul acțiunii forțelor mecanice nu sînt reversibile, substanța păstrează anizotropie remanentă. Anizotropia remanentă poate fi observată la obiecte realizate din sticlă (sau alte substanțe) care în urma unui proces de răcire neuniformă păstrează un cîmp de tensiuni mecanice. Acest cîmp de tensiuni scade fiabilitatea obiectelor de sticlă.

Existența anizotropiei mecanice care însoțește cîmpul de tensiuni permite controlul de calitate prin metode optice al obiectelor de sticlă. În unele substanțe (în special polimere), în timpul proceselor de întindere se produce orientarea preferențială a moleculelor pe direcția de întindere. Moleculele fiind anizotrope conferă această proprietate și substanței care devine anizotropă. Aceasta se realizează în special în procesul de obținere a firelor și foliilor de substanțe polimere. Anizotropia indusă în acest caz este permanentă.

Mărimea anizotropiei măsurată prin birefringență $n_{\parallel}-n_{\perp}$ (unde $n_{\parallel}$ este indicele de refracție principal pentru intensități de cîmp electric paralele cu direcția de întindere iar $n_{\perp}$ pentru intensități de cîmp electric ortogonale la direcția de întindere) este, în astfel de cazuri, o mărime care exprimă gradul de orientare a moleculelor polimere în substanță. Anizotropia mecanică poate fi indusă de asemenea în procese de curgere a unor fluide vîscoase. Ea este generată de tensiunile mecanice care se instalează între straturile de lichid care se mișcă cu viteze diferite. Anizotropia mecanică este folosită în cercetările de fotoelasticimetrie. În cadrul fotoelasticimetriei sînt studiate modele de mecanisme realizate la scară redusă din rășini sintetice, în privința distribuțiilor de tensiuni, cînd sînt supuse la diverse acțiuni mecanice analoge cu cele care acționează asupra lor în timpul funcționării mecanismului din care fac parte. Cunoașterea distribuțiilor de tensiuni în aceste condiții face ca munca de proiectare a mecanismelor la scară normală să fie mai ușoară și mai eficace.

b. *Anizotropia indusă în cîmp electric.* Majoritatea substanțelor izotrope, sub acțiunea cîmpului electric devin anizotrope. Cîmpul electric folosit pentru inducerea anizotropiei poate fi obținut cu un condensator plan. Anizotropia indusă de cîmp electric este uniax cu axa optică orientată paralel cu direcția intensității cîmpului electric. Fenomenul a fost descoperit în 1875 de către Kerr. Birefringența electrică poate fi exprimată prin formula:

$$n_e-n_0=K\cdot\lambda_0\cdot e^2 \qquad (243)$$

Mărimea K din (243) se numește constanta Kerr, este caracteristică substanței și exprimă capacitatea acesteia de a deveni anizotropă sub acțiunea cîmpului electric. În conformitate cu (243) birefringența este direct proporțională cu pătratul intensității de cîmp electric e și cu lungimea de undă pentru vid λ_0 a radiației optice. Anizotropia electrică poate fi pozitivă ($n_e-n_0>0$, $K>0$) sau negativă ($n_e-n_0<0$, $K<0$). În tabelul IV sînt prezentate cîteva substanțe cu valorile exprimate în metri pe volți la pătrat (m/V²). Valorile constantei Kerr din acest tabel au fost determinate pentru $\lambda_0=546$ nm și temperaturi apropiate de 20°C.

TABELUL IV

Denumirea substanței	Starea	K (m/V²)
Bioxid de sulf	gaz (1 760 mm Hg)	$-9{,}4\cdot10^{-15}$
Mono clor-etan	gaz (1 760 Úm Hg)	$55{,}2\cdot10^{-15}$
Cloroform	lichid	$-11{,}6\cdot10^{-12}$
Clorbenzen	lichid	$40{,}7\cdot10^{-12}$
Nitrobenzen	lichid	$1\,410\cdot10^{-12}$

În cazul lichidelor timpul de restabilire a izotropiei după suprimarea acțiunii cîmpului electric este de $10^{-11}-10^{-12}$ s. Efectul Kerr este explicat prin teoria orientării moleculelor în cîmp electric. Majoritatea moleculelor sînt anizotrope din punct de vedere electric. Moleculele anizotrope în privința polarizabilității au tendința de a se orienta astfel încît direcția de polari-

zabilitate maximă să fie paralelă cu direcţia de acţiune a intensităţii cîmpului electric. Moleculele astfel orientate conferă anizotropia lor substanţei. Un argument în favoarea acestei teorii este scăderea anizotropiei induse cu creşterea temperaturii. Mişcarea termică dezordonată acţionînd în sensul micşorării stării de ordonare a moleculelor reducînd prin aceasta anizotropia indusă. Anizotropia indusă poate fi folosită în baza formulei (243) la măsurarea intensităţilor de cîmp electric mari prin măsurarea birefringenţei induse.

c. *Anizotropia indusă în cîmp magnetic.* A. Cotton şi H. Mouton în 1907 au arătat că dacă o cuvă cu nitrobenzen este introdusă într-un cîmp magnetic, atunci lichidul devine anizotrop uniax cu axa optică orientată paralel cu inducţia magnetică a cîmpului. Ei au arătat totodată că birefringenţa magnetică poate fi exprimată printr-o formulă de forma :

$$n_e - n_0 = C \cdot \lambda_0 \cdot \frac{b}{\mu} \qquad (244)$$

unde μ este permeabilitatea magnetică a substanţei, b inducţia magnetică iar λ_0 lungimea de undă pentru vid a radiaţiei optice. Mărimea C din (244) este caracteristică substanţei şi exprimă capacitatea substanţei de a deveni anizotropă sub acţiunea cîmpului magnetic.

Anizotropia magnetică poate fi pozitivă ($n_e - n_0 > 0$, $C > 0$) sau negativă ($n_e - n_0 < 0$, $C < 0$). Pentru nitrobenzen $C = 2{,}53$ u.e.m. Lichidele organice au în general $C > 0$. Există lichide cum sînt : cloroformul, sulfura de carbon pentru care $C < 0$. Fenomenul de anizotropie magnetică este explicat prin orientarea moleculelor în cîmp magnetic. În sprijinul acestei teorii vine faptul constatat experimental că birefringenţa magnetică scade cu creşterea temperaturii. Anizotropia magnetică poate fi folosită la măsurarea cîmpurilor magnetice intense prin măsurarea birefringenţei (244).

2.9. Propagarea undelor electromagnetice optice armonice plane în substanţe optic active

a. *Rotirea planului de polarizare.* Din (2.7. d.α) rezultă că o undă electromagnetică optică armonică plană polarizată liniar dacă se propagă într-o substanţă anizotropă în direcţia axei optice trebuie să-şi conserve starea de polarizare, oricare ar fi orientarea planului de polarizare. Pentru a verifica aceasta se poate organiza un experiment după schiţa din Fig. 15. Un fascicul de radiaţii monocromatice de raze paralele polarizat liniar cu ajutorul polarizorului P se propagă pe direcţia axei optice Δ printr-un strat de substanţă de grosime L. Fluxul fasciculului care iese din substanţă este măsurat cu un receptor R de radiaţii optice care are la intrare un polarizor analizor A.

Experimentul se poate desfăşura astfel: În lipsa substanţei, analizorul se roteşte în jurul direcţiei de propagare a radiaţiei pînă cînd receptorul indică flux de valoare zero. În această situaţie direcţiile de transmisie a polarizorului P şi A formează unghi de 90° (sînt orientaţi în cruce). Se introduce substanţa între polarizori. Dacă prin sistem nu trece radiaţia, oricare ar fi grosimea stratului de substanţă, decît dacă se roteşte

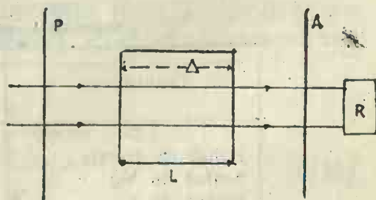


Fig. 15

analizorul, rezultă că radiaţia, la trecerea prin substanţă, îşi conservă starea de polarizare liniară şi orientarea în spaţiu a planului de polarizare. Experimentele efectuate asupra unui număr mare de substanţe anizotrope confirmă conservarea stării de polarizare liniară şi a orientării planului de polarizare în cazul propagării pe direcţia axei optice. Dacă experimentul se realizează cu cuarţ, se constată că la introducerea eşantionului între polarizori, receptorul indică flux diferit de zero. Se constată totodată că prin rotirea analizorului se poate obţine din nou ca receptorul să indice flux de valoare zero. Se constată de asemenea că rotirea eşantionului de cuarţ nu produce nici o schimbare în condiţiile de propagare a radiaţiilor. În concluzie, în cazul cuarţului starea de polarizare liniară se conservă dar orientarea planului de polarizare se schimbă. Unghiul format de cele două orientări ale direcţiei de transmisie a analizorului (în lipsa substanţei şi în prezenţa ei) arată cu cît a fost rotit planul de polarizare a radiaţiei în propagarea ei prin substanţă. Experimentul efectuat cu eşantioane de grosimi L diferite a arătat că unghiul α de rotire a planului de polarizare poate fi exprimat prin formula:

$$\alpha=[\alpha]\cdot L \qquad (245)$$

Fenomenul de rotire a planului de polarizare a fost descoperit în 1811 de către Arago.

Substanţele care rotesc planul de polarizare a radiaţiei optice se numesc *substanţe optic active*. Ele sînt caracterizate prin mărimea $[\alpha]$ numită *rotaţie specifică*. Rotaţia specifică este o mărime numeric egală cu unghiul de rotire a planului de polarizare exprimat în grade produs de un strat de substanţă de grosime egală cu unitatea. Adesea valorile mărimii $[\alpha]$ sînt exprimate pentru straturi de grosime de 1 mm adică în grad/mm. Există *substanţe optic active pozitive* ($[\alpha]>0$) (numite şi dextrogire) *substanţe optic active negative* ($[\alpha]<0$) (numite şi levogire). În tabelul V sînt prezentate cîteva exemple de substanţe optic active. Valorile mărimii $[\alpha]$ din acest tabel sînt date pentru $\lambda_0=589{,}3$ nm.

TABELUL V

Substanţe anizotrope uniax optic active

Denumirea	$[\alpha]$ grad/mm
Benzil	24,92
Cuarţ	$\pm$21,72
Hiposulfit de K	3,39

Substanţe anizotrope biax optic active

Denumirea	$[\alpha]_1$ grad/mm	$[\alpha]_2$ grad/mm
Zahăr de trestie	+2,2	−6,4
Sulfat de Mg	+2,6	+2,6
Sulfat de Na	−4,45	−4,45
Sare Seignette	−1,2	−1,2

Cuarțul există în ambele varietăți optic active, pozitiv și negativ.

I.B. Biot în 1815 a arătat că și soluțiile lichide ale unor substanțe în solvenți optic inactivi sînt optic active. El a stabilit experimental o lege (care îi poartă numele) care poate fi exprimată prin formula:

$$\alpha=[\alpha_c]c\cdot L \tag{246}$$

În (246) c exprimă concentrația soluției iar $[\alpha_c]$ este caracteristică substanței optic active și se numește *putere de rotație specifică*.

Tradițional, puterea de rotație specifică se exprimă pentru un strat de soluție de grosime $L=1$ dm și pentru concentrație de 1 gram pe centimetru cub. În aceste condiții ea este definită ca fiind *o mărime numeric egală cu unghiul de rotație a planului de polarizare exprimat în grade produs de un strat de soluție de grosime 1 decimetru și cu concentrația de 1 gram pe centimetru cub.*

În tabelul VI sînt prezentate exemple de substanțe optic active în soluții lichide.

TABELUL VI

Denumirea	$[\alpha_c]$ grad·cm³/g·dm
Acid mandelic	155,5
Zahăr de trestie	66,45
Canfor (în etanol)	52,4
Nicotină (în etanol)	– 30,0
Stricnină (în etanol)	–128,0

Pentru amestecuri de substanțe dizolvate într-un solvent optic inactiv, unghiul de rotație al planului de polarizare poate fi exprimat prin formula:

$$\alpha=\left(\sum_{j=1}^{N}[\alpha_{jc}]\cdot c_j\right)\cdot L \tag{247}$$

Formulele (246) și (247) pot fi folosite pentru determinarea concentrațiilor unor substanțe optic active în soluții lichide prin măsurători de unghiuri de rotație a planului de polarizare.

b. *Teoria lui Fresnel a activității optice.* Explicația fenomenului a fost dată de Fresnel. În teoria lui Fresnel este utilizată posibilitatea de a exprima o undă liniar polarizată armonică plană prin două unde circular polarizate de aceeași frecvență, amplitudine și fază una circular polarizată stînga iar cealaltă circular polarizată dreapta. Într-un sistem de coordonate triortogonale x, y, z, reprezentînd undele circular polarizate (care se propagă cu aceeași viteză în direcția axei Oz prin componentele e_x^s, e_y^s, e_x^d, e_x^d ale intensității cîmpului electric) putem scrie:

$$e_x^s=-\frac{E}{2}\sin(\omega t-kz);\qquad e_y^s=\frac{E}{2}\cos(\omega t-kz)$$
$$e_x^d=\frac{E}{2}\sin(\omega t-kz);\qquad e_y^d=\frac{E}{2}\cos(\omega t-kz) \tag{248}$$

unde indicele s indică rotație stînga iar d rotație dreapta (v. 2.6).

Folosind (248), putem scrie:

$$\vec{e}=(e_x^s+e_x^d)\,\vec{i}+(e_y^s+e_y^d)\,\vec{j}=E\cos(\omega t-kz)\,\vec{j} \tag{249}$$

Din (249) rezultă că (248) exprimă o undă plană liniar polarizată, astfel încît intensitatea cîmpului electric să fie paralelă cu axa Oy.

Fresnel a arătat că pentru explicarea fenomenului de rotire a planului de polarizare este suficient să admitem că undele circular polarizate stînga și dreapta în medii optic active se propagă cu viteze diferite ($v_s \neq v_d$). Acceptînd această ipoteză putem scrie:

$$k_s=\frac{2\pi}{\lambda_0}n_s, \quad k_d=\frac{2\pi}{\lambda_0}n_d \tag{250}$$

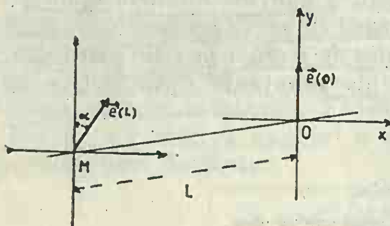


Fig. 16

Să admitem pentru a simplifica scrierea că în planul xOy ($z=0$) (Fig. 16) al unui sistem de coordonate triortogonale într-un mediu optic activ o undă plană care se propagă pe direcția axei Oz este liniar polarizată cu direcția intensității cîmpului electric, paralelă cu axa Oy [$\vec{e}(0)$ (Fig. 16)]. În aceste condiții în conformitate cu (248) intensitatea cîmpului electric la distanță L poate fi exprimată prin formula:

$$\begin{aligned}\vec{e}(L)&=\frac{E}{2}\left[\sin(\omega t-k_dL)-\sin(\omega t-k_sL)\right]\vec{i}+\\&+\frac{E}{2}\left[\cos(\omega t-k_dL)+\cos(\omega t-k_sL)\right]\vec{j}=\\&=E\sin\frac{k_s-k_d}{2}L\cdot\cos\left(\omega t-\frac{k_s+k_d}{2}L\right)\vec{i}+\\&+E\cos\frac{k_s-k_d}{2}L\cos\left(\omega t-\frac{k_s+k_d}{2}L\right)\vec{j}.\end{aligned} \tag{251}$$

Din (251) rezultă că intensitatea cîmpului electric în punctul M (Fig. 17) are azimutul exprimat prin formula:

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{e_x}{e_y}=\operatorname{tg}\frac{k_s-k_d}{2}L \tag{252}$$

Folosind (250) din (252) rezultă:

$$\alpha=\frac{\pi}{\lambda_0}(n_s-n_d)L \tag{253}$$

Din (245) și (253) rezultă:

$$[\alpha]=\frac{\pi}{\lambda_0}(n_s-n_d) \tag{254}$$

În conformitate cu (254) pentru substanţe optic active pozitive trebuie să avem:

$$n_s - n_d > 0 \tag{255}$$

iar pentru substanţe optic active negative

$$n_s - n_d < 0 \tag{256}$$

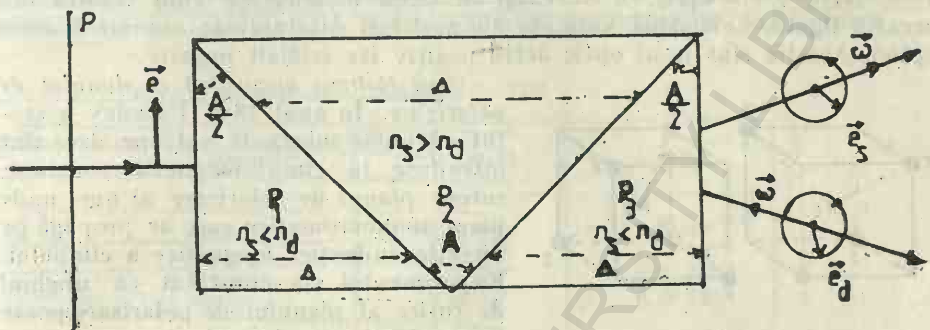


Fig. 17

Fresnel a arătat experimental că ipoteza pe care se bazează teoria elaborată de el pentru explicarea fenomenului de rotire a planului de polarizare reflectă realitatea. Dispozitivul folosit pentru realizarea acestui experiment este prezentat schematic în Fig. 17. El este format dintr-un polarizor P şi un paralelipiped format din trei prisme: P_2 cu unghi A şi două P_1 şi P_3 cu unghi $A/2$. Prisma de unghi A este realizată din cuarţ pozitiv iar cele cu unghi $A/2$ din cuarţ negativ. Dacă fasciculul de raze paralele de radiaţii monocromatice polarizat liniar de polarizorul P se descompune în cuarţ în două fascicule de radiaţii polarizate circular, care se propagă cu viteze diferite, atunci paralelipipedul trebuie să separe aceste fascicule. Într-adevăr pentru radiaţia circular polarizată stînga, prismele P_1 şi P_3 din cuarţ negativ au indice de refracţie mai mic ($n_s < n_d$) iar prisma P_2 tăiată din cuarţ pozitiv ($n_s > n_d$) în consecinţă fasciculul polarizat circular stînga trebuie să fie deviat spre baza prismei P_2 cu indice de refracţie mai mare. În acelaşi timp fasciculul circular polarizat dreapta trebuie să fie deviat spre bazele prismelor P_1 şi P_3 aşa cum este arătat în Fig. 17. Experimentul confirmă descompunerea fasciculului liniar polarizat în două fascicule circular polarizate unul stînga iar celălalt dreapta confirmîndu-se astfel teoria lui Fresnel.

Activitatea optică a substanţelor este determinată de structura lor sau de structura moleculelor din care sînt formate. Faptul că activitatea optică a cuarţului cristalin este determinată de caracteristicile reţelei cristaline rezultă şi din faptul că cuarţul topit nu este optic activ. Activitatea optică a cuarţului este determinată de structura reţelei cristaline care posedă o axă de simetrie de rotaţie translaţie de ordinul 3. Aceasta exprimă faptul că reţeaua cristalină a cuarţului rămîne identică cu ea însăşi dacă este rotită cu un unghi $\varphi = 2\pi/3$ şi translată pe direcţia axei cu intervalul între două plane de moduri ale reţelei. Există două varietăţi de cuarţ care diferă prin aceea că rotaţia de unghi $\varphi = 120°$ trebuie realizată pentru una într-un

sens iar pentru cealaltă în sens contrar primului. Ele corespund celor două tipuri de cuarț optic activ pozitiv și negativ.

În cazul substanțelor izotrope, activitatea optică este determinată de structura moleculelor. Cercetările au arătat că toate substanțele cu molecule care conțin un atom de carbon de care sînt legate patru grupuri de atomi diferiți sînt optic active. Un atom C (Fig. 18) poate forma patru legături cu patru grupe de atomi diferiți, X, Y, Z, T (ex. 2-amino-butan $X=-H$ $Y=-NH_2$, $Z=-C_2H_3$, $T=-CH_3$) în două moduri așa cum rezultă din această figură. Cele două variante ale aceleiași substanțe se numesc izomeri optici. Aceștia sînt unul optic activ pozitiv iar celălalt negativ.

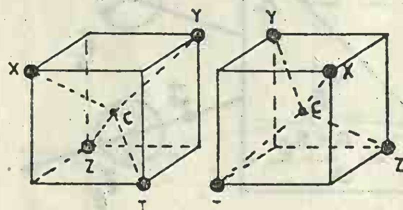


Fig. 18

c. *Rotirea magnetică a planului de polarizare.* În anul 1846 Faraday a arătat că unele substanțe izotrope, dacă sînt introduse în cîmp magnetic constant, rotesc planul de polarizare al unei unde plane monocromatice care se propagă pe direcția inducției magnetice a cîmpului. Experimental s-a constatat că unghiul de rotire al planului de polarizare poate fi exprimat prin formula:

$$\alpha = V \cdot L \frac{b}{\mu} \tag{257}$$

Formula (257) este cunoscută sub numele de *legea lui Verdet*. Mărimea V se numește *constanta lui Verdet* și exprimă capacitatea substanței de a deveni optic activă sub acțiunea unui cîmp magnetic. Constanta lui Verdet se măsoară în minute de grad pe gauss ori centimetru (un gauss corespunzînd unei inducții de 10^{-4} tesla). Ea este funcție de lungimea de undă a radiației. În tabelul VII sînt prezentate cîteva exemple de substanțe cu valorile constantelor Verdet măsurate pentru $\lambda_0 = 589{,}3$ nm la temperatura de 20°C.

TABELUL VII

Denumirea	V (minute/Gs.cm)
Apă	$1{,}54 \cdot 10^{-2}$
α-Bromnaftalen	$8{,}19 \cdot 10^{-2}$
Sticlă flint	$5{,}66 \cdot 10^{-2}$
Bioxid de carbon (760 mm Hg)	$8{,}62 \cdot 10^{-6}$

În conformitate cu formula (247) dacă se schimbă sensul inducției magnetice se schimbă și sensul de rotire a planului de polarizare. Cîmpul magnetic poate fi realizat cu o bobină. În acest caz, sensul de rotație este același cu sensul curentului prin spirele bobinei. Kerr a arătat că și suprafețele metalice șlefuite, magnetizate pe direcție normală la suprafață, sînt capabile să rotească planul de polarizare al unei unde plane care se propagă pe direcția normală la suprafață. O suprafață a unui corp de fier magnetizat la saturație

rotește planul de polarizare cu $\alpha=20'$. Sensul de rotație este determinat de sensul curentului de magnetizare. Fenomenul se numește *efect magneto-optic Kerr.*

2.10. Propagarea undelor electromagnetice optice armonice plane în substanțe conductoare

Substanțele conductoare sînt caracterizate prin existența în ele a purtătorilor liberi de sarcini electrice ($\rho_c \neq 0$). Ele au conductivitate electrică $\sigma \neq 0$. Dăm în tabelul VIII cîteva exemple de substanțe conductoare:

TABELUL VIII

Denumirea	$\sigma(\Omega^{-1}\cdot m^{-1})$	$\varepsilon_0/\sigma(s)$
Argint	$6,81\cdot10^7$	$1,30\cdot10^{-19}$
Cupru	$6,45\cdot10^7$	$1,37\cdot10^{-19}$
Aluminiu	$4,00\cdot10^7$	$2,21\cdot10^{-19}$
Mercur	$0,11\cdot10^7$	$8,38\cdot10^{-19}$

În cazul substanțelor conductoare omogene, folosind (158) pentru unde plane armonice, putem scrie ecuațiile lui Maxwell (2) sub forma:

$$\text{I}\ (\vec{k}\times\vec{e})=\omega\cdot\vec{b};\qquad \text{II}\ -i(\vec{k}\times\vec{b})=\mu_0\sigma\vec{e}+i\omega\mu_0\vec{P}+i\omega\varepsilon_0\cdot\mu_0\cdot\vec{e}$$

$$\text{III}\ -\varepsilon_0 i(\vec{k}\cdot\vec{e})=i(\vec{k}\cdot\vec{P})+\rho_c\qquad \text{IV}\ \vec{k}\cdot\vec{b}=0 \tag{258}$$

Înmulțind I vectorial în dreapta cu $\vec{k}$ și folosind II se poate obține:

$$(\vec{k}\times\vec{k}\times\vec{e})=\vec{k}(\vec{k}\cdot\vec{e})-k^2\cdot\vec{e}=i\cdot\mu_0\cdot\sigma\cdot\omega\cdot\vec{e}-\omega^2\cdot\mu_0\vec{P}-\omega^2\varepsilon_0\cdot\mu_0\cdot\vec{e} \tag{259}$$

Dacă substanța este izotropă

$$\vec{P}=\chi\cdot\vec{e} \tag{260}$$

Folosind (260) putem scrie III sub forma:

$$i(\chi-\varepsilon_0)(\vec{k}\cdot\vec{e})=\rho_c \tag{261}$$

Dacă purtătorii de sarcini sînt electronii (particule de masă foarte mici) ei sînt evacuați de cîmpul electric al undei optice din spațiul de propagare astfel încît în primă aproximație în prezența undei $\rho_c \simeq 0$ (această condiție este satisfăcută pentru unde electromagnetice de frecvențe mai mici decît pentru cele cu frecvență mai mare) și conform cu (261):

$$(\vec{k}\cdot\vec{e})=0 \tag{262}$$

Folosind (262) și egalitatea $\vec{P}=\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)\vec{e}$ din (259) se poate obține:

$$k^2=\omega^2\cdot\varepsilon_0\cdot\mu_0\left(\varepsilon_r-i\,\frac{\sigma}{\varepsilon_0\cdot\omega}\right)=k_0^2\left(\varepsilon_r-i\,\frac{\sigma}{\varepsilon_0\cdot\omega}\right) \tag{263}$$

Formula (263) arată că în cazul substanţelor conductoare vectorul de undă este exprimat prin numere complexe. Mărimea lui este de forma:

$$k=k_r-ik_i \tag{264}$$

Folosind (264) pentru unde armonice plane putem scrie:

$$\vec{e}=\vec{E}e^{i(\omega\cdot t-(k_r-ik_i)L+\psi_0)}=\vec{E}e^{-k_iL}e^{i(\omega t-k_rL+\psi_0)} \tag{265}$$

Din (265) rezultă că partea imaginară a vectorului de undă exprimă descreşterea amplitudinii intensităţii cîmpului electric al undei în procesul de propagare.

Descreşterea amplitudinii fiind exponenţială convenţional ea este caracterizată prin distanţa ΔL pe care trebuie să o parcurgă unda electromagnetică în substanţa conductoare pentru ca amplitudinea ei să descrească de e ori; conform cu această convenţie din (265) rezultă:

$$\Delta L=\frac{1}{k_i} \tag{266}$$

Separînd din (263) şi (264) părţile reale şi părţile imaginare se poate obţine:

$$\begin{aligned} k_r^2-k_i^2&=k_0^2\varepsilon_r \\ 2k_r\cdot k_i&=k_0^2\frac{\sigma}{\varepsilon_0\cdot\omega} \end{aligned} \tag{267}$$

Rezolvînd (267) şi admiţînd că

$$\frac{\varepsilon_0\cdot\omega}{\sigma}<<1 \tag{268}$$

în primă aproximaţie se poate obţine:

$$k_i=k_0\sqrt{\frac{\sigma}{2\varepsilon_0\cdot\omega}} \tag{269}$$

Folosind datele numerice din tabelul VIII pentru limitele domeniului optic $\nu_1=1{,}5\cdot10^{13}$ Hz şi $\nu_2=1{,}6\cdot10^{15}$ Hz se obţine din (269) valorile $\Delta L_1=$ $=20$ nm şi $\Delta L_2=2$ nm. Aceste valori arată că unda electromagnetică nu poate să se propage în substanţe conductoare decît pe distanţe extrem de mici — fracţiuni de lungime de undă.

2.11. Difuzia radiaţiilor optice

Neomogenităţile de substanţă aflate în spaţiul de propagare produc împrăştierea radiaţiilor optice. Fenomenul de împrăştiere a radiaţiilor optice de către neomogenităţi de substanţă se numeşte *difuzia radiaţiilor optice*. Neomogenităţile de substanţă care produc difuzia radiaţiilor optice se numesc *centre de difuzie*. Difuzia radiaţiilor optice este determinată de procese de reemisie ale radiaţiei optice de către particulele de substanţă din centre de difuzie încărcate cu sarcini electrice.

În cele ce urmează vom numi radiaţie primară radiaţia sub acţiunea căreia se produc procesele de reemisie şi radiaţie secundară sau difuzată

radiaţia care rezultă în urma proceselor de reemisie. Radiaţia difuzată ca orice radiaţie este caracterizată prin densitatea de flux spectral (compoziţie spectrală) şi starea de polarizare.

a. *Densitatea de flux a radiaţiei difuzate.* Procesele de împrăştiere a radiaţiilor optice sînt dificil de modelat din cauza diversităţii factorilor care intervin în producerea fenomenului. Din această cauză în cele ce urmează vom prezenta un model mult simplificat dar capabil să redea principalele caracteristici ale proceselor de difuzie. Vom considera că unda primară este plană monocromatică, nepolarizată şi se propagă pe direcţia Oz a unui sistem de coordonate triortogonale. Astfel de unde pot fi exprimate prin două unde plane polarizate liniar pe direcţii ortogonale, necoerente (2.5. c) pe care le putem exprima prin funcţiile:

$$\vec{e}_x = E_x(t)e^{i(\omega \cdot t - kz)}\vec{i}, \quad \vec{e}_y = E_y(t)e^{i(\omega t - kz)}\vec{j} \tag{270}$$

$$\varphi_x = \varphi_y = \frac{\varphi_0}{2} \tag{271}$$

unde $E_x(t)$ şi $E_y(t)$ sînt funcţii aleatoare independente.

Să admitem că în originea axelor de coordonate (Fig. 19) se află un centru de difuzie de formă sferică din substanţă izotropă. Sub acţiunea intensităţilor de cîmp (270), în centrul de difuzie se induc momentele dipolare electrice (2.3. b):

$$\vec{p}_x = \tilde{\alpha}_x \vec{e}_x, \qquad \vec{p}_y = \tilde{\alpha}_y \cdot \vec{e}_y \tag{272}$$

Deoarece substanţa din centrul de difuzie este izotropă, în conformitate cu (45) putem scrie:

$$\tilde{\alpha}_x = \tilde{\alpha}_y = \tilde{\alpha} = \frac{q^2/m}{\omega_0^2 - \omega^2 + i \cdot \gamma \cdot \omega} \tag{273}$$

unde ω_0 este pulsaţia proprie a particulelor încărcate cu sarcini electrice care formează centrul de difuzie. Deoarece direcţiile ortogonale de descompunere a intensităţii cîmpului electric ale undei nepolarizate pot fi alese după dorinţă, alegem aceste direcţii astfel încît punctul P în vecinătatea căruia exprimăm densitatea de flux să fie situat în planul zOy (v. Fig. 19). În aceste condiţii, în conformitate cu formulele (46) şi (47) pentru momentele dipolare (272), în punctul $P(\vec{R})$ trebuie, în primă aproximaţie, să acţioneze cîmpuri electromagnetice secundare de intensităţi de cîmp electric

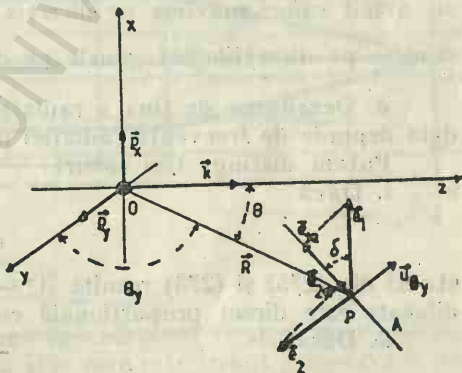


Fig. 19

$$\begin{aligned} \vec{e}_1 &= -A(R,\omega)E_x\,(t)e^{i(\omega \cdot t - kR)}\vec{i} \\ \vec{e}_2 &= -A(R,\omega)E_y(t)\sin\,\theta_y e^{i(\omega \cdot t - kR)}\vec{u}_{\theta_y} \end{aligned} \tag{274}$$

unde

$$A(R,\omega) = -\frac{\tilde{\alpha}}{R}\frac{\omega^2}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot c^2} \tag{275}$$

Folosind (60), (274) și (271) putem scrie formula:

$$\varphi_s(P) = \frac{1}{c \cdot \mu_0} < (\vec{e}_1 + \vec{e}_2)^2 > = A^2 \frac{\varphi_0}{2} (1 + \sin^2 \theta_y) \tag{276}$$

Dacă în apropierea originii axelor de coordonate sînt N centre de difuzie situate unul față de altul la distanțe mai mici decît lungimea de coerență a radiațiilor primare, folosind (276) și egalitatea $\theta_y = \frac{\pi}{2} - \theta$ putem scrie formula:

$$\varphi(P) = N \cdot \varphi_s(P) = N \cdot A^2(R, \omega)\varphi_0 \frac{1 + \cos^2 \theta}{2} \tag{277}$$

În (277) $\varphi(P)$ este densitatea de flux a radiației difuzate de N centre de difuzie. Unghiul θ pe care îl face direcția R de difuzie cu direcția fasciculului primar se numește unghi de difuzie. Din (277) rezultă următoarele:

α. Densitatea de flux a radiațiilor difuzate pe o direcție de difuzie dată (θ dat) este direct proporțională cu numărul centrelor de difuzie. Formula (277) poate fi folosită pentru determinarea acestui număr.

β. Densitatea de flux a radiațiilor difuzate pe o direcție de difuzie dată este direct proporțională cu densitatea de flux a fasciculului primar.

γ. Densitatea de flux a radiației difuzate depinde de direcția de difuzie avînd valori maxime pe direcția fasciculului primar ($\theta = 0, \pi$) și valori minime pe direcțiile ortogonale pe direcția fasciculului primar $\left(\theta = \frac{\pi}{2}\right)$.

δ. Densitatea de flux a radiației difuzate pentru o direcție de difuzie dată depinde de frecvența radiației primare (v. 275 și 273).

Putem distinge trei cazuri:

i. Dacă

$$\omega = \omega_0 \tag{278}$$

atunci din (275) și (273) rezultă $A^2 \sim \omega^2$ și deci densitatea de flux a radiației difuzate este direct proporțională cu pătratul frecvenței radiației primare.

ii. Dacă

$$\frac{\gamma}{\omega} << 1, \quad \frac{\omega_0}{\omega} << 1 \tag{279}$$

atunci din (275) și (273) rezultă în primă aproximație că A^2 nu depinde de frecvența radiației primare și în consecință densitatea de flux a radiației difuzate nu depinde de frecvența radiației primare.

iii. Dacă

$$\frac{\omega}{\omega_0} << 1 \tag{280}$$

atunci din (275) și (273) rezultă în primă aproximație $A^2 \sim \omega^4$ și în consecință

$$\varphi \sim \omega^4 \tag{281}$$

Dependența densității de flux a radiației difuzate de puterea a patra a frecvenței (280) a fost propusă de către Rayleigh în 1881 și se numește

legea lui Rayleigh. Fenomenele de difuzie care respectă legea lui Rayleigh se numesc fenomene de difuzie Rayleigh. Relaţia (281) permite explicarea culorii albastre a cerului. Radiaţia solară cu rol de radiaţie primară este difuzată de neomogenităţile din straturile superioare ale atmosferei care sînt determinate de fluctuaţii de densitate. În conformitate cu (276) radiaţia difuzată conţine cu densităţi de flux mai mari radiaţii cu frecvenţă mare care produc senzaţii vizuale de culoare albastru-violet.

Dacă în atmosferă există centre de difuzie care produc difuzie Rayleigh şi un observator priveşte spre soare sau lună, în ochii lui ajung radiaţiile primare provenite de la aceste corpuri cereşti şi cele difuzate pe direcţia de propagare a fasciculului primar. Radiaţiile primare în conformitate cu (276) sînt sărăcite prin procesul de difuzie în radiaţii de frecvenţe mari şi în consecinţă produc senzaţii vizuale de culoare roşu-portocaliu. Din această cauză în special la răsărit sau la apus, dacă atmosfera conţine praf fin, soarele şi luna sînt văzute de culoare roşie portocalie.

Cele prezentate mai sus pot fi ilustrate experimental. Experimentul poate fi realizat aşa cum este prezentat schematic în Fig. 20.

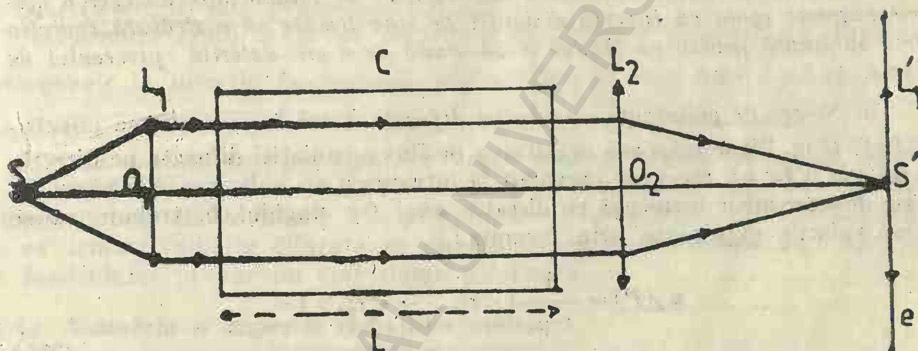


Fig. 20

Cu ajutorul unui bec cu filament incandescent S şi al unei lentile L_1 se obţine un fascicul intens de radiaţii albe care este trecut prin cuva C plină cu apă. Cuva trebuie să aibă o grosime L de aproximativ 50 cm. Cu ajutorul lentilei L_2 se obţine imaginea L_1' a lentilei L_1 sau a filamentului lămpii pe un ecran e. Această imagine este de culoare albă. Se introduce în apa din cuvă puţină soluţie de colofoniu realizată în alcool etilic şi se amestecă. Soluţia din cuvă astfel realizată devine opalescentă, fapt ce indică formarea centrelor de difuzie. În aceste condiţii pentru un observator care priveşte perpendicular pe direcţia de propagare a fasciculului primar, acest fascicul devine vizibil şi este de culoare albastră (în special în regiunea apropiată de locul de intrare a fasciculului în cuvă). În acelaşi timp, imaginea L_1' a lentilei L_1 este văzută pe ecran ca fiind de culoare roşie-portocalie.

δ. Datorită procesului de difuzie densitatea de flux a fasciculului primar se micşorează o dată cu creşterea distanţei parcursă în substanţa difuzantă. Variaţia fluxului fasciculului primar poate fi exprimată în modul următor. Scăderea $d\varnothing(\nu)$ a fluxului spectral al fasciculului primar într-un

strat de substanță de grosime dL este proporțională cu fluxul spectral $\theta(\nu)$ și cu grosimea stratului de substanță și deci putem scrie:

$$d\varnothing(\nu) = -\alpha_{da}(\nu)\varnothing(\nu)dL \qquad (282)$$

unde semnul (—) indică scăderea fluxului. Prin integrare de la $L=0$ la $L=L$ din (282) se poate obține formula:

$$\varnothing(L, \nu) = \varnothing(0, \nu)e^{-a_d(\nu)\cdot L} \qquad (283)$$

Mărimea $a_d(\nu)$ din (283) se numește *coeficient spectral de difuzie internă liniară*. În condiția:

$$\frac{\varnothing(L+\Delta L_d, \nu)}{\varnothing(L, \nu)} = e^{-1} \qquad (284)$$

din (283) rezultă:

$$a_d = \frac{1}{\Delta L_d} m^{-1} \qquad (285)$$

Din (285) și (284) rezultă că coeficientul de difuzie internă este *o mărime numeric egală cu inversa distanței pe care trebuie să o străbată radiația într-o substanță pentru ca fluxul ei să scadă de e ori datorită procesului de difuzie.*

b. *Starea de polarizare a radiației difuzate.* Dacă în vecinătatea punctului $P(\vec{R})$ (Fig. 19) se măsoară densitatea de flux a radiației difuzate pe direcția de difuzie θ cu un receptor prevăzut la intrare cu un polarizor A a cărui direcție de transmisie formează cu direcția axei Oy unghiul θ, trebuie să se obțină valorile exprimate prin formula:

$$\varphi_A(P) = \frac{1}{c\cdot\mu_0}(<e_{1a}^2> + <e_{2a}^2>) = \frac{1}{c\cdot\mu_0}(<e_1^2>\cos^2\delta + <e_2^2>\sin^2\delta) \qquad (286)$$

Folosind (274) și (270) putem scrie (286) sub forma:

$$\varphi_A(P) = A^2\frac{\varphi_0}{2}(\cos^2\delta + \cos^2\theta\sin^2\delta) \qquad (287)$$

Formula (287) arată că pentru o direcție de difuzie dată (θ dat), dacă se rotește polarizorul analizor A în jurul direcției de propagare a radiației difuzate, densitatea de flux măsurată φ_A variază periodic între valorile extreme:

$$\delta = 0, \qquad \varphi_{AM} = A^2\cdot\frac{\varphi_0}{2}$$
$$\delta = \frac{\pi}{2}, \qquad \varphi_{Am} = A^2\frac{\varphi_0}{2}\cos^2\theta \qquad (288)$$

Radiația optică pentru care densitatea de flux măsurată cu un receptor prevăzut la intrare cu un polarizor analizor, la rotirea analizorului în jurul direcției de propagare a radiației, variază periodic cu valorile extreme

φ_M şi φ_m cărora le corespund intensităţile de cîmp $\vec{e}_M(t)$ şi $\vec{e}_m(t)$ aleatoare necoerente se numeşte *radiaţie parţial polarizată*.

Radiaţia parţial polarizată este caracterizată prin gradul de polarizare $\mathfrak{L}$ definit prin formula:

$$\mathfrak{L} = \frac{\varphi_M - \varphi_m}{\varphi_M + \varphi_m} \tag{289}$$

Valoarea $\mathfrak{L} = 1$ care se obţine din (289) pentru $\varphi_m = 0$ corespunde radiaţiei total polarizate liniar.

Valoarea $\mathfrak{L} = 0$ care se obţine din (289) pentru $\varphi_M = \varphi_m$ corespunde radiaţiei nepolarizate. Ţinînd seama de (288) şi (289) gradul de polarizare a radiaţiei difuzate poate fi exprimat prin formula:

$$\mathfrak{L}(\theta) = \frac{1 - \cos^2 \theta}{1 + \cos^2 \theta} \tag{290}$$

Formula (290) arată că radiaţia difuzată pe direcţii paralele cu fasciculul primar ($\theta = 0, \pi$) este nepolarizată $\mathfrak{L} = 0$.

Formula (290) arată de asemenea că radiaţia difuzată pe direcţiile ortogonale la direcţia fasciculului primar $\left(\theta = \frac{\pi}{2}\right)$ sînt total polarizate liniar ($\mathfrak{L} = 1$).

Cele arătate mai sus sînt adevărate numai pentru centre de difuzie izotrope. Pentru centre de difuzie anizotrope momentele dipolare electrice induse în centrele de difuzie nu sînt paralele cu intensităţile de cîmp inductiv şi ca urmare radiaţia difuzată pe direcţie normală la direcţia de propagare a fasciculului primar nu sînt liniar polarizate.

2.12. Absorbţia şi dispersia radiaţiilor optice

a) *Noţiuni de bază.* După cum rezultă din (159) şi (179) în cazul substanţelor dielectrice izotrope, viteza de fază (indicele de refracţie) a undelor electromagnetice poate fi exprimată prin formula:

$$\frac{c^2}{v^2} = n^2 = \varepsilon_r = 1 + \frac{P}{\varepsilon_0 \cdot e} \tag{291}$$

unde

$$\vec{P} = \Sigma \vec{p}_j \tag{292}$$

Din (291) rezultă că viteza de fază este determinată de relaţia care se stabileşte în procesul de propagare a undei electromagnetice în substanţă între polarizaţia substanţei şi intensitatea cîmpului electric. Această relaţie se stabileşte prin interacţiunea dintre cîmpul electromagnetic al undei şi particulele de substanţă încărcate cu sarcini electrice. Interacţiunile care au loc în procesul de propagare a undei electromagnetice cu substanţa determină schimbarea stării de mişcare a particulelor încărcate cu sarcini electrice care la rîndul lor prin reemisie (emisie de unde secundare) modifică cîmpul electromagnetic al undei primare. Ca urmare unda electromagnetică şi unda de polarizaţie care o însoţeşte se propagă în substanţă cu altă viteză de fază decît viteza de propagare în vid. Particulele de substanţă încărcate cu sarcini

electrice care interacționează cu cîmpul undei electromagnetice sînt componente ale sistemelor atomice și mișcarea lor poate fi exprimată numai prin metodele mecanicii cuantice. În măsura în care interesează numai interacțiunile care pot fi exprimate prin inducerea în sisteme atomice de momente dipolare electrice sub acțiunea cîmpului electromagnetic al undei și emisia unor unde secundare de către aceste momente dipolare putem folosi pentru exprimarea interacțiunii metodele electrodinamicii clasice. Pentru ca rezultatele obținute în acest fel să fie în concordanță cu cele obținute prin metodele mecanicii cuantice este suficient să admitem că în fiecare sistem atomic se pot induce N momente dipolare electrice cu frecvențe proprii ω_{0j} ($j=0, 1 \ldots N$). Acest adevăr este ilustrat de faptul că orice atom poate emite o mulțime de linii spectrale de diferite frecvențe de bază. În aceste condiții, dacă în unitate de volum există N_0 sisteme atomice, în ele vor putea fi induse

$$N_j = f_j N_0 \tag{292}$$

momente dipolare electrice de tipul j. Mărimea f_j numeric egală cu raportul între numărul de dipoli de tipul j (care pot participa la interacțiunea dintre unda electromagnetică și substanță) din unitate de volum și numărul de sisteme atomice din unitate de volum se numește *tăria oscilatorului de frecvență proprie* ω_{0j}.

În conformitate cu (44) și (45) momentul dipolar de frecvență proprie ω_{0j} indus într-un sistem atomic de intensitatea de cîmp electric $\vec{e}$ poate fi exprimat prin formulele:

$$\vec{p}_j = \alpha_j(\omega)\cdot\vec{e} \tag{293}$$

$$\tilde{\alpha}_j(\omega) = \frac{q_j^2/m_j}{(\omega_{0j}^2-\omega^2)+i\cdot\omega\cdot\gamma_j} \tag{294}$$

Pentru cîmpuri de frecvență $\omega=0$ din (294) se poate obține:

$$\alpha_j(0) = \frac{q_j^2}{m_j\cdot\omega_0^2} \tag{295}$$

Folosind (295) putem scrie (294) sub forma:

$$\tilde{\alpha}_j(\omega) = \frac{\alpha_j(0)\omega_{0j}^2}{(\omega_{0j}^2-\omega^2)+i\omega\gamma_j} = \frac{\alpha_j(0)\omega_{0j}^2(\omega_{0j}^2-\omega^2)}{(\omega_{0j}^2-\omega^2)^2+\omega^2\gamma_j^2} - i\,\frac{\alpha_j(0)\omega_{0j}^2\cdot\gamma_j\cdot\omega}{(\omega_{0j}^2-\omega^2)^2+\omega^2\cdot\gamma_j^2} \tag{296}$$

Din (286) rezultă că polarizabilitatea sistemelor atomice este o mărime care se exprimă prin numere complexe

$$\tilde{\alpha}_j(\omega) = \alpha_j(\omega) - i\cdot\alpha_j^i(\omega) \tag{297}$$

Conform cu definiția acestei mărimi, ținînd seama de (292) și (293), polarizația substanței sub acțiunea intensității cîmpului electric $\vec{e}$ al undei electromagnetice poate fi exprimată prin formula:

$$\vec{P} = \sum_{j=1}^{N} N_j\cdot\vec{p}_j = N_0\left[\sum^{N} f_j\cdot\tilde{\alpha}_j(\omega)\right]\cdot\vec{e} \tag{298}$$

Folosind (298), putem exprima (291) sub forma:

$$\tilde{n}^2 = 1 + \frac{N_0}{\varepsilon_0}\left[\sum_{j=1}^{N} f_j \tilde{\alpha}_j(\omega)\right]. \tag{299}$$

După cum rezultă din (297) și (299), indicele de refracție al substanțelor dielectrice se exprimă prin numere complexe

$$\tilde{n} = n(\omega) - i \cdot \eta(\omega) \tag{300}$$

Ținînd seama de (300), (272) și (273), putem exprima intensitatea cîmpului electric al unei unde plane armonice care se propagă într-o substanță dielectrică omogenă prin funcția:

$$\vec{e}(L, \nu) = \vec{E} \cdot e^{-k_0 \cdot \eta \cdot L}\, e^{i(\omega \cdot t - k_0 \cdot n \cdot L + \psi_0)} \tag{301}$$

După cum rezultă din (301), existența părții imaginare $\eta \neq 0$ arată că în procesele de propagare a undelor electromagnetice în substanțe dielectrice, amplitudinea cîmpului electric descrește exponențial în funcție de distanța L parcursă în substanță. Această descreștere a amplitudinii intensității cîmpului electric se produce ca urmare a lucrului mecanic efectuat de forțele electromagnetice ale cîmpului asupra sistemelor atomice din substanță, lucru mecanic care duce la transformarea energiei radiante în energie internă a sistemelor atomice. Procesele de transformare a energiei radiante în energie internă a sistemelor atomice care formează substanța se numesc *absorbție a energiei radiante.*

După cum rezultă din (301), partea reală a indicelui de refracție determină viteza de fază a undei electromagnetice. Formulele (301), (299) și (296) arată că partea reală a indicelui de refracție este funcție de frecvența undei electromagnetice. În consecință, viteza de fază este funcție de frecvența undei electromagnetice. Fenomenul de variație a vitezei de fază (indicelui de refracție) a undei electromagnetice cu frecvența se numește *dispersie a undelor electromagnetice.*

b. *Absorbția radiațiilor optice în substanțe dielectrice izotrope.* În procesele de interacțiune dintre radiația optică și substanță o parte din energia radiantă este transformată în energie internă a substanței (este absorbită). Folosind (62), (94) și (301), putem exprima fluxul energetic al unei unde plane monocromatice sub forma:

$$\varnothing(L, \nu) = \int_{\Delta\Sigma} \frac{E(\nu)E^*(\nu)}{v \cdot \mu_0 \cdot \Delta l_0}\, e^{-2 \cdot k_0 \cdot \eta \cdot L}\, d\Sigma \tag{302}$$

Notînd în (302)

$$2k_0 \cdot \eta(\nu) = a(\nu);$$

$$\int_{\Delta\Sigma} \frac{E(\nu)E^*(\nu)}{v \cdot \mu_0 \cdot \Delta l_0}\, d\Sigma = \varnothing(0, \nu) \tag{303}$$

putem scrie această formulă sub forma:

$$\varnothing(L, \nu) = \varnothing(0, \nu)\, e^{-a(\nu) \cdot L} \tag{304}$$

În conformitate cu (304), $\varnothing(0, \nu)$ este fluxul energetic spectral la nivelul unei suprafețe considerată ca suprafață inițială ($L=0$), $\varnothing(L, \nu)$ fluxul energetic spectral la distanța L de suprafața inițială. Formula (304) arată o descreștere exponențială a fluxului energetic spectral în funcție de distanța L străbătută de radiații în substanță. În condiția:

$$\frac{\varnothing(L+\Delta L, \nu)}{\varnothing(L, \nu)}=e^{-1} \tag{305}$$

din (304) se obține:

$$a(\nu)=\frac{1}{\Delta L_a}\, m^{-1} \tag{306}$$

Mărimea $a(\nu)$ se numește *coeficient spectral de absorbție liniară internă* și în conformitate cu relațiile (305), $a(\nu)$ este *o mărime numeric egală cu inversa distanței pe care trebuie să o străbată într-o substanță dată radiația pentru ca fluxul ei spectral să scadă de e ori*. Valorile funcției $a(\nu)$ împreună cu valorile ν (sau λ) care le corespund poartă numele de *spectru de absorbție al substanței*. Folosind (300), (297) și (299), pentru a separa partea imaginară, putem obține formula:

$$2n(\omega)\cdot\eta(\omega)=\frac{N_0}{\varepsilon_0}\sum_j f_j\cdot\alpha_j^i(\omega) \tag{307}$$

Din (307), (303), (296) și (297) se poate obține formula:

$$a(\omega)=\frac{k_0}{n(\omega)}\,\frac{N_0}{\varepsilon_0}\sum_j\frac{f_j\cdot\alpha_j(0)\,\omega_{0j}^2\omega\cdot\gamma_j}{(\omega_{0j}^2-\omega^2)^2+\omega^2\cdot\gamma_j^2} \tag{308}$$

Din (253) rezultă, de asemenea, $a(\nu)$ este determinată de toate frecvențele proprii ale sistemelor atomice care formează substanța și deci este o mărime caracteristică acesteia. Mărimea $a(\nu)$ este o funcție foarte complicată de ν.

Să admitem că substanța este un gaz rarefiat $n(\nu)=1$ și este formată din sisteme atomice pentru care participă la interacțiunea cu radiație numai dipolii electrici de frecvență proprie $\omega_{0m}(j=m)$. În aceste condiții, ținînd seama de egalitatea $k_0=\frac{\omega}{c}$, formula (253) ia forma:

$$a(\nu)=\frac{A_m\omega^2\cdot\gamma_m}{(\omega_{0m}^2-\omega^2)^2+\omega^2\cdot\gamma_m^2} \tag{309}$$

unde s-a notat

$$A_m=N_0\frac{\omega_{0m}^2}{c\cdot\varepsilon_0}f_m \tag{310}$$

Funcția (309) are maximul determinat de mărimile:

$$\omega=\omega_{0m} \qquad a(\omega_{0m})_{\max}=\frac{A_m}{\gamma_m} \tag{311}$$

Totodată din (309) rezultă:

$$\lim_{\omega\to\infty} a(\omega)=0 \tag{312}$$

Din (309), (307) și (312) rezultă că graficul funcției $a(\nu)$ este de forma reprezentată în Fig. 21.

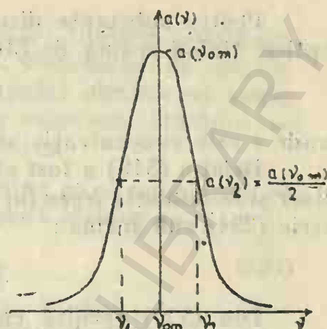


Fig. 21

Comparînd graficul din Fig. 21 cu graficul din Fig. 6 se poate afirma că pentru o frecvență proprie dată ω_{0m} spectrul de absorbție este analog cu spectrul de emisie. Putem numi acest spectru *linie de absorbție*, analog cu denumirea *linie de emisie*.

Din (254) și (256) în condiția

$$\frac{a(\nu_1)}{a(\nu_{0m})}=\frac{a(\nu_2)}{a(\nu_{0m})}=\frac{1}{2} \qquad (313)$$

se obține (în aproximația $\omega_{0m}=\omega_1$) pentru semilățimea spectrală $\Delta\nu_s=\nu_2-\nu_1$ formula:

$$\Delta\nu_s=2(\nu_{0m}-\nu_1)=\frac{\gamma_m}{2\cdot\pi} \qquad (314)$$

Semilățimile spectrale ale liniilor de absorbție sînt de valori apropiate de:

$$\Delta\nu_s=10^8\cdot s^{-1} \qquad (315)$$

Gazele atomice au spectre de absorbție formate din linii de absorbție. Gazele moleculare cu molecule biatomice au spectre de absorbție formate dintr-un număr mare de linii spectrale grupate în benzi de absorbție. Benzile de linii de absorbție se grupează în sisteme de benzi de absorbție. Adesea liniile dintr-o bandă se contopesc formînd benzi cu distribuții continue de valori ale funcției $a(\nu)$. Pentru substanțe moleculare cu molecule complexe, spectrul de absorbție este format din benzi cu distribuții continue ale valorilor mărimii $a(\nu)$. Din (304) se pot obține formulele:

$$E_n(\nu)=-\ln\frac{\varnothing(L\cdot\nu)}{\varnothing(0,\nu)}=-\ln\tau_i(L,\nu)=a(\nu)L \qquad (316)$$

$$E(\nu)=-\log\frac{\varnothing(L,\nu)}{\varnothing(0,\nu)}=-\log\tau_i(L,\nu)=a(\nu)\cdot L\cdot\log e \qquad (317)$$

unde:

$$\tau_i(\nu)=\frac{\varnothing(L,\nu)}{\varnothing(0,\nu)} \qquad (318)$$

Mărimea $E_m(\nu)$ se numește *extincție spectrală naturală*. Mărimea $E(\nu)$ se numește *extincție spectrală zecimală sau densitate optică spectrală internă*.

Mărimea $\tau_i(\nu)$ se numește *factor spectral de transmisie* internă și în conformitate cu (318) este o mărime numeric egală cu raportul între fluxul energetic spectral la distanță L în substanță și fluxul energetic spectral la distanță $L=0$ pentru un fascicul de raze paralele de secțiune dată. Oricare dintre mărimile $E_n(\nu)$, $E(\nu)$ sau $\tau_i(\nu)$ fiind determinate de $a(\nu)$ pot exprima spectrul de absorbție al substanței.

Pentru substanțe dizolvate într-un solvent care nu absoarbe radiațiile optice, ținînd seama de (309) și (310), putem scrie:

$$a(\nu)=\varepsilon(\nu)\cdot c \qquad (319)$$

unde c este concentrația soluției.

Relația (319) a fost stabilită în 1852 pe cale experimentală de către A. Beer și se numește *legea lui Beer*. Ținînd seama de (319), pentru soluții putem scrie (294) sub forma:

$$\varnothing(L, \nu)=\varnothing(0, \nu)e^{-\varepsilon(\nu).c.L} \qquad (320)$$

Din (320) rezultă că pentru exprimarea spectrelor de absorbție ale radiațiilor pot fi folosite mărimile:

$$E_n^i(L, \nu)=-\ln \tau_i(\nu)=\varepsilon(\nu)\cdot c\cdot L \qquad (321)$$

$$E^i(L, \nu)=-\log \tau_i(\nu)=\varepsilon(\nu)\cdot c\cdot L.\log e \qquad (322)$$

numite *extincție spectrală naturală* respectiv *extincție spectrală zecimală*. De asemenea mărimile:

$$m_n(\nu)=-\frac{1}{L}\ln \tau_i= \varepsilon(\nu)\cdot c \qquad (323)$$

$$m(\nu)=-\frac{1}{L}\log \tau_i=\varepsilon(\nu)\cdot \log e\cdot c \qquad (324)$$

numite *modul de extincție spectral natural respectiv modul de extincție spectral zecimal.*

Pot fi folosite pentru a exprima spectrul de absorbție și mărimile:

$$\varepsilon_n(\nu)=-\frac{1}{c\cdot L}\ln \tau_i(\nu)\,; \qquad \varepsilon(\nu)=-\frac{1}{c\cdot L}\log \tau_i(\nu) \qquad (325)$$

numite *coeficient de extincție spectral natural* respectiv *coeficient de extincție spectral zecimal.*

c. *Absorbția radiațiilor optice în substanțe dielectrice anizotrope.* Substanțele dielectrice anizotrope cu rețele cristaline de simetrie mică sînt caracterizate prin indici de refracție principali:

$$n_a^2\neq n_b^2\neq n_c^2 \qquad (326)$$

Astfel de substanțe în conformitate cu relațiile (300) și (303) sînt caracterizate în privința fenomenului de absorbție prin trei coeficienți de absorbție principali.

$$a_a(\nu)\neq a_b(\nu)\neq a_c(\nu) \qquad (327)$$

Substanțele caracterizate prin trei coeficienți de absorbție principali se numesc *substanțe tricroice.*

Pentru substanțe cu rețele cristaline de simetrie mijlocie

$$a_a(\nu)=a_b(\nu)=a_0(\nu)\,; \qquad a_c(\nu)=a_e(\nu) \qquad (328)$$

Substanțele caracterizate prin doi coeficienți de absorbție internă principali se numesc *substanțe dicroice.*

În conformitate cu (204), ținînd seama de (327), undele polarizate pe direcțiile de bază sînt absorbite în mod diferențiat. Fenomenul de absorbție selectivă, funcție de orientarea intensității cîmpului electric al undei față de sistemul de axe de coordonate principale în substanțe tricroice, se numește tricroism iar pentru substanțe dicroice dicroism.

d. *Dispersia undelor electromagnetice optice.* Pentru ca o radiație să se poată propaga într-o substanță pe o distanță apreciabilă trebuie ca:

$$a(\omega)=2\cdot k_0\cdot\eta(\omega)\simeq 0 \tag{329}$$

pentru toate frecvențele componentelor armonice ale radiației.

Substanțele care îndeplinesc condiția (329) se numesc *substanțe transparente.* Condiția (329) este îndeplinită dacă în (296) $\gamma_j=0$. În această condiție din (296) și (299) se obține:

$$n^2(\omega)=1+\frac{N_0}{\varepsilon_0}\sum_{j=1}^{N}\frac{f_j\cdot\alpha_j(0)\cdot\omega_{0j}^2}{\omega_{0j}^2-\omega^2} \tag{330}$$

Pentru $\omega=0$ din (330) se obține:

$$n^2(0)=1+\frac{N_0}{\varepsilon_0}\sum_{j=1}^{N}f_j\cdot\alpha_j(0) \tag{331}$$

Folosind (331) putem scrie (330) sub forma:

$$n^2(\omega)=n^2(0)+\frac{N_0}{\varepsilon_0}\sum_{j=1}^{N}\frac{f_j\cdot\alpha_j(0)\cdot\omega^2}{\omega_{0j}^2-\omega^2} \tag{332}$$

Introducînd în (332) în locul pulsațiilor lungimile de undă prin formulele

$$\omega=\frac{2\pi c}{\lambda},\quad \omega_{0j}=\frac{2\pi c}{\lambda_{0j}} \tag{333}$$

putem obține formula:

$$n^2(\lambda)=n^2(\infty)+\frac{N_0}{\varepsilon_0}\sum_{j=1}^{N}\frac{f_j\cdot\alpha_j(0)\cdot\lambda_{0j}^2}{\lambda^2-\lambda_{0j}^2} \tag{334}$$

Formula (334) este în concordanță cu determinările experimentale pentru diverse substanțe transparente. Astfel pentru sarea gemă determinările experimentale arată că indicele de refracție poate fi exprimat prin formula:

$$n^2(\lambda)=5{,}12+\frac{0{,}018}{\lambda^2-(0{,}126)^2}+\frac{8\,977}{\lambda^2-(36{,}1)^2} \tag{335}$$

Din (335) rezultă că sarea gemă are două lungimi de undă proprii $\lambda_{01}=$ $=0{,}126$ μm și $\lambda_{02}=56{,}1$ μm care contribuie mai intens la determinarea indicelui de refracție a substanței. Măsurătorile spectrale asupra coeficientului de absorbție au arătat că sarea gemă are o bandă de absorbție la lungimile de undă $\lambda=53{,}6$ μm care corespunde foarte bine cu valoarea mărimii λ_{02}. Pentru o lungime de undă λ, pentru care substanța este transparentă lungimile de undă proprii ale substanței pot fi clasificate în:

$$\lambda_{0m}<\lambda \text{ și } \lambda_{0p}>\lambda \tag{336}$$

şi putem scrie (334) sub forma:

$$n^2(\lambda)=n^2(\infty)+\frac{N_0}{\varepsilon_0}\left[\sum_m \frac{f_m\cdot\alpha_m(0)\cdot\lambda_{0m}^2}{\lambda^2}\,\frac{1}{1-\left(\frac{\lambda_{0m}}{\lambda}\right)^2}+\sum_p \frac{f_p\cdot\alpha_p(0)}{\left(\frac{\lambda}{\lambda_{0p}}\right)^2-1}\right] \tag{337}$$

Ţinînd seama de (336), termenii din (337) pot fi dezvoltaţi în serii de puteri şi putem obţine:

$$n^2(\lambda)=n^2(\infty)+\frac{A}{\lambda^2}+\frac{B}{\lambda^4}+\ldots.-[A'+B'\lambda^2+C'\lambda^4+\ldots.] \tag{338}$$

unde:

$$A=\frac{N_0}{\varepsilon_0}\sum_m f_m\cdot\alpha_m(0)\cdot\lambda_{0m}^2$$

$$B=\frac{N_0}{\varepsilon_0}\sum_m f_m\cdot\alpha_m(0)\cdot\lambda_{0m}^4$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \tag{339}$$

$$A'=\frac{N_0}{\varepsilon_0}\sum f_p\cdot\alpha_p(0)$$

$$B'=\frac{N_0}{\varepsilon_0}\sum_p f_p\frac{\alpha_p(0)}{\lambda_{0p}^2}$$

Formulele stabilite pe cale experimentală de către Cauchy şi Biot confirmă formula (338). Variaţia Δn a indicelui de refracţie cu lungimea de undă poate fi exprimată prin formula

$$\Delta n=\frac{dn}{d\lambda}\Delta\lambda \tag{340}$$

Mărimea $\frac{dn}{d\lambda}$ se numeşte *coeficient spectral de dispersie* şi este o mărime caracteristică substanţei. În tabelul X sînt prezentate valorile coeficientului de dispersie (măsurate pentru $\lambda=589{,}3$ nm) la cîteva substanţe.

Pentru caracterizarea substanţelor în tehnică sînt măsuraţi indicii de refracţie pentru radiaţii monocromatice de lungimile de undă reprezentate în tabelul IX. Pentru caracterizarea substanţelor sînt folosite mărimile:

— Dispersie parţială pentru două lungimi de undă ex. $\Delta n_{gh}=n_g-n_h$ pentru lungimile de undă g şi h.

— Dispersia medie $\Delta n_{FC}=n_F-N_C$

— Dispersia totală $\Delta n_{hA'}=n_h-n_{A'}$;

— Numărul lui Abbé

$$\nu=\frac{n_D-1}{n_F-n_C} \tag{341}$$

TABELUL IX

Notaţie	λ(nm)	Element
*	1 014,0	—
A'	768,2	K
C	656,3	H
D	589,3	Na
d	587,6	Hg
e	546,1	Hg
F	486,1	H
g	435,8	Hg
h	404,7	Hg
**	365,0	Hg

Substanțele transparente cele mai bune pentru confecționat dispozitive optice sînt diverse sorturi de sticlă și cuarțul topit. Există o varietate foarte mare de sorturi de sticlă. Ele pot fi clasificate în două categorii mari:

— Sticle cron (crown) cu n_D de valori mici și număr Abbé mare. Sticlele cron se notează cu litera *C* (în Germania *K*) (Tabel X).

Sticle flint cu n_D mare și numere Abbé mici. Se notează cu litera *F*.

Fiecare categorie de sticle are varietăți: „ușor" care se notează cu *U* (germană *L*) și „greu" notate *G* (germană *S*). Dacă sticla conține bor în notație apare *B* iar pentru bariu Ba.

Cifrele care apar în codul sorturilor de sticlă dau informații standard asupra abaterii Δn_D de la valorile standard ale indicelui de refracție corespunzător sortului de sticlă, asupra omogenității optice, anizotropiei mecanice, transparenței etc.

TABELUL X

Substanța	Domeniul de transparență $(\lambda_1-\lambda_2)$ mm	$n_D^{25°}$	ν	$\frac{dn}{d\lambda}$ (nm^{-1})	$\frac{dn}{dT}$ (k^{-1})
Apă	—	1,33287	55,5	$-3{,}1 \cdot 10^{-5}$	$-8{,}1 \cdot 10^{-5}$
Sticlă C.U. 5	310—2 600	1,4781	65,6	—	—
Sticlă C.G.1.	350—2 600	1,6204	60,3	—	—
Sticlă F.U.	330—2 600	1,5749	41,3	—	—
Sticlă F.G.4	370—2 600	1,7552	27,0	—	—
Cuarț topit	200—3 700	1,4585	68,4	$-5{,}9 \cdot 10^{-5}$	$-3{,}0 \cdot 10^{-6}$
Sare gemă	200—1 700	1,5443	42,8	$-3{,}7 \cdot 10^{-4}$	$-3{,}7 \cdot 10^{-4}$

Pentru diverse sorturi de sticlă formula (338) poate fi scrisă în forma aproximativă:

$$n^2(\lambda)=n^2(\infty)+\frac{A}{\lambda^2}+\frac{B}{\lambda^4}+\dots \qquad (342)$$

Formula (342) este cunoscută sub numele de formula lui Cauchy. De altfel în multe cazuri primii doi termeni din (342) exprimă cu suficientă precizie dispersia pentru diverse sorturi de sticlă pentru domeniul vizibil.

e. *Propagarea undelor electromagnetice optice monocromatice în substanță. Viteza de grup.* Radiația monocromatică este formată din grupuri de unde. Grupurile de unde pot fi considerate în baza formulei:

$$\vec{e}(L,t)=\int_{-\infty}^{+\infty} E(\nu)e^{-i.k.L} \cdot e^{2.\pi.i.\nu.t} \cdot d\nu \qquad (343)$$

ca fiind compuse dintr-un număr infinit de componente armonice care în substanță se propagă cu viteze de fază diferite, deoarece

$$\vec{k}=k_0 \cdot n(\lambda) \cdot \vec{N} \qquad (344)$$

Notînd cu ν_b și $\vec{k}_b$ frecvența și vectorul de undă a armonicei de bază, putem scrie (344) sub forma:

$$\vec{e}(L, t) = e^{i(2\pi\nu_b t - k_b L)} \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{E}(\nu)\, e^{i[2\pi(\nu-\nu_b)t-(k-k_b)L]}\, d\nu = E(L\cdot t)\, e^{i(2\pi\cdot\nu_b t - k_b L)} \quad (345)$$

unde:

$$\vec{E}(L, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{E}(\nu)\cdot e^{i[2\pi(\nu-\nu_b)t-(k-k_b)L]}\, d\nu \quad (346)$$

arată cum sînt distribuite în spațiu și timp valorile amplitudinilor grupului de unde și se numește *funcție de amplitudini*. Deoarece vectorul de undă este funcție de frecvență putem scrie:

$$\triangle k = k - k_b = \frac{\partial k}{\partial \nu}\cdot\Delta\nu \quad (347)$$

Folosind (347), putem scrie (346) sub forma:

$$E(L, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{E}(\nu) e^{i\Delta k\left(2\pi\frac{\partial\nu}{\partial k}\cdot t - L\right)} d\nu \quad (348)$$

Din (348) rezultă că suprafețele de amplitudine constantă ale unei unde plane se obțin în condiția:

$$2\pi\frac{\partial\nu}{\partial_k}\cdot t - L = -L_0 = \text{const.} \quad (349)$$

Formula (349) arată că suprafețele de amplitudine constantă se propagă în spațiu cu viteza:

$$v_g = 2\cdot\pi\cdot\frac{\partial\nu}{\partial k} \quad (350)$$

Viteza v_g cu care se deplasează o suprafață de amplitudine constantă a unui grup de unde se numește *viteză de grup*.

Folosind (344) și relațiile $dk = d(n\cdot k_0) = n\cdot dk_0 + k_0 dn$; $dk_0 = -2\pi\frac{d\lambda_0}{\lambda_0^2}$; $d\nu = -\frac{c\cdot d\lambda_0}{\lambda_0^2}$ putem scrie (350) sub forma:

$$\frac{1}{v_g} = \frac{1}{v} - \frac{\lambda_0}{c}\,\frac{\partial n}{\partial\lambda_0} \quad (351)$$

Pentru substanțe transparente $\frac{\partial n}{\partial\lambda_0} < 0$ și deci din (351) rezultă $v_g < v$.

3. FENOMENE OPTICE CARE SE PRODUC ÎN VECINĂTATEA SUPRAFEȚEI DE SEPARAȚIE DINTRE DOUĂ SUBSTANȚE

3.1. Reflexia și refracția radiațiilor optice

Să admitem că două substanțe izotrope și omogene cu permitivități electrice relative ε_{1r} și ε_{2r} și conductivități electrice σ_1 și σ_2 sînt separate printr-o suprafață plană π (Fig. 22 și Fig. 23) orientată cu versorul $\vec{N}$ al normalei la această suprafață. În vecinătatea suprafeței π se produce trecerea de la o substanță la alta și mărimile ε_r și σ variază rapid pe direcția normală la suprafață între valorile ε_{1r} și ε_{2r} respectiv σ_1 și σ_2.

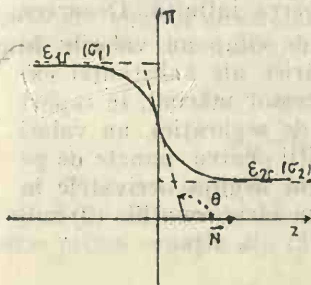


Fig. 22

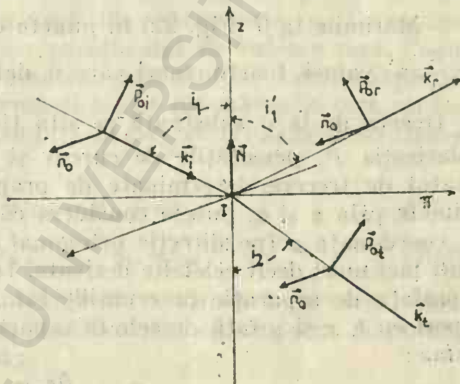


Fig. 23

Modul de variație a acestor mărimi este prezentat prin graficul din Fig. 22. Deoarece $n^2 = \varepsilon_r$, stratul de substanță din vecinătatea suprafeței π se comportă sub acțiunea cîmpului electromagnetic ca o neomogenitate de substanță de formă plană. În consecință, undele secundare generate prin reemisie la nivelul acestei neomogenități se vor propaga în ambele substanțe. Să admitem că unda primară plană atinge suprafața π. Vom numi această undă unda incidentă și vom nota cu i_1 (Fig. 23) unghiul pe care îl formează vectorul ei de undă $\vec{k}_i = k_i \vec{N}_i$ cu normala la suprafața de separație. Vom numi planul determinat de vectorul de undă $\vec{k}_i$ cu versorul $\vec{N}$ *plan de incidență*. Sub acțiunea undei incidente, momentele dipolare induse în vecinătatea suprafeței de separație generează unde secundare care se compun în două unde plane. Unda plană care se propagă în aceeași substanță ca unda incidentă se numește *undă reflectată* iar unda care se propagă în cea de a doua substanță se numește *undă transmisă sau refractată*.

Procesul de generare a undei reflectate se numește *reflexie* iar procesul de generare a undei transmise *refracție*. Notăm cu i_1' unghiul pe care îl face vectorul de undă $\vec{k}_r = k_r \cdot \vec{N}_r$ al undei reflectate cu direcția $\vec{N}$ iar cu i_2 unghiul format de vectorul de undă $\vec{k}_t = k_t \cdot \vec{N}_t$ al undei transmise cu direcția $\vec{N}$.

Prin reflexie și refracție se produce divizarea undei primare incidente. Dacă în vecinătatea suprafeței de separație nu se produce difuzie și nici absorbție, atunci putem scrie pentru un punct de pe suprafața de separație:

$$d\varnothing_r = R d\varnothing_i; \qquad d\varnothing_t = T d\varnothing_i; \qquad d\varnothing_i = d\varnothing_r + d\varnothing_t \tag{352}$$

Mărimea R din (352) se numește *factor de reflexie al suprafeței de separație*. Mărimea T din (352) se numește *factor de transmisie al suprafeței de separație*. Din (352) rezultă:

$$T + R = 1 \tag{353}$$

Mărimile R și T pot fi determinate cu ajutorul ecuațiilor lui Maxwell. Din figura 22 rezultă:

$$(\mathrm{tg}\,\theta)_\varepsilon = \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \qquad (\mathrm{tg}\,\theta)_\sigma = \frac{\partial \sigma}{\partial z} \tag{354}$$

Mărimile tg θ (Fig. 22) în puncte de pe suprafața de separație deoarece $\theta \simeq \frac{\pi}{2}$ au valori foarte mari care o dată cu descreșterea grosimii stratului de trecere de la o substanță la alta tinde spre valoarea infinită. Deoarece polarizația $\vec{P}$, densitățile de curent și intensitățile de cîmp au valorile în stratul de trecere, determinate de proprietățile electrice ale substanței exprimate prin ε și σ, putem considera că derivatele acestor mărimi, în raport cu coordonata z (pe direcție ortogonal la suprafața de separație), au valori mult mai mari decît celelalte derivate. În aceste condiții pentru puncte de pe suprafața de separație în ecuațiile lui Maxwell putem neglija derivatele în raport cu t, x și y față de cele în raport cu z și putem scrie ecuațiile (2) sub forma:

$$\begin{aligned}
&\text{I} \qquad \nabla \times \vec{e} \simeq -\frac{\partial e_y}{\partial z}\vec{i} + \frac{\partial e_x}{\partial z}\vec{j} = 0\\
&\text{II} \qquad \nabla \times \vec{b} \simeq -\frac{\partial b_y}{\partial z}\vec{i} + \frac{\partial b_x}{\partial z}\vec{j} = 0\\
&\text{III} \qquad \varepsilon_0 \frac{\partial e_z}{\partial z} \simeq -\frac{\partial P_z}{\partial z}\\
&\text{IV} \qquad \frac{\partial b_z}{\partial z} = 0
\end{aligned} \tag{355}$$

Ecuațiile (355) sînt echivalente cu sistemul de ecuații scalare:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial e_x}{\partial z} = 0; \qquad \frac{\partial e_y}{\partial z} = 0; \qquad \frac{\partial}{\partial z}(P_z + \varepsilon_0 e_z) = 0\\
&\frac{\partial b_x}{\partial z} = 0; \qquad \frac{\partial b_y}{\partial z} = 0; \qquad \frac{\partial b_z}{\partial z} = 0
\end{aligned} \tag{356}$$

Să admitem că undele incidente reflectate și transmise sînt plane monocromatice. În aceste condiții intensitățile de cîmp electric ale acestor unde pot fi exprimate prin funcțiile:

$$\vec{e}_i=\vec{E}_i(t)e^{i(\omega_i\cdot t-\vec{k}_i\cdot\vec{R})}$$
$$\vec{e}_r=\vec{E}_r(t)e^{i(\omega_r\cdot t-\vec{k}_r\cdot\vec{R})} \tag{357}$$
$$\vec{e}_t=\vec{E}_t(t)e^{i(\omega_t\cdot t-\vec{k}_t\cdot\vec{R})}$$

Aceste intensități de cîmp pot fi exprimate prin formulele:

$$\vec{e}_i=e_{ip}\cdot\vec{p}_{0i}+e_{in}\cdot\vec{n}_0 \quad \vec{e}_r=e_{rp}\cdot\vec{p}_{0r}+e_{rn}\cdot\vec{n}_0 \quad \vec{e}_t=e_{tp}\cdot\vec{p}_{0t}+e_{tn}\cdot\vec{n}_0 \tag{358}$$

unde considerînd planul de incidență paralel cu planul zoy (Fig. 23)

$$\vec{p}_{0i}(0,\ \cos i_1,\sin i_1),\ \vec{p}_{0r}(0,\ -\cos i_1',\sin i_1')\ \vec{p}_{0t}(0,\cos i_2,\sin i_2)$$

sînt versorii paraleli cu planul de incidență și ortogonali pe vectorii de undă $\vec{k}_i$, $\vec{k}_r$ și respectiv $\vec{k}_t$ iar $\vec{n}_0(1,0,0)(\vec{n}_0=\vec{i})$ un versor ortogonal pe planul de incidență. Din ecuațiile (356) rezultă că variațiile mărimilor e_x, e_y, $P_z+\varepsilon_0\cdot e_z$, b_x, b_y și b_z la trecerea prin suprafața de separație sînt de valoare zero. Dacă notăm cu indice (1) mărimile care caracterizează cîmpul electromagnetic în substanța în care se află unda incidentă și indice (2) mărimile care caracterizează cîmpul electromagnetic în substanța în care se propagă unda transmisă putem scrie (356) sub forma:

$$e_{1x}=e_{2x},\ e_{1y}=e_{2y},\ P_{1z}+\varepsilon_0e_{1z}=P_{2z}+\varepsilon_0e_{2z} \tag{359}$$

$$b_{1x}=b_{2x},\qquad b_{1y}=b_{2y},\qquad b_{1z}=b_{2z} \tag{360}$$

Ținînd seama de faptul că în substanța (1) acționează în vecinătatea suprafeței atît unda incidentă cît și unda reflectată, $e_{1x}=e_{ix}+e_{rx}$ și putem scrie prima ecuație din (359) sub forma:

$$e_{ix}+e_{rx}=e_{tx} \tag{361}$$

Înmulțind (358) scalar cu $\vec{i}$ și utilizînd (357), putem scrie (361) sub forma:

$$1+\frac{E_{rn}(t)}{E_{in}(t)}e^{i(\omega_r-\omega_i)t+(\vec{k}_i-\vec{k}_r)\vec{R}}=\frac{E_{tn}(t)}{E_{in}(t)}e^{i(\omega_t-\omega_i)t-(\vec{k}_t-\vec{k}_i)\vec{R}} \tag{362}$$

Pentru ca ecuația (362) să fie satisfăcută pentru orice t și pentru orice $\vec{R}$ trebuie să avem îndeplinite egalitățile:

$$\omega_r=\omega_i \qquad \omega_t=\omega_i \tag{363}$$

$$(\vec{k}_r-\vec{k}_i)\vec{R}=\text{const.} \qquad (\vec{k}_t-\vec{k}_i)\vec{R}=\text{const.}, \tag{364}$$

$$\frac{E_{rn}(t)}{E_{in}(t)}=\tilde{\rho}_n=\text{const.} \qquad \frac{E_{tn}(t)}{E_{in}(t)}=\tilde{\tau}_n=\text{const.} \tag{365}$$

α. Din egalitățile (363) rezultă că la trecerea dintr-o substanță în alta frecvența undei electromagnetice nu se modifică.

β. Relațiile (364) permit determinarea direcțiilor undelor reflectate $(\vec{k}_r)$ și undelor transmise $(\vec{k}_t)$ funcție de direcția undei incidente $(\vec{k}_i)$ și exprimă deci legile reflexiei și refracției undelor electromagnetice. Deoarece $\vec{k}_i=k_{iy}\vec{j}+$

$+k_{tz}\vec{N}$ pentru punctele de pe suprafaţa π, $\vec{R}=x\vec{i}+y\vec{i}+z_0N$, unde z_0 este distanţa de la originea axelor de coordonate pînă la planul π şi este constantă, condiţiile (364) pot fi scrise sub forma:

$$k_{rx}=0,\ k_{ry}-k_{iy}=0,\ k_{rz}-k_{iz}=\text{const.} \tag{366}$$

$$k_{tx}=0,\ k_{ty}-k_{iy}=0,\quad k_{tz}-k_{iz}=\text{const.} \tag{367}$$

Relaţiile (366) şi (367) arată că vectorii $\vec{k}_r-\vec{k}_i$ şi $\vec{k}_t-\vec{k}_i$ trebuie să fie ortogonali pe suprafaţa de separaţie π. Acest lucru poate fi exprimat prin egalităţile:

$$\vec{k}_r-\vec{k}_i=\Gamma_r\vec{N},\qquad \vec{k}_t-\vec{k}_i=\Gamma_t\vec{N} \tag{368}$$

Relaţiile (366), (367) şi (368) arată că vectorii $\vec{k}_r$, $\vec{k}_t$, $\vec{k}_i$ şi $\vec{N}$ sînt coplanari, adică direcţiile de propagare ale undelor incidente, reflectate şi refractate sînt paralele cu planele de incidenţă. Din (366), (367) şi (368) rezultă de asemenea

$$\sin i_1=\sin i_1';\ n_1\sin i_1=n_2\sin i_2 \tag{369}$$

γ. Egalităţile (365) arată că în vecinătatea suprafeţei de separaţie intensităţile de cîmp electric normale la planul de incidenţă în unda incidentă, reflectată şi refractată sînt total coerente. Mărimile ρ_n şi t_{na} exprimate prin formulele (365) se numesc coeficient de reflexie, respectiv coeficient de transmisie pentru intensităţile de cîmp electric care au direcţiile de acţiune normale cu planul de incidenţă.

Folosind (363), (364) şi (365), în condiţia $z_0=0$ putem scrie (363) sub forma:

$$1+\tilde{\rho}_n=\tilde{t}_n \tag{370}$$

In mod analog din (359) se pot obţine relaţiile:

$$1-\tilde{\rho}_p=\frac{\cos i_2}{\cos i_1}\cdot\tilde{t}_p,\quad 1+\tilde{\rho}_p=\frac{n_2}{n_1}\cdot\tilde{t}_p \tag{371}$$

unde

$$\tilde{\rho}_p=\frac{E_{rp}(t)}{E_{ip}(t)}=\text{const.},\quad \tilde{t}_p=\frac{E_{tp}(t)}{E_{ip}(t)}=\text{const.} \tag{372}$$

sînt coeficienţii de reflexie şi respectiv transmisie pentru intensităţile de cîmp electric paralel cu planul de incidenţă. Relaţiile (372) arată că în vecinătatea suprafeţei de separaţie, mărimile e_{tp} cu e_{ip} respectiv e_{rp} cu e_{ip} sînt total coerente. *Deoarece atît componentele normale cît şi cele paralele la planul de incidenţă reflectate sau transmise sînt coerente cu componentele corespunzătoare din fasciculul incident se poate afirma că prin reflexie şi refracţie un fascicul de radiaţii monocromatice nepolarizat se divide în două fascicule total coerente.*

Folosind (180) sub forma $b_p=n/c\, e_n$ în condiţia $z_0=0$, ţinînd seama de (360), se poate scrie:

$$b_{iy}+b_{ry}=b_{ty},\ b_{ip}\cos i_1-b_{rp}\cos i_1'=b_{tp}\cos i_2$$

$$(e_{in}-e_{rn})n_1\cos i_1=n_2\cos i_2 e_{tn} \tag{373}$$

$$1-\tilde{\rho}_n=\frac{n_2\cos i_2}{n_1\cos i_1}\cdot\tilde{t}_n$$

Din (365), (370), (372) şi (373) se pot obţine formulele:

$$\tilde{\rho}_n=\frac{n_1\cos i_1-n_2\cos i_2}{n_1\cos i_1+n_2\cos i_2}$$
$$\tilde{\rho}_p=\frac{n_2\cos i_1-n_1\cos i_2}{n_2\cos i_1+n_1\cos i_2} \quad (374)$$

$$\tilde{l}_n=\frac{2n_1\cos i_1}{n_1\cos i_1+n_2\cos i_2},\quad \tilde{l}_p=\frac{2n_1\cos i_1}{n_2\cos i_1+n_1\cos i_1} \quad (375)$$

Formulele (374) şi (375) sînt cunoscute sub numele de *formulele lui Fresnel.*

Fluxurile energetice pentru un element de suprafaţă $d\Sigma$ de pe suprafaţa de separaţie pot fi exprimate prin formulele:

$$d\varnothing_i=\varphi_i\cdot d\Sigma\cdot\cos i_1,\ d\varnothing_r=\varphi_r\cdot d\Sigma\cdot\cos i_1,\ d\varnothing_t=\varphi_t\cdot d\Sigma\cos i_2 \quad (376)$$

Folosind formula $\varphi=\frac{n}{c\cdot\mu_0}<e^2>$ pentru fascicule incidente nepolarizate $\varphi_{in}=\varphi_{ip}=\frac{\varphi_0}{2}$, în conformitate cu (352), (372), (365) şi (376), putem scrie:

$$R=\frac{d\varnothing_r}{d\varnothing_i}=\frac{\varphi_r}{\varphi_i}=\frac{\varphi_{rn}+\varphi_{rp}}{\varphi_i}=\frac{\tilde{\rho}_n^2+\tilde{\rho}_p^2}{2} \quad (377)$$

$$T=\frac{d\varnothing\theta_t}{d\varnothing_i}=\frac{\varphi_t\cdot\cos i_2}{\varphi_i\cdot\cos i_1}=\frac{n_2\cdot\cos i_2}{n_1\cdot\cos i_1}\ \frac{\tilde{l}_n^2+\tilde{l}_p^2}{2} \quad (378)$$

Deoarece $\tilde{\rho}_n\neq\tilde{\rho}_n$, $\tilde{l}_n\neq\tilde{l}_p$ radiaţiile reflectate şi cele transmise sînt parţial polarizate avînd gradul de polarizare exprimat prin formulele:

$$P_r=\frac{d\varnothing_{rn}-d\varnothing_{rp}}{d\varnothing_{rn}+d\varnothing_{rp}}=\frac{\tilde{\rho}_n^2-\tilde{\rho}_p^2}{\tilde{\rho}_n^2+\tilde{\rho}_p^2}\quad P_t=\frac{\tilde{l}_n^2-\tilde{l}_p^2}{\tilde{l}_n^2+\tilde{l}_p^2} \quad (379)$$

a. *Reflexia şi refracţia undelor electromagnetice plane în vecinătatea suprafeţei de separaţie a două substanţe transparente izotrope şi omogene*

Existenţa undelor reflectate şi a undelor transmise. Într-un sistem de coordonate triortogonal în care planul xOy este paralel cu suprafaţa de separaţie plană π şi în care planul de incidenţă este paralel cu planul yOz (Fig. 23) pentru unde plane $\vec{k}\,(0,\,k_y,\,k_z)$ monocromatice putem exprima intensitatea cîmpului electric prin funcţia:

$$\vec{e}_m=\vec{E}_m(t)e^{i(\omega t-k_{my}y-k_{mz}z)} \quad (380)$$

unde $m=r$ pentru reflexie şi $m=t$ pentru transmisie. În procesele de reflexie şi refracţie componenta vectorului de undă paralelă cu suprafaţa de separaţie se conservă (367)

$$k_{ry}=k_{ty}=k_{iy} \quad (381)$$

În aceste condiții k_{ry} și k_{iy} sînt totdeauna reale și putem scrie relațiile:

$$k_{mz}^2 = k_m^2 - k_{my}^2 = k_m^2 - k_{iy}^3 \qquad (382)$$

Ținînd seama de (382), putem diferenția trei situații:

$$k_m > k_{iy} \qquad (383)$$

$$k_m = k_{iy} \qquad (384)$$

$$k_m < k_{iy} \qquad (385)$$

Dacă este îndeplinită condiția (383) în conformitate cu (382) pentru k_m și k_{iy} reali și k_{mz} este real. În aceste condiții unda (380) este o undă progresivă care se propagă pe direcția vectorului $\vec{k_m} = k_{my} \cdot \vec{j} + k_{mz} \cdot \vec{k}$. În cazul undei reflectate:

$$k_r = k_0 \cdot n_1 > k_{iy} = k_0 \cdot n_1 \sin i_1 \qquad (386)$$

și deci unda reflectată există totdeauna sub formă de undă progresivă.

Pentru unde transmise este posibil să fie îndeplinită inegalitatea (385). Condițiile de realizare a situațiilor în care este îndeplinită inegalitatea (383) sau (385) sînt delimitate de condiția (384). Ținînd seama de faptul că avem $k_m = k_t = k_0 \cdot n_2$ și $k_{iy} = k_0 \cdot n_1 \sin i_1$, notînd $i_1 = l$ condiția (384) poate fi scrisă sub forma:

$$n_2 = n_1 \sin l \qquad (387)$$

Formula (387) arată că condiția (384) impune pentru realizarea condiției (383) sau (385) limită unghiului de incidență. Din această cauză unghiul l se numește *unghi limită*.

Dacă este îndeplinită condiția (383) pentru k_t și k_{iy} din (382) rezultă că k_{tz} se exprimă prin numere imaginare:

$$k_{tz} = -i\chi_t \qquad (388)$$

Folosind (388) putem scrie (385) sub forma:

$$e_t = E_t(t) \cdot e^{-\chi_t z} \cdot e^{i(\omega \cdot t - k_{iy} \cdot y)} \qquad (389)$$

Funcția (389) exprimă intensitatea cîmpului electric într-o undă care se propagă pe direcția vectorului $\vec{k_t}(0, k_{ty}, 0)$ adică paralel cu planul suprafeței de separație și a cărei amplitudine descrește exponențial funcție de distanța de la suprafața de separație. Această undă nu este progresivă, ea este localizată în vecinătatea suprafeței de separație într-un strat a cărui grosime poate fi exprimată (în condiția descreșterii amplitudinii de e ori) prin mărimea;

$$\Delta z_e = \frac{1}{\chi_t} = \frac{1}{\sqrt{k_{iy}^2 - k_t^2}} \qquad (390)$$

Unda cu caracteristicile prezentate mai sus se numește *undă evanescentă.* Unda evanescentă nu există decît în regiunea în care unda incidentă atinge suprafața de separație. Ținînd seama de (386) și de egalitatea $k_t = k_0 \cdot n_2$, putem scrie condiția (385) sub forma:

$$n_2 < n_1 \sin i_1 \qquad (391)$$

Din (387) şi (391) rezultă că unda evanescentă există dacă sînt îndeplinite condiţiile:

$$n_1 > n_2, \qquad i_1 > l \tag{392}$$

b. *Starea de polarizare a radiaţiilor reflectate.* Formulele (379) arată că pentru o radiaţie incidentă nepolarizată radiaţiile reflectate şi cele transmise în general sînt parţial polarizate.

Folosind (369) putem scrie formulele (374) sub forma:

$$\tilde{\rho}_n = -\frac{\sin(i_1 - i_2)}{\sin(i_1 + i_2)}, \qquad \tilde{\rho}_p = \frac{\operatorname{tg}(i_1 - i_2)}{\operatorname{tg}(i_1 + i_2)} \tag{393}$$

Dacă este îndeplinită condiţia:

$$i_{1B} + i_{2B} = \frac{\pi}{2} \tag{394}$$

din (393) şi (379) rezultă:

$$\tilde{\rho}_p = 0, \qquad \mathfrak{P}_r = 1 \tag{395}$$

Din (394) *şi* (395) *rezultă că dacă unghiul de incidenţă este* i_{1B} *radiaţia reflectată este total polarizată liniar avînd direcţia de acţiune a intensităţii cîmpului electric perpendiculară pe planul de incidenţă.* Unghiul i_{1B} se numeşte *unghi de incidenţă Brewster.* El poate fi calculat ţinînd seama de (369) cu ajutorul formulei:

$$i_{1B} = \operatorname{arc\,tg} \frac{n_2}{n_1} \tag{396}$$

Dacă fasciculul incident este liniar polarizat avînd azimutul α faţă de planul de incidenţă, starea de polarizare se poate modifica dacă în procesul de reflexie se produce între componenta normală şi componenta paralelă cu planul de incidenţă a intensităţii cîmpului electric o diferenţă de fază.

Pentru a obţine informaţii asupra diferenţei de fază dintre aceste componente, folosind (393) şi (369), putem scrie relaţia:

$$\frac{\tilde{\rho}_n}{\tilde{\rho}_p} = -\frac{\cos(i_1 - i_2)}{\cos(i_1 + i_2)} = \frac{\sin i_1 \sin i_2 + \cos i_1 \cos i_2}{\sin i_1 \sin i_2 - \cos i_1 \cos i_2} =$$
$$= \frac{n_1 \sin^2 i_1 + \cos i_1 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i_1}}{n_1 \sin^2 i_1 - \cos i_1 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i_1}} \tag{397}$$

În conformitate cu (365) şi (372) formula (397) poate fi scrisă sub forma:

$$\frac{E_{rn}(t)}{E_{rp}(t)} = \frac{E_{in}(t)}{E_{ip}(t)} \cdot \frac{n_1 \cdot \sin^2 i_1 + \cos^2 i_1 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i_1}}{n_1 \cdot \sin^2 i_1 - \cos i_1 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i_1}} \tag{398}$$

Din formula (398) ,rezultă în condiţia (384), ($n_2 \geqslant n_1 \sin i_1$); formula (398) poate fi scrisă sub forma

$$\frac{E_{rn}(t)}{E_{rp}(t)} = R_e \frac{E_{in}(t)}{E_{ip}(t)} \tag{399}$$

unde R_e este un număr real. În consecință, în astfel de cazuri în procesele de reflexie nu se introduce o diferență de fază între componentele paralele și normale în planul de incidență ale intensităților de cîmp electric.

Din (358), (365), (372), (391) și (369) pentru incidență normală rezultă: dacă

$$n_1<n_2,\ \tilde{\rho}_n<0,\ \tilde{\rho}_p>0,\ \vec{e}_r=-\rho_p\cdot E_{ip}\vec{p}_{or}-\rho_n E_{in}\cdot\vec{n}_0 \qquad (400)$$

$$\vec{p}_{or}=-\vec{p}_{oi},\quad E_{rn}=-\rho_n\cdot E_{in},\quad E_{rp}=\rho_p\cdot E_{ip}$$

dacă

$$n_1>n_2,\ \tilde{\rho}_n>0,\ \tilde{\rho}_p<0,$$

$$\vec{e}_r=\rho_p\cdot E_{ip}\cdot\vec{p}_{oi}+\rho_n\cdot E_{in}\cdot\vec{n}_0 \qquad (401)$$

$$E_{rn}=\rho_n\cdot E_{in},\quad E_{rp}=-\rho_p\cdot E_{ip}\quad \vec{p}_{or}=-\vec{p}_{oi}$$

Relațiile (400) și Fig. 23 arată că în situațiile în care unda incidentă se propagă în substanțe cu indice de refracție mai mic în procesul de reflexie se produce schimbarea sensului de acțiune a intensității cîmpului electric. Ținînd seama de egalitatea $-1=e^{\pm i\cdot\pi}$, se poate afirma că în procesul de reflexie în astfel de cazuri cîmpul electromagnetic suportă un salt de fază de valoare $\pm\pi$ ceea ce este echivalent cu o diferență de drum optic de $\pm\lambda_0/2$.

Relațiile (401) și Fig. 23 arată că în situațiile în care unda incidentă se propagă în substanța cu indicele de refracție mai mare nu se produce schimbarea sensului de acțiune a intensității cîmpului electric al undelor electromagnetice.

c. *Reflexia totală. Reflexia totală frustrată.* Fenomenul de reflexie totală este fenomenul de reflexie în care toată energia transportată de fasciculul de radiații incident este transmisă fasciculului reflectat. Deoarece în condițiile (386) nu există undă transmisă progresivă și cum energia radiantă nu se poate cumula în unda evanescentă, fenomenul de reflexie totală se produce dacă sînt îndeplinite relațiile (390). În conformitate cu aceste relații pentru ca să se producă fenomenul de reflexie totală trebuie să fie îndeplinite două condiții:

α) Unda incidentă să se propage în substanță cu indice de refracție mai mare.

β) Unghiul de incidență să fie mai mare decît unghiul limită. Unghiul limită pentru două substanțe date prin indicii lor de refracție poate fi calculat în conformitate cu (387), folosind formula:

$$l=\text{arc}\cdot\sin\frac{n_2}{n_1} \qquad (402)$$

Dacă se produce fenomenul de reflexie totală în substanța (2) există unda evanescentă. Intensitatea cîmpului electric în unda evanescentă poate fi exprimată prin funcția (388). În conformitate cu formulele (389), (383) și egalitățile $k_{iy}=k_0\cdot n_1\cdot\sin i_1$, $k_t=k_0\cdot n_2$ grosimea stratului de substanță în care există unda evanescentă poate fi exprimată prin formula:

$$z_e=\frac{1}{\sqrt{k_{iy}^2-k_t^2}}=\frac{1}{k_0\sqrt{n_1^2\cdot\sin^2 i_1-n_2^2}} \qquad (403)$$

Pentru sticlă $n_1=1{,}5$ și aer $n_2=1$ din (402) rezultă $l=42°$. Pentru $i_1=43°>42°$ se produce reflexie totală. Pentru acest unghi de incidență și pentru $i_1=\pi/2$ în cazul luat în considerare rezultă:

$$(\Delta z_e)_{i_1=43°}=\frac{\lambda_0}{0{,}2}=5\cdot\lambda_0$$

$$(\Delta z_e)_{i_1=\frac{\pi}{2}}\simeq\frac{\lambda_0}{7}=0{,}1\,\lambda_0 \tag{404}$$

Ținînd seama de (404) se poate afirma că grosimea stratului de substanță în care există unda evanescentă este de ordinul lungimii de undă a radiației reflectate total. În cazul reflexiei totale în conformitate cu principiul de conservare a energiei trebuie ca:

$$|\tilde{\rho}_p|=|\tilde{\rho}_n|=1 \text{ și } R=1 \tag{405}$$

Ținînd seama de condiția (386) scrisă sub forma $n_2<n_1\cdot\sin i_1$, putem scrie în cazul reflexiei totale (398) sub forma:

$$\frac{E_{rn}(l)}{E_{rp}(l)}=\frac{E_{in}(l)}{E_{ip}(l)}e^{i\cdot\Delta\psi_{np}} \tag{406}$$

unde

$$e^{i\cdot\Delta\psi_{np}}=\frac{n_1\cdot\sin^2 i_1+i\cos i_1\sqrt{n_1^2\sin^2 i_1-n_2^2}}{n_1\cdot\sin^2 i_1-i\cos i_1\sqrt{n_1^2\sin^2 i_1-n_2^2}} \tag{407}$$

Formulele (406) și (407) arată că în procesul de reflexie totală între componentele normale și paralele la planul de incidență se introduce o diferență de fază $\Delta\psi_{np}$. Această diferență de fază este funcție de unghiul de incidență și poate fi calculată cu formula (407). Astfel se poate arăta că: pentru $i_1=l$ și $i_1=\pi/2$ avem $\Delta\psi_{np}=0$. Ținînd seama de aceste rezultate și de formula (407) se poate afirma că pentru o valoare $l<i_1<\pi/2$, diferența de fază $\Delta\psi_{np}$ trebuie să aibă o valoare extremă.

Deoarece există $\psi_{np}\neq 0$, se poate afirma că în procesul de reflexie totală se schimbă starea de polarizare a radiațiilor total polarizate. În aceste condiții formula (407) poate fi folosită pentru determinarea mărimii n_2 prin măsurarea mărimii $\Delta\psi_{np}$ pentru i_1 și n_1 cunoscute.

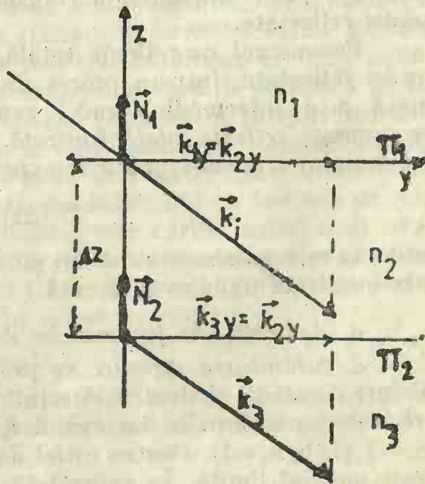


Fig. 24

Dacă substanța (2) este absorbantă, atunci o parte din energia fasciculului incident va fi transformată, prin intermediul undei evanescente, în energie internă a substanței (2). În consecință, compoziția spectrală a radiației reflectate nu va mai fi aceeași cu a radiației incidente. Deosebirile de compoziție spectrală dintre ra-

diaţia reflectată şi cea incidentă conţin informaţii asupra spectrului de absorbţie a substanţei (2) şi deci asupra sistemelor atomice care formează această substanţă.

α. *Reflexia totală frustrată.* Să luăm în considerare un sistem format din trei substanţe transparente cu indicii de refracţie n_1, n_2 şi n_3 separate prin două plane paralele π_1 şi π_2 (Fig. 24) situate la distanţa Δz unul de altul.

Folosind (367) (dacă planul de incidenţă este zOy), pentru cele două suprafeţe de separaţie putem scrie:

$$k_{1y}=k_{2y}=k_{3y} \tag{408}$$

Deoarece $k_{1y}=k_0 \cdot n_1 \cdot \sin i_1$, $k_{3y}=k_0 \cdot n_3 \cdot \sin i_3$ direcţia undei emergente progresive, cînd această undă există, poate fi determinată în conformitate cu (408) din formula:

$$n_3 \cdot \sin i_3 = n_1 \cdot \sin i_1 \tag{409}$$

Ţinînd seama de (408) putem scrie relaţia:

$$k_{3z}^2=k_3^2-k_{3y}^2=k_3^2-k_{1y}^2 \tag{410}$$

Din (410) rezultă că pentru a avea k_{3z} real trebuie să fie îndeplinită inegalitatea:

$$k_3>k_{1y}, \quad n_3>n_1 \sin i_1 \tag{411}$$

Condiţia (411) poate să fie îndeplinită simultan cu condiţiile:

$$n_1>n_2, \quad i_1>l=\arcsin\frac{n_2}{n_1}$$

care arată (390 şi 402) că în vecinătatea suprafeţei de separaţie π trebuie să se producă reflexie totală. În aceste cazuri cu toate că condiţiile de existenţă a fenomenului de reflexie totală sînt îndeplinite, din cauza existenţei undei emergente progresive care presupune transport de energie în substanţa (3), numai o parte din energia transportată de unda incidentă este transmisă undei reflectate.

Fenomenul de reflexie totală în care o parte din energie, transferată undei reflectate, într-un proces de reflexie totală neperturbat este preluată prin intermediul undei evanescente de o undă progresivă transmisă se numeşte *reflexie totală frustrată.* În conformitate cu formula (388), fluxul fasciculului transmis poate fi exprimat printr-o formulă de forma:

$$\varnothing_e(\Delta z)=\varnothing_e(0)e^{-2\cdot\chi\cdot\Delta z} \tag{412}$$

unde Δz este grosimea stratului de substanţă (2) între planele π_1 şi π_2 în care este localizată unda evanescentă.

d. *Aplicaţii ale fenomenelor de reflexie totală şi reflexie totală frustrată*

α. *Schimbarea direcţiei de propagare a radiaţiei optice.* Pentru diverse sorturi de sticlă şi pentru cuarţul topit, în raport cu aerul, unghiul limită are valori cuprinse în intervalul $l_1=34°44'$ ($n_1=1{,}7552$, $n_2=1$) şi $l_2=42°35'$ ($n_1=1{,}4781$, $n_2=1$). Pentru astfel de substanţe unghiul $i_1=45°$ este mai mare decît unghiul limită. În consecinţă, pot fi realizate din aceste substanţe dispozitive în care prin procese de reflexie totală să se obţină schimbarea di-

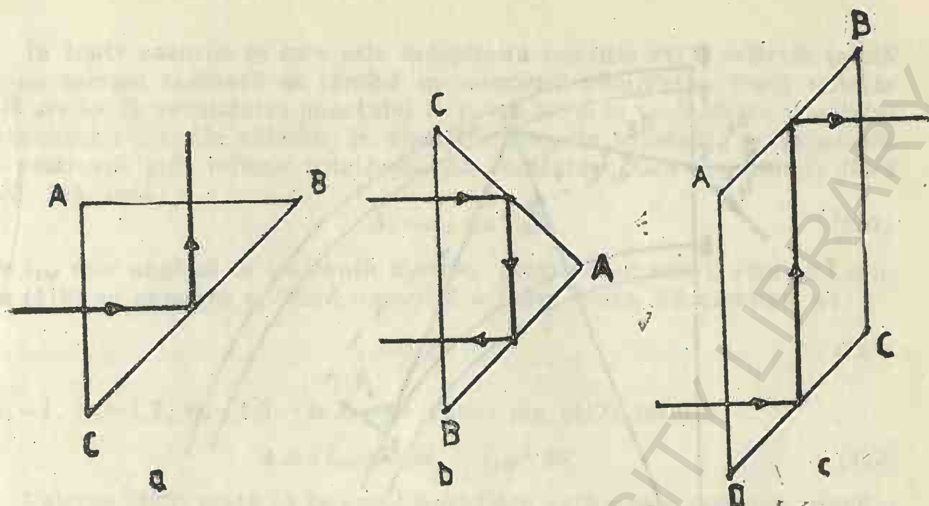


Fig. 25

recţiei de propagare a radiaţiei optice. Astfel de dispozitive se numesc prisme cu reflexie totală. În Fig. 25 sînt prezentate secţiuni normale pentru prismele cu reflexie totală mai des utilizate în practică. În aceste figuri sînt arătate schematic şi schimbările produse în direcţiile razelor.

β. *Determinarea indicelui de refracţie* se poate realiza în baza formulei (369) în dispozitive care permit măsurarea unghiului de incidenţă şi a unghiului de refracţie.

Indicele de refracţie poate fi determinat de asemenea în baza formulei (387) în dispozitive care permit măsurarea unghiului limită. Aparatele care sînt construite pentru determinarea indicelui de refracţie, în baza formulelor amintite, se numesc *refractometre.*

γ. *Divizarea şi modularea fasciculelor de radiaţii optice.* Pentru a diviza sau a modula un fascicul de raze paralele se poate folosi fenomenul de reflexie totală frustrată, utilizînd condiţiile de aplicare a formulei (412). Modularea se realizează cu dispozitive în care Δz poate fi modificat în timp după un program bine determinat cum ar fi de exemplu o variaţie periodică în timp.

δ. *Fibre optice. Cabluri de fibre optice. Transportul energiei radiante şi informaţiilor prin fibre optice.* Să luăm în considerare un cilindru de sticlă cu indice de refracţie n_2 şi secţiune normală de rază r. Acest cilindru are o cămaşă cilindrică de grosime Δz realizată din substanţă cu indicele de refracţie n_3. Să admitem de asemenea că cilindrul este curbat astfel încît axa lui formează un arc de cerc de rază ρ. În Fig. 26 este reprezentat acest cilindru într-o secţiune ce conţine arcul de cerc IA format de axul curbat al cilindrului şi centrul de curbură C al acestuia. În aceste condiţii

$$\rho = IC = AC \tag{413}$$

Să admitem că suprafaţa BD este şlefuită. Un fascicul de raze paralele cu unghi de incidenţă i_1 produce un fascicul transmis care se propagă sub unghiul de refracţie dat prin formula:

$$n_2 \sin i_2 = n_1 \sin i_1 \tag{414}$$

Fig. 26

Fasciculul transmis se propagă spre peretele cilindrului sub unghi de incidență i (Fig. 25). Din triunghiul II_1C (Fig. 26) rezultă în baza teoremei sinusurilor :

$$\frac{CI_1}{\sin\left(i_2+\frac{\pi}{2}\right)}=\frac{IC}{\sin i} \tag{415}$$

Ținînd seama de (411) și egalitatea $CI_1=CA+AI_1=\rho+r$ din (415) rezultă :

$$1+\frac{r}{\rho}=\frac{\cos i_2}{\sin i} \tag{416}$$

Pentru ca radiația să nu treacă prin peretele cilindrului trebuie să se producă reflexie totală. În conformitate cu (390) și (387) dacă :

$$\sin i>\sin l=\frac{n_3}{n_2} \tag{417}$$

ținînd seama de condiția (417) putem obține din (416) condiția :

$$1+\frac{r}{\rho}<\frac{\cos i_2}{\sin l}=\frac{n_2}{n_3}\sqrt{1-\sin^2 i_2} \tag{418}$$

Din (418) și (414) se poate obține condiția :

$$1+\frac{r}{\rho}<\frac{1}{n_3}\sqrt{n_2^2-n_1^2\sin^2 i_1} \tag{419}$$

În toate cazurile în care este îndeplinită condiţia (419) reflexia totală face ca energia radiantă să rămînă în interiorul cilindrului. Dacă reflexia totală are loc în vecinătatea punctului I_1, ea are loc şi în vecinătatea punctului I_2, deoarece $i' > i$. Un cilindru de diametru mic din substanţa transparentă care păstrează prin reflexie totală energia radiantă optică se numeşte *fibră optică*. Mărimea :

$$A_1 = n_1 \cdot \sin i_{1M} \tag{420}$$

unde i_{1M} este unghiul de incidenţă maxim, pentru care este îndeplinită condiţia (419), se numeşte *apertură numerică a fibrei optice*. Să admitem că :

$$\frac{r}{\rho} = 0{,}2 \tag{421}$$

şi $n_1 = 1$, $n_2 = 1{,}7$, $n_3 = 1{,}5$. Cu aceste valori din (419) rezultă

$$A_1 \sin i_{1M} \simeq 0{,}59, \quad i_{1M} \simeq 36° \tag{422}$$

Valorile (422) arată că în cazul unei fibre optice care satisface condiţia (421) toată energia radiantă introdusă în interiorul fibrei printr-un con cu vîrful pe suprafaţa de intrare DB, Fig. 26 şi de deschidere 72° rămîne în fibră. Condiţia (421) este satisfăcută de exemplu dacă $r = 0{,}1$ mm şi $\rho = 0{,}5$ mm. O fibră optică de diametru 0,2 mm păstrează energia radiantă chiar şi atunci cînd este coborîtă, astfel încît să formeze un inel cu diametru de 1 mm.

Fibrele optice sînt utilizate sub formă de cabluri formate dintr-un număr mare de fibre închise în cămaşă de material plastic. Dacă cablul este destinat transportului de energie radiantă sau de informaţii, prin modularea fasciculelor de radiaţii, fibrele optice pot fi aşezate în cabluri fără o anumită ordine. Cînd cablul este folosit pentru transportul de informaţii prin imagini ale unor obiecte, atunci fiecare fibră transportă informaţii despre imaginea unui punct din obiect şi ele trebuie să fie ordonate astfel încît capetele lor în secţiunea cablului la ieşire şi la intrare să aibă aceeaşi poziţie. În astfel de cazuri imaginea se formează cu un sistem optic pe capătul de intrare a cablului şi se obţine la ieşirea din cablu. Stratul de protecţie al fibrelor trebuie să aibă grosimea $\Delta z < \Delta z_e$ (389) astfel încît la atingerea a două fibre între ele să nu se poată produce trecerea energiei radiante dintr-o fibră în alta prin reflexie totală frustrată. În cazul transportului de energie radiantă stratul de protecţie poate să lipsească.

c. *Reflexia şi refracţia undelor electromagnetice optice în vecinătatea suprafeţei care separă o substanţă transparentă izotropă omogenă de o substanţă transparentă anizotropă şi omogenă.* Să admitem că suprafaţa de separaţie dintre două substanţe — una izotropă iar cealaltă anizotropă — este plană. Ambele substanţe sînt transparente şi deci indicii lor de refracţie se exprimă prin numere reale. Substanţa izotropă are un singur indice de refracţie n. Substanţa anizotropă are pentru fiecare direcţie de propagare (cu excepţia axei optice) doi indici de refracţie n' şi n'' care sînt rădăcini ale ecuaţiei suprafeţei indicilor şi elipsoidului indicilor de refracţie [(195) şi respectiv (192)]. În aceste condiţii, dacă unda incidentă plană se află în substanţă izotropă, putem scrie legile reflexiei şi refracţiei (368) sub forma :

$$\vec{k}_r - \vec{k}_i = \Gamma_r \vec{N}, \quad \vec{k}_t' - \vec{k}_i = \Gamma_t' \cdot N$$
$$\vec{k}_t'' - \vec{k}_i = \Gamma_t'' \cdot \vec{N} \tag{423}$$

unde
$$k_r = k_i = k_0 \cdot n_1, \quad k'_t = k_0 n'_2, \quad k''_t = k_0 \cdot n''_2 \tag{424}$$

Dacă unda incidentă plană se propagă în substanța anizotropă putem scrie aceste legi sub forma:

$$\vec{k}'_r - \vec{k}'_i = \Gamma'_r \cdot \vec{N}, \quad \vec{k}''_r - \vec{k}'_i = \Gamma''_r \cdot \vec{N},$$
$$\vec{k}'_t - \vec{k}'_i = \Gamma'_t \vec{N}, \quad \vec{k}''_t - \vec{k}''_i = \Gamma''_t \vec{N} \tag{425}$$

unde:
$$k'_r = k'_i = k_0 \cdot n'_1, \quad k''_r = k''_i = k_0 n''_1, \quad k''_t = k'_t = k_0 n_2 \tag{426}$$

Din (423) și (425) rezultă că în general în vecinătatea suprafeței de separație dintre un mediu izotrop și unul anizotrop, fiecare undă plană monocromatică se descompune [dacă sînt îndeplinite condițiile (384)] în două unde plane ale căror suprafețe de fază constantă se propagă pe direcții diferite determinate de legile refracției.

Fenomenul de divizare a unei unde plane în vecinătatea suprafeței de separație dintre o substanță izotropă și una anizotropă sau două substanțe anizotrope în două unde se numește *dublă refracție*. Dacă ne referim la divizarea suprafețelor de fază constantă spunem că se produce dubla refracție a direcțiilor de propagare a suprafețelor de fază constantă sau a normalelor la suprafețele de fază constantă. Dubla refracție a suprafețelor de fază constantă se realizează cu respectarea legilor reflexiei și refracției (423), (425).

Dacă în procesul de reflexie sînt îndeplinite condițiile (386) se produce reflexia totală a direcțiilor de propagare a suprafețelor de fază constantă.

Cînd se produce dubla refracție a direcției de propagare a suprafețelor de fază constantă se produce și dubla refracție a razelor. Direcțiile razelor în general nu se pot determina cu ajutorul legilor refracției deoarece în substanțe anizotrope razele nu au aceeași direcție cu direcțiile de propagare a suprafețelor de fază constantă. Direcțiile razelor pot fi determinate prin construcție cu ajutorul suprafețelor de undă exprimate prin ecuația suprafeței vitezelor de transport a energiei (234).

În realizarea construcției se ține seama de faptul că pentru unde plane energia care este localizată în vecinătatea unei suprafețe de fază constantă după un interval de timp Δt trebuie să ajungă în vecinătatea unei suprafețe plane care conține și suprafața de fază constantă. Deoarece suprafețele de fază constantă sînt ortogonale la planul de incidență, construcția se poate realiza în planul de incidență prin determinarea secțiunilor acestor plane cu planul de incidență. Un exemplu de construcție geometrică a suprafețelor de undă este prezentat în Fig. 27. Fasciculul de raze incident este reprezentat prin razele R_1 și R_2. Suprafața de undă inițială este planul π_0. Se construiește planul π_1 situat la distanța v_1 de planul π_0. Acesta este planul în care ajunge energia radiantă și suprafața de fază constantă după timpul $\Delta t = 1$s din momentul trecerii lor prin π_0. Se construiește cu centrul în punctul I_1 (punct de intersecție a planului π_0 cu suprafața de separație AB) suprafețele vitezelor de transport ale energiei în substanța (2). În exemplul luat în considerare, substanța (2) a fost considerată uniax pozitivă cu axa optică ortogonală la suprafața de separație. În astfel de cazuri (Fig. 13 a), suprafața vitezelor de transport a energiei este formată dintr-o sferă și un elipsoid interior sferei ($n_e > n_0$, $v_e < v_0$). Secțiunile suprafeței de transport a energiei cu planul

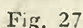


Fig. 27

de incidență sînt un semicerc și o jumătate de elipsă orientate cum rezultă din Fig. 27. Energia radiantă aflată în momentul inițial în vecinătatea punctului I_1 (pe planul π_0) poate ajunge în $\Delta t = 1$ s în oricare din punctele de pe curbele Σ_0 sau Σ_e (Fig. 27). Punctul I_2 se află pe suprafața π_1 și pe suprafața de separație AB. În consecință, în vecinătatea punctului I_2 energia ajunge din momentul inițial după timpul $\Delta t = 1$ s. Rezultă că punctul I_2 și orice punct de pe curbele Σ_0 și Σ_e satisfac condiția de a se afla pe o suprafață de undă a undei transmise. Această suprafață trebuie să fie plană. Suprafața plană normală la planul de incidență care conține punctul I_2 și un singur punct de pe una din curbele Σ_0 sau Σ_e este suprafața tangentă la aceste curbe. În Fig. 27 sînt reprezentate tangentele T_0 și T_e la curbele Σ_0 și Σ_e tangente care trec prin punctul I_2.

În conformitate cu cele prezentate mai sus ele sînt secțiunile cu planul de incidență ale suprafețelor de undă ale undelor plane transmise. Segmentul I_1D are lungimea egală cu viteza undei ordinare ($I_1D = v_0$). Direcția I_1D este direcția razelor undei ordinare. Ea este normală la planul T_0 și deci

direcţia razelor ordinare coincide cu direcţia de propagare a suprafeţelor de fază constantă. *Direcţiile razelor transmise sub formă de undă ordinară pot fi determinate* cu ajutorul legilor refracţiei. Aceasta este exprimată de forma sferică a suprafeţei de undă pentru unde ordinare (de faptul că raza sferei este ortogonală pe planul tangent într-un punct al sferei).

Segmentul I_1F este de lungime egală cu viteza v_s'' de transport a energiei pentru unda extraordinară generată prin dubla refracţie. Direcţia I_1F este direcţia razelor pentru unda extraordinară. Această direcţie nu este ortogonală pe planul tangent T_e. Normala la acest plan este dată prin $\vec{N}_0''$. Rezultă că pentru unda extraordinară direcţiile razelor nu pot fi determinate cu ajutorul legilor refracţiei. Cele două unde obţinute prin dubla refracţie sînt polarizate liniar pe direcţii reciproc perpendiculare.

α. Prisme de polarizare a radiaţiilor optice. Să luăm în considerare un sistem optic format din trei substanţe separate prin planele AC, AB, CB şi $A'B'$ ortogonale pe planul figurii (Fig. 28). Substanţa din volumul delimitat de planele AC, AB şi CB este anizotropă uniax cu axa optică Δ (Fig. 28) paralelă cu planul figurii şi înclinată cu un unghi α faţă de planul AC. Să admitem că fasciculul incident pe suprafaţa AC este monocromatic de raze paralele nepolarizat. Datorită fenomenului de dublă refracţie în substanţa anizotropă se propagă pe direcţii diferite două fascicule de raze paralele

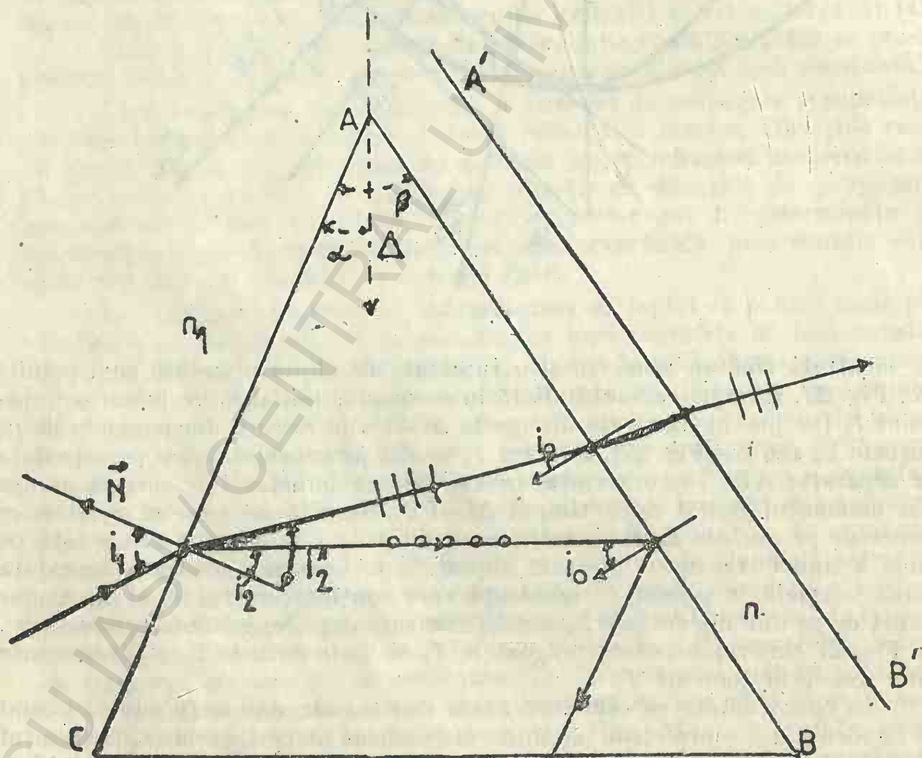


Fig. 28

polarizate liniar. Suprafețele de fază constantă ale acestor fascicule se propagă spre suprafața AB pe direcții care formează cu normala la suprafața AB unghiurile i_e respectiv i_0. Dacă se alege în mod potrivit indicele de refracție n a substanței izotrope dintre planele AB și $A'B'$ se poate realiza separarea undei extraordinare de unda ordinară. Pentru aceasta este suficient să fie îndeplinite condițiile;

$$n_0 > n > n_2' \quad n < n_0 \cdot \sin i_0 \tag{427}$$

Dacă sînt îndeplinite condițiile (427) așa cum rezultă din (389) și (390) unda ordinară se reflectă total iar unda extraordinară pentru care mediul anizotrop are indicele de refracție $n > n_2'$ trece prin suprafața AB. Prin acest procedeu se pot obține din fascicule nepolarizate, fascicule liniar polarizate. Dispozitivul realizat pentru separarea fasciculelor polarizate liniar (obținute prin dubla refracție) prin fenomenul de reflexie totală a primit numele de *prismă de polarizare a radiațiilor optice.*

Prisma Nicol. Pentru realizarea unei prisme de polarizare W. Nicol, în 1828 a folosit spat de Islanda $n_0 = 1{,}6581$, $n_e = 1{,}4865$. Cristalul de spat de Islanda este romboedric. Prin clivaj poate fi adus la dimensiunile necesare. Forma lui este redată schematic în Fig. 29 a.

Muchiile C_1A_1, D_1A_1, A_1A_2 în cazul spatului de Islanda formează între ele unghiuri egale de aproximativ 102°. Axa optică are direcție paralelă cu o dreaptă care formează unghiuri egale cu aceste muchii. Pentru realizarea prismei de polarizare, cristalul este adus prin clivaj la astfel de dimensiuni, încît $A_1A_2/A_1B_1 = 2{,}66$. Suprafețele $A_1D_1B_1C_1$ și $A_2D_2B_2C_2$ se taie și sînt șlefuite astfel încît să formeze cu axa optică un unghi de 45°. În Fig. 29 b acest lucru este ilustrat într-o secțiune a prismei care trece prin punctele $A_1A_2B_1B_2$. Cristalul este secționat după un plan care trece prin punctele A_1 și B_2 (Fig. 29 a) și este ortogonal la planul $A_1B_1A_2B_2$. După șlefuire cele două părți rezultate în urma secționării se lipesc cu balsam de Canada $n = 1{,}55$ ($n_e < n < n_0$). Pereții prismei de polarizare astfel realizată sînt acoperiți (mai puțin suprafețele $A_1B_1C_1D_1$ și $A_2B_2C_2D_2$) cu substanță neagră care are rolul de a absorbi radiația care ajunge la acești pereți. Această prismă diferă de prisma prezentată în Fig. 28 prin aceea că s-a adăugat porțiunea $A_1C_2B_2A_2D_2$ (Fig. 28 a). Acest adaus are rolul de a elimina efectele produse

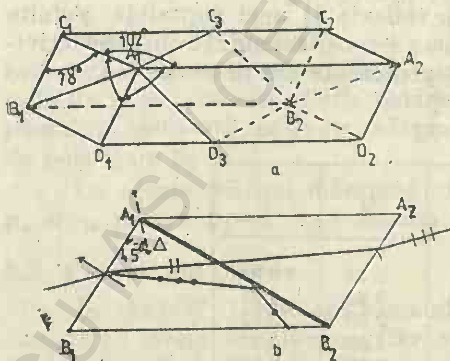


Fig. 29

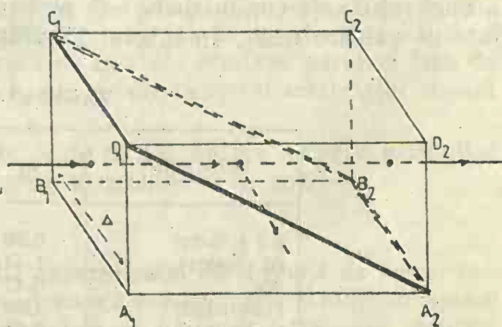


Fig. 30

de dispersie şi pericolul de producere a reflexiei totale a razei extraordinare la ieşirea din stratul de balsam de Canada în aer. Prisma Nicol poate fi utilizată în domeniul vizibil. Nu poate fi folosită în domeniul ultraviolet deoarece balsamul de Canada absoarbe radiaţiile ultraviolete.

Prisma Foucault are formă asemănătoare cu prisma Nicol. În loc de balsam de Canada însă în prisma Foucault se realizează un strat de aer $n=1$. În aceste condiţii raportul A_1A_2/A_1B_1 trebuie să fie de 0,9. Această prismă de polarizare poate fi folosită şi pentru radiaţii ultraviolete.

Prisma Glazebrook este de forma unui paralelipiped drept (Fig. 30) realizat din două prisme cu secţiune normală triunghi dreptunghic. Este confecţionată din spat de Islanda. Între suprafeţele ipotenuze ($C_1D_1B_2A_2$, Fig. 30) este realizat un strat de grosime constantă dintr-o substanţă izotropă transparentă. Dacă substanţa este balsam de Canada $n=1{,}55$, atunci $A_1A_2/A_1D_1=2{,}81$. Dacă stratul este de ulei de in $n=1{,}485$, atunci $A_1A_2/A_1D_1=2{,}15$. Pentru ultraviolet se foloseşte glicerină, $n=1{,}474$ şi $A_1A_2/A_1D_1=2{,}3$.

Prisma Glan are aceeaşi formă ca şi prisma Glazebrook dar stratul de substanţă izotropă este realizat cu aer şi $A_1A_2/A_1D_2=0{,}85$.

f. *Reflexia undelor electromagnetice optice în vecinătatea unei suprafeţe care separă o substanţă transparentă izotropă de o substanţă conductoare izotropă.* Deoarece adîncimea de pătrundere a undelor optice în substanţe conductoare este foarte mică (2.10), vom lua în considerare în acest caz numai fenomenul de reflexie. Pentru incidenţă normală din (374), (265) şi (276) rezultă :

$$\tilde{\rho}_n=-\tilde{\rho}_p=\frac{n_1-\tilde{n}_2}{n_1+\tilde{n}_2} \tag{428}$$

unde

$$\tilde{n}_2=n_2-i\cdot\eta_2, \qquad \eta_2=\sqrt{\frac{\sigma_2}{\varepsilon_0\cdot\omega}} \tag{429}$$

Folosind (377), (428) şi (429) putem scrie :

$$R=\tilde{\rho}\cdot\tilde{\rho}^*=\frac{n_1-\tilde{n}_2}{n_1+\tilde{n}_2}\ \frac{n_1-\tilde{n}_2^*}{n_1+\tilde{n}_2^*}=1-\frac{4n_1n_2}{(n_1+n_2)^2+\dfrac{\sigma_2}{\varepsilon_0\cdot\omega}} \tag{430}$$

Formula (430) arată că factorul de reflexie al unei suprafeţe şlefuite a unei substanţe conductoare este mai mare pentru substanţe cu conductivitate de valoare mare. În tabelul XI sînt prezentate cîteva exemple :

TABELUL XI

Substanţa	n_2	η_2	R
Ag (masiv)	0,20	3,44	0,94
Al (masiv)	1,44	5,23	0,83
Au	0,47	2,83	0,82
Hg (lichid)	1,60	4,80	0,77
Cu (masiv)	0,64	2,62	0,72

Valorile prezentate în tabelul XI au fost obţinute pentru $\lambda_D=589{,}3$ nm şi $n_1=1$. Valorile mari ale factorului de reflexie explică luciul metalic al suprafeţelor şlefuite ale substanţelor conductoare. Datorită valorii mari a factorului de reflexie Ag este folosit pentru realizarea oglinzilor pentru domeniul vizibil. Pentru domeniul ultraviolet oglinzile se realizează cu aluminiu. Deoarece n_2 este exprimat prin numere complexe în conformitate cu (398) în procesul de reflexie pe suprafaţa corpurilor metalice se introduce o diferenţă de fază între componenta normală şi cea paralelă cu planul de incidenţă ale intensităţii cîmpului electric. În consecinţă, în procesul de reflexie pe suprafeţele corpurilor conductoare se produce schimbarea stării de polarizare a radiaţiilor total polarizate.

Astfel dacă radiaţia incidentă este liniar polarizată cu azimutul $\alpha_i=45°$ ($E_{in}=E_{ip}$) şi notăm $E_{rn}=E_{rp}\cdot \operatorname{tg}\alpha_r$ putem scrie (398) sub forma:

$$\operatorname{tg}\alpha_r\cdot e^{i\Delta\psi_{np}}=\frac{n_1\cdot\sin^2 i_1+\cos i_2\sqrt{\tilde{n}_2^2-n_1^2\cdot\sin^2 i_1}}{n_1\cdot\sin^2 i_1-\cos i_1\sqrt{\tilde{n}_2^2-n_1^2\cdot\sin^2 i_1}} \tag{431}$$

putem alege unghiul de incidenţă $i_1=i_p$ pentru care

$$\Delta\psi_{np}=\frac{\pi}{2}, \qquad e^{i\Delta\psi_{mp}}=i \tag{432}$$

În condiţiile (432) putem scrie (431) sub forma:

$$e^{-i.2.\alpha_r}=\frac{1-i\ \operatorname{tg}\alpha_r}{1+i\cdot\operatorname{tg}\alpha_r}=\frac{\cos i_p\sqrt{\tilde{n}_2^2-\tilde{n}_1^2\sin^2 i_p}}{n_1\cdot\sin^2 i_p} \tag{433}$$

Din (433) se poate obţine prin ridicare la pătrat formula:

$$e^{-i.4.\alpha_r}=\cos 4\cdot\alpha_r-i\cdot\sin 4\alpha_r=\frac{\tilde{n}_2^2-n_1^2\cdot\sin^2 i_p}{n_2^2\cdot\sin^2 i_p\cdot\operatorname{tg}^2 i_p} \tag{434}$$

Prin separarea părţilor reale şi ale celor imaginare, din (434) pot fi obţinute relaţiile:

$$\begin{aligned} n_2^2-\eta_2^2 &= n_1^2(\operatorname{tg}^2 i_p\cdot\cos 4\alpha_r+1)\sin^2 i_p \\ 2n_1\cdot\eta_2 &= n_1^2\cdot\sin 4\alpha_r\cdot\sin^2 i_p\cdot\operatorname{tg}^2 i_p \end{aligned} \tag{435}$$

Folosind un fascicul de raze paralele de radiaţii monocromatice polarizate liniar cu azimutul $\alpha_i=45°$, modificînd unghiul de incidenţă pînă cînd radiaţia reflectată este eliptic polarizată cu una din semiaxe paralelă faţă de planul de incidenţă, se poate măsura $i_1=i_p$ iar din raportul semiaxelor elipsei de polarizare $\operatorname{tg}\alpha_r$.

Cu aceste mărimi măsurate din (435) se pot obţine valorile mărimilor n_2 şi η_2 pentru $n_1=1$ dacă măsurătorile se realizează în aer.

3.2. Efectul fotoelectric

În 1887 W. Hallwachs a stabilit experimental că o placă de metal încărcată cu sarcini electrice negative se descarcă sub acţiunea radiaţiilor optice de lungimi de undă mici. Fenomenul a fost numit *efect fotoelectric exterior*. Ulterior s-a stabilit că sub acţiunea radiaţiilor optice din substanţă se eli-

berează electroni care au primit numele de *fotoelectroni*. Efectul fotoelectric exterior a fost studiat experimental şi au fost stabilite legităţi care pot fi exprimate astfel:

α. Numărul total de fotoelectroni eliberaţi în unitate de timp din substanţă depinde liniar de fluxul energetic al radiaţiilor optice care produc efectul fotoelectric

$$i_s(\varnothing) = a\varnothing(\nu)+i(0) \tag{436}$$

În relaţia (436) i_s este intensitatea curentului electric care corespunde numărului total de fotoelectroni extraşi în unitate de timp din substanţă de radiaţia monocromatică de flux energetic spectral $\varnothing(\nu)$.

β. Intervalul de timp care se scurge din momentul în care radiaţia începe să acţioneze asupra substanţei pînă cînd apar primii fotoelectroni este $\tau<10^{-9}$s.

γ. Energia cinetică maximă a fotoelectronilor nu depinde de valoarea fluxului de energie radiantă. Ea depinde de natura substanţei şi de frecvenţa radiaţiei optice care produce efectul fotoelectric.

δ. Pentru o substanţă dată, efectul fotoelectric nu poate fi produs de radiaţii care au frecvenţa mai mică decît a frecvenţei limită ν_r numită frecvenţă de *prag roşu*.

În tabelul XII sînt prezentate cîteva exemple de substanţe cu valorile mărimii L_0 numită lucru de extracţie a fotoelectronilor, cu valorile frecvenţei de prag ν_r şi a lungimilor de undă de prag roşu λ_r.

TABELUL XII

Substanţa	10^{19} L_0 (joule)	λ_r (nm)	ν_r (Hz)
Cs	3,11	639	$4{,}7\cdot10^{14}$
Na	3,65	543	$5{,}5\cdot10^{14}$
Cu	7,18	277	$1{,}1\cdot10^{15}$
Sb	7,31	272	$1{,}1\cdot10^{15}$
Se	7,80	254	$1{,}2\cdot10^{15}$

Pentru a explica aceste legităţi era necesar să se elaboreze un model pentru procesele de interacţiune dintre radiaţia optică şi substanţă care are ca rezultat producerea efectului fotoelectric exterior.

Pentru ca să iasă din substanţă şi să posede energie cinetică fotoelectronii iau energie de la radiaţia optică. În cadrul teoriei electromagnetice a radiaţiilor optice nu s-a reuşit să se elaboreze un model care să explice mecanismul de transformare a energiei radiante în energie cinetică a electronilor, astfel încît fotoelectronii să aibă caracteristicile exprimate de legile efectului fotoelectric. Faptul că teoria electromagnetică a radiaţiilor optice este incapabilă să explice legile efectului fotoelectric exterior rezultă din următorul exemplu numeric:

Să admitem că asupra unei plăci de cupru acţionează radiaţia solară. Radiaţia solară are, la nivelul suprafeţei pămîntului, densitatea de flux energetic:

$$\varphi=0{,}133\cdot10^4 \text{ watt/m}^2 \tag{437}$$

Factorul de transmisie a suprafeței vid-cupru este $T=1-R=0,28$ (Tabelul XI), așa că ținînd seama de (437), printr-un cm^2 de suprafață în unitate de timp trece energia:

$$\varnothing=3,73\cdot 10^{-2} \text{ watt} \tag{438}$$

Adîncimea de pătrundere a radiației în cupru calculată cu formulele (268) și (276) în baza datelor din tabelul VIII este în primă aproximație:

$$\Delta L=10 \text{ nm} \tag{439}$$

În aceste condiții volumul în care acționează radiația în interiorul cuprului corespunzător suprafeței de 1 cm^2 și grosime ΔL este:

$$\Delta V=10^{-12} \text{ cm}^3 \tag{440}$$

Dacă admitem că numărul de electroni liberi este egal cu numărul de atomi de cupru putem scrie:

$$N_e=\frac{\rho_{Cu}\cdot\Delta V}{m_{Cu}}=8,4\cdot 10^{16} \tag{441}$$

unde N_e este numărul de electroni liberi în volumul ΔV (440), ρ_{Cu} densitatea cuprului și m_{Cu} masa unui atom de cupru.

Cîmpul electromagnetic acționează asupra tuturor particulelor încărcate cu sarcini electrice existente în volumul ΔV. Dacă admitem că el acționează numai asupra electronilor liberi schimbîndu-le energia cinetică rezultă că un electron poate prelua de la radiație în fiecare secundă energia:

$$W_e=\frac{\Delta\varnothing}{N_e}=4,4\cdot 1^{-19} \text{ watt} \tag{442}$$

Lucrul mecanic pe care trebuie să-l efectueze electronul pentru a ieși din substanță este (Tabelul XII) $L_e=7,18\cdot 10^{-19}$ joule și în consecință pentru a putea cumula energia necesară ieșirii din substanță, un electron trebuie să rămînă sub acțiunea undei electromagnetice un interval de timp

$$\tau=\frac{L_0}{W_e}=1,6 \text{ s} \tag{443}$$

Or, în conformitate cu legitatea prezentată la punctul β, efectul fotoelectric se produce instantaneu: Teoria electromagnetică nu poate explica nici celelalte legități. În cazul numeric prezentat mai sus energia transportată de radiații este suficientă în fiecare secundă pentru a putea ieși din substanță

$$N_e'=\frac{\Delta\varnothing}{L_0}=5,2\cdot 10^{16} \text{ electroni.} \tag{444}$$

Dacă schimbul de energie ar avea loc într-un interval de timp foarte scurt $\tau=10^{-9}$ s, atunci energia radiației ar fi suficientă pentru a ieși din substanță

$$N_e''=N_e'\cdot\tau=5,2\cdot 10^7 \tag{445}$$

electroni. Se impune deci să admitem că radiația nu interacționează simultan cu toți electronii liberi din substanță. Acest lucru este posibil numai dacă ad-

mitem că energia radiantă nu este distribuită continuu iar în spaţiu ea există sub formă de „pachete" de energie localizate într-un volum foarte mic. Cu alte cuvinte trebuie să admitem structura discretă a radiaţiilor optice. „Pachetele" de energie radiantă trebuie să conţină cantitatea de energie:

$$\varepsilon_v = h \cdot \nu \tag{446}$$

şi se numesc *fotoni*. Fotonii sînt caracterizaţi, pe lîngă energie, prin impulsul

$$\vec{\mu} = \frac{h \cdot \nu}{c} \vec{N} \tag{447}$$

unde $\vec{N}$ este versorul direcţiei de mişcare a fotonului şi prin momentul cinetic

$$\vec{M}_z = \pm \frac{h}{2\pi} \vec{N} \tag{448}$$

În teoria fotonică fluxul spectral al unui fascicul de radiaţii este exprimat prin formula:

$$\varnothing(\nu) = N \cdot \varepsilon_v = N \cdot h \cdot \nu \tag{449}$$

unde N este numărul fotonilor din fascicul care trec în unitate de timp printr-o suprafaţă dată.

În cadrul teoriei fotonice a radiaţiilor optice efectul fotoelectric are o explicaţie simplă. Astfel se admite că interacţiunea între fotoni şi electroni se produce prin procese de ciocnire în care întreagă energia fotonului se transformă în energie cinetică a electronului. În aceste condiţii principiul de conservare a energiei poate fi exprimat prin formula:

$$h \cdot \nu = \frac{mu^2}{2} + L_e \tag{450}$$

Durata scurtă a procesului de ciocnire explică legitatea β. Pentru $u=0$ (unde u, este viteza fotoelectronului) se obţine din (44) $L_0 = h \cdot \nu_r$ care explică existenţa pragului roşu (δ). Formulele (449) şi (450) explică dependenţa energiei cinetice a electronului de frecvenţă (γ) şi legitatea (α) ($N_e'' \sim N$).

3.3. Presiunea radiaţiilor optice

În terioria fotonică fasciculele de radiaţii optice sînt considerate ca fiind formate dintr-un număr foarte mare de fotoni care în vid se mişcă cu viteza c. Fotonii au impulsul $\vec{\mu}$ (436). În aceste condiţii dacă un fascicul de radiaţii acţionează în vecinătatea unei suprafeţe de separaţie dintre două substanţe unde se produc fenomene de absorbţie şi de reflexie, asupra elementului de suprafaţă $d\Sigma$ va acţiona o forţă:

$$d\vec{F} = d\vec{\mu} \tag{451}$$

unde $d\vec{\mu}$ exprimă variaţia de impuls a fasciculului de radiaţii în unitate de timp datorită fenomenelor de absorbţie şi reflexie în vecinătatea elementului de suprafaţă $d\Sigma$.

Forţei (451) îi corespunde presiunea:

$$P=\frac{d\vec{F}\cdot\vec{N}}{d\Sigma}=\frac{d\vec{\mu}\cdot\vec{N}}{d\Sigma} \tag{452}$$

Variaţia de impuls în unitate de timp datorită proceselor de absorbţie $d\vec{\mu}_a$ şi de reflexie $d\vec{\mu}_r$ pot fi exprimate prin formulele :

$$d\vec{\mu}_a=dn_a\cdot\Delta\vec{\mu}_a, \qquad d\vec{\mu}_r=dn_r\cdot\Delta\vec{\mu}_r \tag{453}$$

unde

$$dn_a=\frac{d\varnothing_a}{\varepsilon_\nu} \qquad dn_r=\frac{d\varnothing_r}{\varepsilon_\nu} \tag{454}$$

exprimă numărul de fotoni absorbiţi şi respectiv reflectaţi în unitate de timp în vecinătatea suprafeţei $d\Sigma$. Variaţiile de impuls pentru un foton absorbit şi pentru un foton reflectat sînt :

$$\Delta\vec{\mu}_a=0-\vec{\mu}_i=-\mu\vec{N}_i, \qquad \Delta\vec{\mu}_r=\vec{\mu}_r-\vec{\mu}_i=2\mu\cos i_1\cdot\vec{N} \tag{455}$$

Deoarece $\mu=\frac{h\cdot\nu}{c}=\frac{\varepsilon_\nu}{c}$; $d\varnothing_r=Rd\varnothing_i$, $d\varnothing_a=A\cdot d\varnothing_i$ în condiţia $A+R=1$ ($T=0$), folosind (455) şi (453) putem scrie (452) sub forma :

$$P=\frac{(d\mu_a+d\mu_r)\cdot\vec{N}}{d\Sigma}=\frac{(2R-A)\cos i_1}{c}\,\frac{d\varnothing_i}{d\Sigma}=$$
$$=\frac{\varphi(\nu)(1+R)\cdot\cos i_1}{c} \tag{456}$$

Formula (456) arată că presiunea exercitată de radiaţii asupra unui corp este proporţională cu densitatea de flux energetică (iluminarea) a fasciculului de radiaţii la nivelul suprafeţei corpului. Presiunea radiaţiilor este în general mică. Aceasta rezultă din (456) în care la numitor este prezentă mărimea $c=3\cdot10^8$ m/s. Presiunea radiaţiilor optice poate fi explicată şi în teoria electromagnetică.

3.4. Surse de radiaţii optice. Mărimi caracteristice

Sursele de radiaţii optice sînt formate dintr-un număr foarte mare de sisteme atomice care generează energie radiantă. Energia radiantă Q_e este o mărime care exprimă cantitatea de energie existentă într-un domeniu spectral dat sub formă de radiaţii. Unitatea de măsură pentru energia radiantă este joule (J).

Energia radiantă spectrală $Q_e(\nu)$ este o mărime numeric egală cu energia existentă sub formă de radiaţii de frecvenţe cuprinse în intervalul $d\nu$ care conţine valoarea ν, calculată pentru intervalul unitate de frecvenţe. Unitatea de măsură pentru $Q_e(\nu)$ este joules. s. În conformitate cu definiţia de mai sus putem scrie :

$$dQ_e=Q_e(\nu)d\nu \tag{457}$$

În conformitate cu definiţia fluxului energetic, există relaţia :

$$d\varnothing_e=\varnothing\cdot dt \tag{458}$$

Există două tipuri de surse de radiații optice: surse primare și surse secundare.

a. *Surse primare de radiații optice.* În surse primare de radiații optice are loc transformarea unei forme de energie (termică, electrică, chimică etc.) în energie radiantă. Procesele de transformare a energiei sînt caracterizate prin randamentul energetic:

$$\eta_e = \frac{\varnothing_t}{P_t} \qquad (459)$$

Randamentul energetic este o mărime numeric egală cu raportul între fluxul energetic total $\varnothing_t$ emis de sursă sub formă de radiații și puterea totală P_t primită de sursă sub o formă dată de energie. Într-o sursă primară radiațiile sînt generate într-un volum limitat de o suprafață închisă. Radiația ajunge în exterior prin această suprafață. De aceea în caracterizarea surselor primare se poate considera formal că suprafața de separație este sursa de radiații. Un element dS din suprafața unei surse nu se comportă ca o sursă punctiformă izotropă. Ea nu emite cu aceeași intensitate în toate direcțiile.

I.H. Lambert în 1760 a arătat pe cale experimentală că intensitatea elementară dI emisă de un element de suprafață dS din sursă pe o direcție ce face cu normala la suprafața sursei unghiul θ poate fi exprimată prin formula:

$$dI = L_e \cdot dS \cdot \cos\theta \qquad (460)$$

Mărimea L_e din (460) se numește *luminanță energetică.* Dacă în (460) în loc de intensitatea totală I este intensitatea spectrală $I(\nu)$ atunci, $L_e(\nu)$ se numește luminanță energetică spectrală. În conformitate cu (460), știind că $dI = I(\nu)d\cdot\nu$ putem scrie:

$$L_e = \frac{dI}{dS\cdot\cos\theta}; \quad L_e(\nu) = \frac{dI(\nu)}{dS\cdot\cos\theta}; \quad dL_e = L_e(\nu)d\nu \qquad (461)$$

În conformitate cu (461) luminanța energetică (spectrală) într-un punct S al sursei pentru o direcție ce formează unghiul θ cu direcția normală la suprafața sursei este numeric egală cu raportul dintre intensitatea emisă de un element de suprafață care conține punctul S pe această direcție și aria proiecției elementului de suprafață pe un plan ortogonal pe direcția de emisie. Unitatea de măsură a luminanței energetice (spectrale) este watt/sr. m^2 (watt/sr. m^2 Hz).

Pentru unele surse, luminanța nu depinde de direcția de emisie

$$L_e = \text{const.} \qquad (462)$$

Sursele care au luminanța energetică independentă de direcție [respectă legea lui Lambert (462)] se numesc *surse Lambert.* În conformitate cu (66), (67) și (65) fluxul elementar emis de un element de suprafață din sursă poate fi exprimat prin formula:

$$d^2\varnothing = dI\cdot d\Omega = L_e \frac{dS\cdot\cos\theta\cdot d\Sigma\cos\beta}{R^2} \qquad (463)$$

Pentru surse de suprafață ΔS printr-o suprafață finită $\Delta\Sigma$, în conformitate cu (463), fluxul energetic poate fi calculat cu ajutorul formulei:

$$\varnothing = \int\limits_{\Delta S} \int\limits_{\Delta\Sigma} L_e \frac{\cos\theta \cdot \cos\beta}{R^2} dS \cdot d\Sigma \qquad (464)$$

Pentru surse Lambert de dimensiuni mici (ΔS mic) fluxul total $\varnothing_t \left((0 \leqslant \theta \leqslant \frac{\pi}{2} \right)$ în conformitate cu (464) este exprimat prin formula:

$$\Delta\varnothing_t = \pi \cdot L_e \cdot \Delta S \qquad (465)$$

Mărimea:

$$M_e = \frac{d\varnothing_t}{dS} \text{ watt/m}^2, \quad M_e(\nu) = \frac{d\varnothing_t(\nu)}{dS} \text{ watt/m}^2\cdot\text{Hz} \qquad (466)$$

se numește emitanță energetică (spectrală) într-un punct al suprafeței sursei. În conformitate cu (466), emitanța energetică (spectrală) într-un punct S al unei surse este o mărime numeric egală cu fluxul total emis de un element de suprafață din sursă care conține punctul S calculat pentru unitate de arie. Pentru surse Lambert din (465) și (464) rezultă:

$$M_e = \pi \cdot L_e \qquad (467)$$

Pentru surse corp negru în conformitate cu formula lui Planck

$$M_e(\nu) = \frac{2\pi \cdot h \cdot \nu^2}{c^2(e^{\frac{h\cdot\nu}{kT}} - 1)} \qquad (468)$$

b. *Surse secundare de radiații optice.* Toate corpurile reemit o parte din radiațiile care acționează asupra lor. De cele mai multe ori procesele de reemisie au loc în vecinătatea suprafețelor de separație ale corpurilor. Vom numi suprafețele de separație în vecinătatea cărora se produc procese de reemisie *surse secundare de radiații optice.*

Dacă în vecinătatea suprafeței de separație a unui corp acționează radiații optice (admițînd că nu este sursă primară de radiații), pe lîngă reemisie pot avea loc procese de absorbție și de transmisie. În aceste condiții dacă notăm cu $d\varnothing_i$ fluxul elementar incident, cu $d\varnothing_t$ fluxul transmis și cu $d\varnothing_r$ fluxul reemis din vecinătatea unui punct al unei suprafețe de separație, conservarea energiei poate fi exprimată prin egalitatea:

$$d\varnothing_i = d\varnothing_t + d\varnothing_a + d\varnothing_r \qquad (469)$$

Egalitatea (469) poate fi scrisă sub forma:

$$1 = T + A + R \qquad (470)$$

unde

$$T = \frac{d\varnothing_t}{d\varnothing_i}; \quad A = \frac{d\varnothing_a}{d\varnothing_i}; \quad R = \frac{d\varnothing_r}{d\varnothing_i} \qquad (471)$$

Mărimile definite prin formulele (471) sînt în ordine, T factorul de transmisie

A factorul de absorbţie şi R factorul de reemisie al suprafeţei de separaţie. În baza acestor mărimi putem deosebi următoarele tipuri ideale de suprafeţe:

α. Suprafeţe absolut transparente: $T=1,\ A=0,\ R=0$ (472)

β. Suprafeţe perfect absorbante sau absolut negre: $T=0,\ A=1,\ R=0$ (473)

γ. Suprafeţe perfect difuzante: $T=0,\ A=0,\ R=D=1$ (474)

unde D este factorul de difuzie al suprafeţei.

δ. Suprafeţe perfect reflectante: $T=0,\ A=0,\ R=1$ (475)

unde R este factorul de reflexie al suprafeţei.

Pentru a exprima energia radiantă care este prezentă în vecinătatea suprafeţei unui corp se folosesc mărimile:

$$E_e=\frac{d\varnothing}{d\Sigma}\ \text{watt/m}^2;\quad E_e(\nu)=\frac{d\varnothing(\nu)}{d\Sigma}\ \text{watt/m}^2\cdot\text{Hz}\qquad (476)$$

$$dE_e=E(\nu)\cdot d\nu$$

numită ilminare energetică (spectrală) şi mărimea

$$H_e=\frac{dQ_e}{d\Sigma}\ \text{joule/m}^2;\quad H_e(\nu)=\frac{dQ_e(\nu)}{d\Sigma}\ \text{joule/m}^2\cdot\text{Hz}\qquad (477)$$

numită expunere energetică (spectrală).

Iluminarea energetică (spectrală), într-un punct al unei suprafeţe, ţinînd seama de (476), este o mărime numeric egală cu fluxul energetic (spectral) corespunzător elementului de suprafaţă $d\Sigma$ care conţine punctul, calculat pentru unitate de arie.

Expunerea energetică (spectrală) într-un punct al unei suprafeţe este numeric egală cu energia radiantă (spectrală) transportată printr-un element de suprafaţă care conţine punctul, calculată pentru unitate de arie. Ţinînd seama de definiţiile mărimilor, putem scrie:

$$dH_e=E_e\cdot dt;\quad dH_e(\nu)=E(\nu)\cdot dt;\quad dH_e=H_e(\nu)d\nu\qquad (478)$$

Sursele secundare pot fi caracterizate prin luminanţă energetică (spectrală) indusă L'_e $[L'_e(\nu)]$ şi emitanţa energetică (spectrală), indusă $M'_e[M'_e(\nu)]$. Adesea ele sînt caracterizate prin mărimea:

$$\beta_e=\frac{L'_e}{L'_e},\quad \beta_e(\nu)=\frac{L'_e(\nu)}{L'_e(\nu)}\qquad (479)$$

numită factor de luminanţă energetică (spectrală).

În conformitate cu (479), factorul de luminanţă energetică (spectrală) este o mărime numeric egală cu raportul între L'_e $[L'_e(\nu)]$ luminanţă energetică (spectrală) indusă a suprafeţei şi luminanţa L'_e $[L'_e(\nu)]$ energetică (spectrală) indusă a unui „difuzor perfect" în condiţii identice de iluminare.

Difuzor perfect se numeşte o sursă secundară care îndeplineşte condiţiile (474) şi este totodată sursă Lambert (462).

4. ACȚIUNEA UNUI STRAT DE SUBSTANȚĂ ASUPRA RADIAȚIILOR OPTICE

4.1. Acțiunea unui strat de substanță izotropă și omogenă asupra radiațiilor optice

a. *Divizarea fasciculelor de radiații optice.* Să luăm în considerare un sistem format din trei substanțe de indici de refracție n_1, n_2 și n_3 separate prin două suprafețe plane paralele π_1 și π_2. Vom numi un astfel de sistem *strat de substanță.* Sistemul este reprezentat schematic în Fig. 31 în secțiune normală la planele π_1 și π_2. Un fascicul de raze paralele (reprezentat în Fig. 31 prin una din razele lui) se divizează multiplu în procese de reflexie și refracție succesive în vecinătatea suprafețelor π_1 și π_2. Modul de divizare este prezentat schematic în Fig. 31 unde planul de incidență este și planul figurii. Dacă

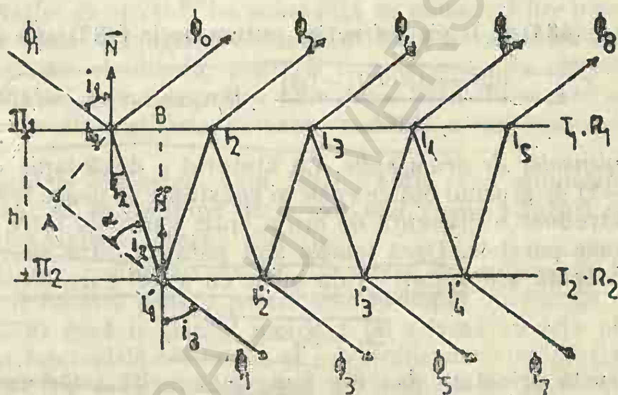


Fig. 31

notăm cu L lungimea stratului de substanță Fig. 31 pe direcția pe care are loc divizarea multiplă (deaorece $I_1I_2 = I_2I_3 = \ldots = I_{n-1}I_N$) putem exprima în primă aproximație (așa cum rezultă din Fig. 31) numărul de fascicule obținute în reflexie sau în transmisie prin formula :

$$N = \frac{L}{I_1I_2} = \frac{L}{2h\,\mathrm{tg}\, i_2} \qquad (480)$$

Direcția fasciculelor transmise poate fi determinată în baza relațiilor (408).

Dacă notăm cu R_1T_1 și R_2T_2 factorii de reflexie și respectiv de transmisie (352) ai suprafețelor de separație π_1 și π_2 și cu τ_i factorul de transmisie internă a substanței situată între planele π_1 și π_2 (318), putem scrie pentru fluxurile diverselor fascicule obținute prin divizarea multiplă formulele :

$$\varnothing_0 = R_1\cdot\varnothing_i, \quad \varnothing_{2p} = T_1^2\cdot\tau_i^{2p}R_2^pR_1^{p-1}\cdot\varnothing_i \quad (p = 1, 2, 3, \ldots) \qquad (481)$$

$$\varnothing_{2m+1} = T_1\cdot\tau_i^{2m+1}\cdot R_1^m\cdot R_2^m\cdot T_2\cdot\varnothing_i \quad (m = 0, 1, 2, \ldots) \qquad (482)$$

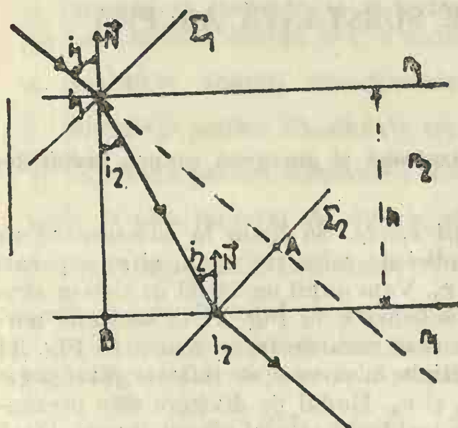


Fig. 32

b. *Modificarea drumului optic al radiațiilor optice.* În Fig. 32 sînt reprezentate schematic razele I_1I_2 pentru un fascicul de raze paralele care trece printr-un strat de substanță și I_1A pentru același fascicul în lipsa stratului de substanță de indice de refracție n_2.

Între punctul I_1 și planul Σ_2 drumul optic străbătut de fasciculul care trece prin stratul de substanță este mai mare decît al celuilalt cu

$$\Delta = n_2 \cdot I_1I_2 - I_1A \tag{483}$$

Din triunghiurile dreptunghice I_1BI_2 și I_2AI rezultă :

$$I_1I_2 = \frac{h}{\cos i_2} \quad I_1A = I_1I_2\cos(i_1 - i_2) \tag{484}$$

Folosind (484) și legile refracției putem scrie (483) sub forma :

$$\Delta = \frac{h[n_2 - n_1\cos(i_1 - i_2)]}{\cos i_2} = h(n_2\cos i_2 - n_1\cos i_1) \tag{485}$$

α. *Compensator de drum optic.* Cu ajutorul a două lame de sticlă transparente ($\tau_t = 1$) de grosimi optice egale și constante se poate realiza un sistem care poate introduce o diferență de drum optic variabilă între două fascicule paralele de raze paralele. Dacă lamele sînt paralele între ele, fasciculul care trece printr-o lamă are același drum optic ca și cel care trece prin cealaltă lamă :

$$\Delta_{12} = \Delta_2 - \Delta_1 = 0 \tag{486}$$

Dacă din această orientare una din lame este rotită astfel încît unghiul de incidență a fasciculului care trece prin lamă să varieze cu Δi_1, atunci, ținînd seama de (485), putem exprima diferența de drum optic dintre cele două fascicule prin formula :

$$\begin{aligned}\Delta_{12} &= \Delta_2 - \Delta_1 = h\{n_2[\cos i_2 - \cos(i_2 + \Delta i_2)] - n_1[\cos i_1 - \cos(i_1 - \Delta i_1)]\} = \\ &= -2h\left[n_2\sin\left(i_2 + \frac{\Delta i_2}{2}\right)\sin\frac{-\Delta i_2}{2} - \right. \\ &\left. n_1\sin\left(i_1 + \frac{\Delta i_1}{2}\right)\cdot\sin\frac{-\Delta i_1}{2}\right]\end{aligned} \tag{487}$$

În baza legii refracției putem scrie :

$$n_1\cos i_1 \cdot \Delta i_1 = n_2\cos i_2 \cdot \Delta i_2 \tag{488}$$

Dacă $\Delta i_1 << i_1$ și $\Delta i_2 << i_2$ din (487) și (488) în primă aproximație se poate obține formula :

$$\Delta_{12} = h \cdot n_1 \frac{\sin(i_2 - i_1)}{\cos i_2} \cdot \Delta i_1 \tag{489}$$

Formula (489) arată că diferența de drum optic introdusă de sistemul format din cele două lame este proporțională cu unghiul de rotație al uneia din lame (dacă acest unghi este de valoare suficient de mică). Dispozitivele care pot introduce o diferență de drum optic variabil între două fascicule de raze paralele se numesc *compensatoare de drum optic.*

c. *Schimbarea compoziției spectrale a radiațiilor optice. Filtre optice.* În conformitate cu formula (482), un strat de substanță absorbantă $\tau_i(\nu) \neq \neq 1$ schimbă compoziția spectrală a radiațiilor optice. Astfel pentru un fascicul incident echienergetic în aproximația $m=0$ din (482) se obține:

$$\varnothing_e(\nu) = T_1 T_2 \tau_i(\nu) \varnothing_i = \tau(\nu) \varnothing_i \tag{490}$$

unde $\tau(\nu)$ este factorul de transmisie spectral al stratului de substanță. Rezultă din (490) că factorul de transmisie al lamei este determinat în primul rînd de factorul de transmisie internă $\tau_i(\nu)$ al stratului de substanță. Folosind straturi de substanță de grosimi potrivite cu benzi de absorbție adecvate se poate realiza un factor de transmisie care să aibă valori diferite de zero numai într-un domeniu îngust de lungimi de undă centrat pe o lungime de undă dată λ_c. Astfel de straturi de substanță se numesc *filtre optice.* Vom numi lungimea de undă λ_c lungime de undă de bază a radiației transmise. Domeniul de transmisie al filtrului poate fi caracterizat prin semilățimea spectrală $\Delta\lambda_s$ a radiației monocromatice care trece prin filtru. De asemenea filtrul optic este caracterizat prin valoarea maximă a factorului de transmisie $\tau_M(\nu_c)$.

Adesea pentru obținerea unui filtru optic cu semilățime spectrală mică este necesar să se combine două sau mai multe straturi de substanță cu factori de transmisie internă diferiți.

d. *Polarizarea radiațiilor optice.* Un strat de substanță transparentă izotropă poate fi folosită pentru polarizarea radiației optice. În conformitate cu formulele (379) dacă fasciculul incident pe o lamă cu fețe plane paralele este nepolarizat fasciculele reflectate și cele transmise sînt parțial polarizate.

Gradele lor de polarizare depind de unghiul de incidență. Deoarece fasciculele transmise sînt paralele cu fasciculul incident la incidență Brewster (396), radiația reflectată de lamă este total polarizată. Aceasta deoarece condiția $i_1 + i_2 = \pi/2$ este îndeplinită la ambele suprafețe de separație ale lamei.

Pentru a obține un anumit grad de polarizare pentru fasciculele transmise se pot realiza topuri formate dintr-un număr determinat de lame. Astfel de topuri de lame, ținînd seama de dependența gradului de polarizare a radiației transmise de unghiul de incidență, pot fi folosite ca dispozitive compensatoare de grad de polarizare pentru măsurarea gradului de polarizare a radiațiilor parțial polarizate prin transformarea lor în radiații nepolarizate.

4.2. Acțiunea unui strat de substanță anizotropă omogenă asupra fasciculelor de radiații optice

În cele ce urmează vom lua în considerare numai fasciculele de raze paralele cu unghi de incidență $i_1 = 0$. De asemenea vom neglija fasciculele produse prin reflexie.

a. *Acțiunea unui strat de substanță anizotropă transparentă omogenă asupra fasciculelor de radiații optice.*

α. *Divizarea fasciculelor prin dubla refracție.* În Fig. 33 este reprezentată o secțiune normală într-un strat de substanță anizotropă

$$v_a < v_b < v_c \tag{491}$$

cu suprafețele de separație π_1 și π_2 plane paralele. Planul figurii este paralel cu planul cOa al sistemului de coordonate principale. Axa Oc formează cu normalele la planele π_1 și π_2 un unghi diferit de zero sau $\frac{\pi}{2}$. În aceste condiții una din direcțiile de bază coincide cu axa Ob care este paralelă cu planele π_1 și π_2 iar cealaltă este paralelă cu planul cOa. Secțiunea suprafeței vitezelor de transport a energiei (235) cu planul figurii este formată dintr-un cerc de rază v_b și o elipsă cu semiaxele de mărime $v_a < v_c$ și v_c. În consecință, construind razele fasciculelor obținute prin dubla refracție (Fig. 27) pentru un fascicul incident nepolarizat cu $i_1 = 0$ se obține un fascicul de raze paralele pe direcția fasciculului incident și un fascicul de raze paralele care se propagă pe direcție paralelă cu planul cOa și formează cu normala la suprafața de separație π_1 și π_2 un unghi α (Fig. 33).

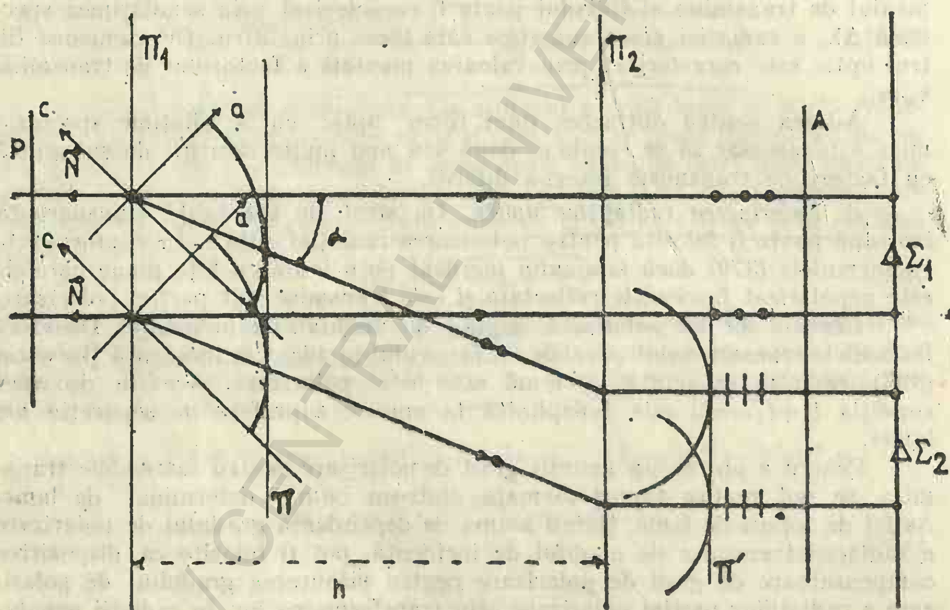


Fig. 33

Realizînd construcția razelor pentru refracție în vecinătatea suprafeței de separație π_2, se constată că ambele fascicule, după trecerea prin suprafața π_2, sînt paralele cu fasciculul incident. Aceste fascicule intersectează un ecran e și iluminează acest ecran în limitele suprafețelor $\Delta\Sigma_1$ și $\Delta\Sigma_2$ (Fig. 33).

Dacă grosimea h a stratului de substanță este mare iar fasciculul este îngust fasciculele emergente sînt separate (suprafețele $\Delta\Sigma_1$ și $\Delta\Sigma_2$ nu se intersectează). Deoarece axa Ob este ortogonală la planul figurii și este paralelă

cu suprafaţa de separaţie, fiind în acest caz direcţie de bază, fasciculul care se propagă fără a fi deviat lateral, este liniar polarizat, avînd direcţia de acţiune a intensităţii cîmpului electric paralelă cu axa Ob (ortogonală la planul figurii). Fasciculul deviat lateral este polarizat liniar cu direcţia de acţiune a intensităţii cîmpului electric paralelă cu planul cOa.

În consecinţă, se poate considera că fasciculul incident cu intensitatea de cîmp electric $\vec{e}_i$ este divizat prin dublă refracţie în două cu intensităţile de cîmp electric

$$\vec{e}_b=(\vec{e}_i\cdot\vec{b}_0)\vec{b}_0, \qquad \vec{e}_u=(\vec{e}_i\cdot\vec{u}_0)\vec{u}_0 \tag{492}$$

unde $\vec{b}_0$ este versorul axei Ob iar $\vec{u}_0$ versorul unei direcţii paralelă cu planul cOa $(\vec{b}_0\cdot\vec{u}_0=0)$. Dacă fasciculul incident este nepolarizat, fasciculele obţinute prin dubla refracţie în vecinătatea suprafeţei π_1 sînt necoerente. Dacă fasciculul incident este liniar polarizat avînd direcţia intensităţii cîmpului electric dată prin versorul $\vec{e}_{0i}$ putem scrie:

$$\begin{gathered} e_b=e_i(\vec{e}_{0i}\cdot\vec{b}_0), \qquad e_u=e_i(\vec{e}_{0i}\cdot\vec{u}_0), \qquad e_b=e_u\frac{\vec{e}_{0i}\cdot\vec{b}_0}{\vec{e}_{0i}\cdot\vec{u}_0} \\ \varphi_b=\varphi_i(\vec{e}_{0i}\cdot\vec{b}_0)^2, \qquad \varphi_u=\varphi_i(\vec{e}_{0i}\cdot\vec{u}_0)^2 \end{gathered} \tag{493}$$

În conformitate cu (493), în acest caz, în vecinătatea suprafeţei π_1, cîmpurile electromagnetice ale fasciculelor, produse prin dubla refracţie, sînt total coerente şi cu faze egale.

Formulele (493) pot fi verificate cu un polarizor plasat în fasciculul incident. Deoarece $\vec{u}_0\perp\vec{b}_0$, rotind polarizorul în jurul direcţiei de propagare cînd $\vec{e}_{0i}\perp\vec{b}_0$, trebuie ca iluminarea suprafeţei $\Delta\Sigma_2$ să fie maximă iar cea a suprafeţei $\Delta\Sigma_1$ egală cu zero. Din această ultimă orientare, dacă direcţia de transmisie este rotită cu $\pi/2$, trebuie ca $\Delta\Sigma_2$ să aibă iluminare zero iar $\Delta\Sigma_1$ iluminare maximă. Aceste caracteristici sînt confirmate experimental.

Starea de polarizare a fasciculelor emergente poate fi cercetată cu ajutorul unui polarizor analizor. Dacă direcţia de transmisie a analizorului este determinată prin versorul $\vec{u}_A$, intensităţile de cîmp electric transmise în conformitate cu (492) pot fi exprimate prin formulele:

$$\vec{e}_1=(\vec{e}_i\cdot\vec{b}_0)(\vec{b}_0\cdot\vec{u}_A)\vec{u}_A \qquad \vec{e}_2=(\vec{e}_i\cdot\vec{u}_0)(\vec{u}_0\cdot\vec{u}_A)\vec{u}_A \tag{494}$$

În conformitate cu (494), dacă fasciculele emergente sînt liniar polarizate pe direcţii ortogonale, la rotirea analizorului (rotirea versorului $\vec{u}_A$), iluminările suprafeţelor $\Delta\Sigma_1$ şi $\Delta\Sigma_2$ trebuie să se modifice periodic, luînd valori zero şi maxime consecutive separate de unghiuri egale cu 90°. Cînd suprafaţa $\Delta\Sigma_1$ are iluminare zero, suprafaţa $\Delta\Sigma_2$ are iluminare maximă şi invers. Faptul că iluminările iau valori zero arată că radiaţiile sînt liniar polarizate. Date fiind proprietăţile prezentate mai sus, o lamă groasă din substanţă anizotropă transparentă, care are suprafeţele de separaţie paralele numai cu una din axele principale de coordonate poate fi folosită în calitate de analizor cu două direcţii de transmisie separate ortogonale.

b. *Schimbarea stării de polarizare a radiaţiilor optice.* Fasciculele rezultate din fasciculul incident prin dublă refracţie străbat în interiorul stratului de substanţă drumuri optice diferite. Dacă notăm cu Δ_1 şi Δ_2 aceste drumuri

optice, atunci diferenţa de fază a intensităţilor de cîmp electric în punctele de pe suprafaţa π_2 (Fig. 33) este :

$$\Delta\psi=\Delta\psi_0+k_0(\Delta_2-\Delta_1)=\Delta\psi_0+k_0\Delta_{12} \qquad (495)$$

unde $\Delta\psi_0$ este diferenţa de fază în puncte de pe suprafaţa π_1. Dacă realizăm stratul de substanţă astfel încît intensitatea de cîmp electric (495) să acţioneze la nivelul suprafeţei π_2, în acelaşi punct, atunci diferenţa de fază (495) duce la schimbarea stării de polarizare a radiaţiilor optice. În acest scop stratul de substanţă trebuie să aibă suprafeţele de separaţie paralele cu unul din planele sistemului de coordonate principale. Dacă acest lucru este realizat, razele celor două fascicule obţinute prin dubla refracţie coincid şi sînt ortogonale la suprafeţele de separaţie. În aceste condiţii, razele sînt paralele cu una din axele sistemului de axe de coordonate principale şi direcţiile de bază coincid cu axele de coordonate principale paralele cu suprafeţele π_1 şi π_2. Diferenţa de drum optic corespunzătoare la cele trei orientări posibile pentru sistemul de axe de coordonate sînt :

$$\Delta_{12}=\Delta_2-\Delta_1=h(n_a-n_b),\ \Delta_{12}=h(n_a-n_c),\ \Delta_{12}=h(n_c-n_b) \qquad (496)$$

În cele ce urmează evidenţiem două cazuri importante pentru aplicaţii practice :

i. *Lame jumătate de lungime de undă* $\left(L-\frac{\lambda_0}{2}\right)$. Dacă stratul de substanţă are grosimea h astfel realizată încît :

$$\Delta_{12}=(2m+1)\frac{\lambda_0}{2} \quad (m=0,1,2,\ldots) \qquad (497)$$

el se numeşte lamă jumătate de lungime de undă $\left(L-\frac{\lambda_0}{2}\right)$. Grosimea lamei jumătate de lungime de undă poate fi calculată din (496) şi (497). O lamă jumătate de lungime de undă în conformitate cu (495), (496) şi (497) introduce diferenţa de fază :

$$\Delta\psi_s=k_0(\Delta_2-\Delta_1)=k_0\Delta_{12}=(2m+1)\pi \qquad (498)$$

Ţinînd seama de (495) şi de (498) dacă radiaţia incidentă este liniar polarizată, atunci $\Delta\psi_0=0$ sau π şi în conformitate cu cele prezentate în (2, 6.β) stratul de substanţă schimbă azimutul intensităţii cîmpului de la γ la valoarea :

$$\gamma_s=2\pi-\gamma \qquad (499)$$

Lama jumătate de lungime de undă este utilizată în practică pentru a schimba azimutul unei radiaţii liniar polarizate.

ii. *Lamă sfert de lungime de undă* $(L-\lambda_0/4)$. Dacă stratul de substanţă are grosimea astfel aleasă încît :

$$\Delta_{12}=(2m+1)\lambda_0/4 \qquad (500)$$

el se numeşte *lamă sfert de lungime de undă* $(L-\lambda_0/4)$. Grosimea lamei sfert de lungime de undă poate fi calculată din (496) şi (500). Lama sfert de lungime de undă în conformitate cu (495), (497) şi (500) introduce o diferenţă de fază

$$\Delta\psi_{12} = (2m+1)\frac{\pi}{2} \tag{501}$$

Ținînd seama de (501) și cele prezentate în (2.6 γ) lama transformă o radiație liniar polarizată în una eliptic polarizată cu elipsa de polarizare avînd semiaxele paralele cu axele sistemului principal de coordonate care sînt paralele cu suprafețele π_1 și π_2 din Fig. 33. În acest caz, raportul semiaxelor elipsei este egal cu tangenta azimutului intensității cîmpului electric din fasciculul incident:

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{E_i}{E_j} \quad (i = j = a, b, c) \tag{502}$$

γ. *Dispozitive compensatoare.* Din (495) și (496) rezultă că dacă se alege în mod potrivit h se poate obține ca

$$\Delta\psi = 0 \qquad \Delta\psi_0 = -k_0 \cdot \Delta_{12} \tag{503}$$

Relațiile (503) arată că cu ajutorul unui strat de substanță anizotropă se poate compensa (sau măsura) diferența de fază inițială dintre două intensități de cîmp electric cu direcția de acțiune ortogonale. Stratul de substanță care produce același defazaj ca și defazajul inițial (dar cu semn contrar) se numește *compensator*. Deoarece în practică nu se cunoaște diferența de fază care trebuie compensată este necesar ca dispozitivul compensator să poată compensa o gamă cît mai variată de diferențe de fază.

În Fig. 34 sînt prezentate două tipuri de dispozitive compensatoare. Dispozitivul prezentat schematic în Fig. 34 *a* este cunoscut sub numele de *pană compensatoare*. Ea este realizată dintr-un strat de cuarț sau gips delimitat de două suprafețe de separație plane π_1 și π_2 care formează între ele un unghi diedru α de valoare mică. Planul cOa (sau cOb) al sistemului principal de axe de coordonate este paralel cu una din suprafețele π_1 sau π_2. Acest plan este astfel orientat încît axa Oc (axa optică) să fie paralelă sau perpendiculară pe muchia A a unghiului diedru. Se obține astfel un strat compensator care la distanța AB introduce diferența de drum optic:

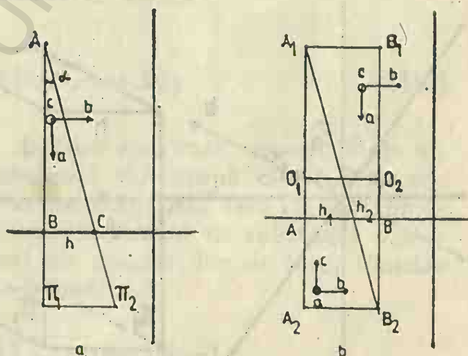


Fig. 34

$$\Delta c = (n_c - n_b) AB \operatorname{tg}\alpha \tag{504}$$

În Fig. 34 *b* este reprezentat schematic un dispozitiv compensator care este cunoscut sub numele de *compensator Babinet*. El este realizat sub forma unui paralelipiped drept, format din două pene compensatoare. Penele compensatorului au planele cOa (sau cOb) paralele cu suprafața catetă una cu axa Oc paralelă cu muchia unghiului diedru iar cealaltă cu axa Oc perpendiculară pe muchia unghiului diedru format de suprafețele de separație.

În aceste condiții diferența de drum introdusă la distanța A_1A de muchia uneia din penele compensatoare care formează compensatorul este:

$$\Delta_c = h_1(n_c - n_a) + h_2(n_a - n_c) = (h_1 - h_2)(n_c - n_a) = 2 \cdot L_x(n_c - n_a) \tag{505}$$

unde L_x se măsoară din locul în care $h_1 = h_2$. Ambele dispozitive compensatoare pot fi etalonate și să se stabilească astfel corespondența numerică între distanța AB respectiv L_x și mărimea Δ_c

δ. *Densitatea de flux spectral a fasciculului transmis în cazul unui sistem optic format dintr-un strat de substanță anizotropă transparentă și un analizor.* În Fig. 35 este reprezentat schematic un sistem optic format dintr-un strat de substanță anizotropă transparentă de grosime $AB = h$ și cu sistemul de axe de coordonate principale astfel orientat încît planul cOb (cOa sau aOb) să fie paralel cu suprafețele de separație π_1 și π_2 și un analizor a cărui direcție de transmisie este dată prin versorul $\vec{u}_A$. Să admitem că în vecinătatea suprafeței de separație π_1, datorită dublei refracții, iau naștere fasciculele de radiații armonice polarizate liniar caracterizate prin mărimile:

$$\vec{e}_b = e_b \cdot \vec{b}_0, \quad \varphi_b = \frac{1}{c \cdot \mu_0} < e_b^2 > = \frac{1}{2 \cdot c \cdot \mu_0} E_b^2$$
$$\vec{e}_c = e_c \cdot \vec{c}_0, \quad \varphi_c = \frac{1}{c \cdot \mu_0} < e_c^2 > = \frac{1}{2 \cdot c \cdot \mu_0} E_c^2 \tag{506}$$

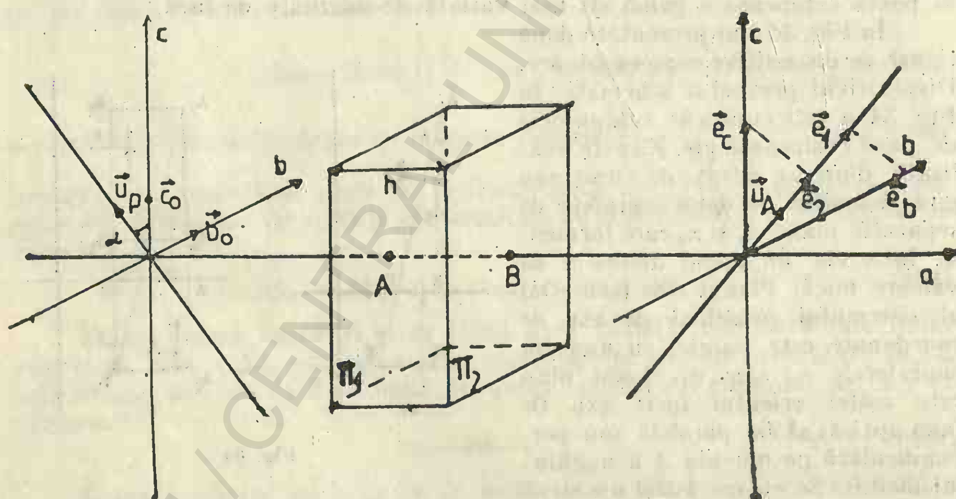


Fig. 35

În punctul A (Fig. 35) intensitățile de cîmp $\vec{e}_b$ și $\vec{e}_c$ au defazajul inițial $\Delta\psi_0$. Cînd ajung în B ele au diferența de fază $\Delta\psi$ și putem scrie:

$$\vec{e}_b(B) = E_b \cdot \cos(\omega \cdot t - \psi_b) \cdot \vec{b}_0, \quad \vec{e}_c(B) = E_c \cdot \cos(\omega t - \psi_c)\vec{c}_0 \tag{507}$$

După analizor vom avea intensitățile de cîmp electric:

$$\vec{e}_1 = (\vec{e}_b \cdot \vec{u}_A)\vec{u}_A, \quad \vec{e}_2 = (\vec{e}_c \cdot \vec{u}_A)\vec{u}_A \tag{508}$$

În conformitate cu (60), (506), (507) și (508) densitatea de flux spectral a fasciculului transmis poate fi exprimată prin formula:

$$\varphi_t(\nu) = \frac{1}{c\cdot\mu_0} < (\vec{e}_1+\vec{e}_2)^2 > = \varphi_b(\vec{b}_0\cdot\vec{u}_A)^2+\varphi_c(\vec{c}_0\cdot\vec{u}_A)^2+ + \frac{1}{c\cdot\mu_0} < e_b\cdot e_c > (\vec{b}_0\cdot\vec{u}_A)(\vec{c}_0\cdot\vec{u}_A) \tag{509}$$

Folosind (506) și (507), putem scrie:

$$\Gamma_{b,c} = < e_b\cdot e_c > = E_b\cdot E_c\cdot < \cos(\omega\cdot t-\psi_b)\cos(\omega\cdot t-\psi_c) > = = c\cdot\mu_0\sqrt{\varphi_b\cdot\varphi_c}\cdot\{< \cos[2\omega\cdot t-(\psi_b+\psi_c)] > + \cos(\psi_c-\psi_b)\} = = c\cdot\mu_0\sqrt{\varphi_b\cdot\varphi_c}\cdot\cos\Delta\psi \tag{510}$$

unde

$$\Delta\psi = \psi_c-\psi_b = \Delta\psi_0+\Delta\psi_s \tag{511}$$

În (511) $\Delta\psi_s$ este diferența de fază introdusă de stratul de substanță anizotropă. Ținînd seama de (510) putem scrie (509) sub forma:

$$\varphi_t(\nu) = \varphi_b\cdot(\vec{b}_0\cdot\vec{u}_A)^2+\varphi_c\cdot(\vec{c}_0\cdot\vec{u}_A)^2+2\sqrt{\varphi_b\cdot\varphi_c}\cdot(\vec{b}_0\cdot\vec{u}_A)(\vec{c}_0\cdot\vec{u}_A)\cos\Delta\psi \tag{512}$$

Dacă direcția de transmisie a analizorului formează unghiuri de 45° cu direcțiile axelor *Ob* și *Oc* (direcțiile de bază ale substanței anizotrope) avem $(\vec{b}_0\cdot\vec{u}_A) = (\vec{c}_0\cdot\vec{u}_A) = \cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$ și (479) ia forma:

$$\varphi_t(\nu) = \frac{1}{2}[\varphi_b+\varphi_c+2\sqrt{\varphi_b\varphi_c}\cdot\cos\Delta\psi] \tag{513}$$

După cum rezultă din (513) densitatea de flux spectrală transmisă de un sistem optic format dintr-un strat de substanță anizotropă este funcție periodică de mărimea $\Delta\psi$ În consecință polarizorul analizor face ca deosebirile în stările de polarizare a radiațiilor care ies din stratul de substanță anizotropă să se exprime în deosebiri de valori ale densităților de flux. Funcția (513) are valorile extreme determinate de mărimile:

$$[\varphi_t(\nu)]_M = \frac{1}{2}(\varphi_b+\varphi_c+2\sqrt{\varphi_b\cdot\varphi_c})\cos\Delta\psi = 1 \quad \Delta\psi = 2m\pi;\ (m = 0, \pm1, \pm2\ldots) \tag{514}$$

$$[\varphi_t(\nu)]_m = \frac{1}{2}(\varphi_b+\varphi_c-2\sqrt{\varphi_b, \varphi_c}),\ \cos\Delta\psi = -1 \quad \Delta\psi = (2m+1)\pi \tag{515}$$

Din (515) rezultă că minimele densități de flux transmise sînt de valoare zero cînd:

$$\varphi_b = \varphi_c = \frac{\varphi_i}{2}\quad(\varphi_i = \varphi_c+\varphi_b) \tag{516}$$

unde φ_i este densitatea de flux totală a fasciculului incident. În astfel de cazuri (513) are forma:

$$\varphi_t(\nu) = \frac{1}{2}\varphi_i(1 + \cos\Delta\psi) \qquad (517)$$

i. *Schimbarea compoziţiei spectrale a radiaţiilor optice*: Dacă în experimentul prezentat schematic în Fig. 35 fasciculul incident este polarizat liniar cu ajutorul unui polarizor a cărui direcţie de transmisie este dată prin versorul $\vec{u}_p$ diferenţa de fază iniţială este: pentru cazul în care $\vec{u}_p$ este paralel cu $\vec{u}_A$:

$$\Delta\psi_0 = 0 \qquad (518)$$

şi

$$\Delta\psi_0 = \pi \qquad (519)$$

pentru cazurile în care $\vec{u}_p$ este ortogonal pe $\vec{u}_A$. Ţinînd seama de (495), (496) în astfel de cazuri formula (513) poate fi scrisă sub forma:

$$\varphi_t(\nu) = \frac{1}{2}\varphi_i\left[1 \pm \cos\frac{2\cdot\pi}{\lambda_0}h\cdot(n_e - n_b)\right] \qquad (520)$$

unde semnul (+) corespunde polarizorilor cu direcţii de transmisie paralele iar semnul (—) polarizorilor în cruce.

Să admitem că fasciculul polarizat este echienergetic

$$\varphi_i(\nu) = \text{const.} \qquad (521)$$

Din (520) rezultă că densitatea de flux spectrală a fasciculului transmis nu este echienergetică ci depinde de frecvenţa radiaţiei (lungime de undă λ_0) atît direct cît şi prin intermediul mărimilor n_e şi n_b.

În consecinţă, se poate afirma că un sistem format dintr-un strat de substanţă anizotropă şi un analizor poate schimba compoziţia spectrală a unui fascicul liniar polarizat.

În conformitate cu (514), (515) şi (520), valorile extreme ale densităţilor de flux sînt determinate de mărimile:

$$[\varphi_t(\nu)]_M = \varphi_i, \quad [\varphi_t(\nu)]_m = 0; \quad \lambda_{0m} = \frac{2h(n_e - n_b)}{m} \qquad (522)$$

În (522) pentru cazul în care $\vec{u}_A$ este paralel cu $\vec{u}_p$ valorile maxime se obţin pentru $(m=2p)$ şi valorile minime pentru m impar $(m=2p+1)$. Dacă $\vec{u}_A$ este ortogonal pe $\vec{u}_p$ valorile maxime se obţin pentru m impar $(m=2p+1)$ iar valorile minime pentru m par $(m=2p)$.

Exemplu numeric.

Să admitem că stratul de substanţă este subţire astfel încît $h\ (n_e-n_b)$ să fie de ordinul de mărime a lungimii de undă a radiaţiilor optice. Astfel să considerăm de exemplu $h(n_e-n_b)=540$ nm. În aceste condiţii pentru domeniul vizibil vom avea densitate de flux transmisă (cu polarizorii în cruce) maximă pentru lungimea de undă $\lambda_{03}=360$ nm iar pentru lungimea de undă $\lambda_{02}=540$ nm, densitatea de flux va fi de valoare zero. În consecinţă, pentru radiaţie incidentă albă radiaţia transmisă va fi de culoare violetă. Pentru

polarizori cu direcțiile de transmisie paralele, maximum de densitate de flux transmis va corespunde componentei cu lungimea de undă $\lambda_{03}=540$ nm iar minimum de valoare zero componentei cu lungimea de undă $\lambda_{02}=360$ nm. În consecință, în această situație, pentru radiație incidentă albă, radiația transmisă va avea culoare verde.

Dacă grosimea stratului de substanță este mare astfel încît mărimea $h(n_e-n_a)$ să fie de ordinul zecilor de lungimi de undă a radiațiilor optice, condiția (522) este îndeplinită pentru un număr mare de lungimi de undă pentru care se obțin maxime și un număr mare de radiații de lungimi de undă date prin (522) sînt eliminate de sistem. Spectrul radiației transmise în astfel de cazuri a primit numele de *spectru canelat* pentru că în el domenii de frecvențe în care radiațiile au densitate de flux zero alternează cu domenii în care densitatea de flux este diferită de zero.

Cu ajutorul spectrului canelat se poate determina din (522) birefringența prin măsurarea mărimilor λ_{0m} și m.

ii. *Măsurarea diferențelor de fază inițiale. Determinarea birefringenței straturilor anizotrope.* Să admitem că în sistemul optic prezentat în Fig. 35 în locul stratului de substanță între polarizorii orientați în cruce se află un compensator Babinet astfel orientat încît axele sistemului de coordonate principale (paralele cu suprafețele de intrare A_1A_2 și de ieșire B_1B_2) să formeze unghiuri de 45° cu direcțiile de transmisie ale polarizorilor. Să admitem, de asemenea, că fasciculul incident este de radiații monocromatice cu lungimea de undă pentru vid λ_0 cunoscută. În aceste condiții dacă fasciculul iluminează întreg compensatorul, un observator care privește prin analizor suprafața compensatorului, în conformitate cu formula (517), trebuie să vadă o succesiune de dungi luminoase și întunecate alternative, paralele cu muchiile penelor din care este confecționat compensatorul. Aceste franje luminoase și întunecate permit etalonarea compensatorului. Într-adevăr deoarece în cazul de față diferența de fază inițială este $\Delta\psi_0=\pi$ (519), minimele de valoare zero, în conformitate cu (514) și (515) se formează acolo unde este îndeplinită condiția :

$$\Delta_{cm}=C\cdot L_m=m\cdot\lambda_0 \qquad (523)$$

în care :

$$C=2\cdot(n_c-n_a)\cdot \operatorname{tg}\alpha \qquad (524)$$

Formula (523) arată că dacă introducem în sistem un dispozitiv de măsurare a distanțelor de deplasare a compensatorului în fața unui indice fix (Fig. 34), măsurînd distanța între două franje întunecate, $\Delta L=L_{m+1}-L_m$, putem determina constanta compensatorului

$$C=\frac{\lambda_0}{L_{m+1}-L_m} \qquad (525)$$

Dacă C este determinat numeric, compensatorul, în baza formulei (514), poate fi folosit pentru determinarea defazajului inițial prin măsurarea distanței L la care se formează franja de ordin zero pentru radiația cu defazaj inițial $\Delta\psi_0$ față de poziția ei cînd defazajul este $\Delta\psi_0=\pi$. Poziția în care $h_1=h_2$ se determină cu lumină albă. Dacă folosim lumină albă în conformitate cu (524) se obține o dungă întunecată acolo unde $\Delta_c=0$ $(h_1=h_2)$. Restul com-

pensatorului este iluminat, deoarece pentru $m \neq 0$, Δ_c este funcţie de λ_0. Metoda este aplicabilă în special pentru determinarea defazajului

$$\Delta\psi_0 = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda_0} h \cdot (n'' - n') \tag{526}$$

produs de un strat de substanţă anizotropă aşezat în faţa compensatorului. Pentru aceasta, după etalonare şi iluminare cu radiaţii albe se introduce stratul de substanţă şi se roteşte în jurul direcţiei de propagare a radiaţiei pînă cînd se obţine franja întunecată de ordin zero deplasată. Din distanţa de deplasare a ei faţă de poziţia ei în lipsa stratului de substanţă se poate calcula, cu ajutorul formulei (524), diferenţa de drum:

$$\Delta_x = h \cdot (n'' - n') \tag{527}$$

introdusă de stratul de substanţă anizotropă. Dacă se măsoară h din (527) se poate calcula birefringenţa $n'' - n'$ pentru direcţiile de bază paralele cu suprafeţele de separaţie ale stratului de substanţă anizotropă.

iii. *Determinarea stării de polarizare a radiaţiilor optice.* Dacă folosim un receptor prevăzut la intrare cu un polarizor-analizor se poate determina, fără dubiu, starea de polarizare liniară a fasciculelor de radiaţii. În acest scop se roteşte analizorul în jurul direcţiei de propagare a radiaţiei şi dacă receptorul indică pentru o anumită orientare a direcţiei de transmisie a analizorului flux de valoare zero, atunci radiaţia este liniar polarizată.

Dacă, la rotirea analizorului, fluxul recepţionat nu se schimbă radiaţia poate fi nepolarizată sau circular polarizată. Aceasta deoarece ambele tipuri de radiaţii se pot descompune în două componente liniar polarizate pe direcţii perpendiculare şi de densităţi de flux egale. Deosebirile între ele constau în aceea că în cazul radiaţiei nepolarizate componentele sînt necoerente iar în cazul radiaţiei circular polarizate ele sînt coerente şi au o diferenţă de fază:

$$\Delta\psi_0 = \pm\pi/2 \tag{528}$$

Ţinînd seama de (528) şi (478), putem scrie (492) în cazul radiaţiei circular polarizate care trece printr-o lamă sfert de lungime de undă:

$$\begin{aligned} \Delta\psi &= \frac{\pi}{2} + (2m+1)\frac{\pi}{2} = (m+1)\cdot\pi, \\ \Delta\psi &= -\frac{\pi}{2} + (2m+1)\frac{\pi}{2} = m\cdot\pi \end{aligned} \tag{529}$$

Din (529) rezultă în conformitate cu (143) şi (145) că radiaţia circular polarizată poate fi transformată cu ajutorul unei lame sfert de lungime de undă în radiaţie liniar polarizată. Radiaţia nepolarizată, deoarece componentele ei ortogonale sînt necoerente, rămîne după lama sfert de lungime de undă nepolarizată. În aceste condiţii dacă în situaţia prezentată mai sus se introduce în fascicul o lamă sfert de lungime de undă şi se roteşte analizorul în cazul în care fluxul în aceste condiţii rămîne constant radiaţia este nepolarizată iar dacă se poate obţine eliminarea radiaţiei cu ajutorul analizorului radiaţia este circular polarizată.

Pentru a diferenţia radiaţia nepolarizată de cea circular polarizată se poate folosi un compensator (Babinet sau pană compensator) etalonat

pentru lungimea de undă a radiației analizate. Dacă la introducerea compensatorului în fascicul în fața analizorului se observă pe suprafața compensatorului franje luminoase și întunecate, se poate trage concluzia că radiația este circular polarizată. Aceasta deoarece pentru radiații nepolarizate funcția de coerență (510) este de valoare zero pentru orice $\Delta\psi$ și densitatea de flux nu depinde de $\Delta\psi$. De altfel, cu ajutorul compensatorului se poate măsura $\Delta\psi$ și dacă se obține valoarea (528) rezultă că radiația este circular polarizată.

Dacă la rotirea analizorului în lipsa lamei sfert de lungimee de undă se obține o variație periodică a flxului indicat de receptor între două valori extreme, radiația este parțial polarizată sau eliptic polarizată. Cu ajutorul unei lame sfert de lungime de undă se poate decide între aceste două cazuri. Dacă prin rotirea lamei sfert de lungime de undă se poate ajunge la o orientare a ei în care se realizează transformarea radiației în liniar polarizată atunci radiația este eliptic polarizată.

Dacă se folosește un compensator, obținerea (prin rotirea compensatorului) unui sistem de franje cu minime de valoare zero deplasate cu un sfert din distanța dintre două minime ($\Delta\psi_0=\pm\pi/2$) este un indiciu că radiația este eliptic polarizată. Aceasta se obține cînd direcțiile de bază ale compensatorului sînt paralele cu semiaxele elipsei de polarizare. În această situație, prin rotirea analizorului, se pot obține minime de valoare zero. În această orientare tangenta unghiului între direcția de transmisie a analizorului și una din direcțiile de bază a compensatorului măsoară raportul semiaxelor elipsei de polarizare.

iiii. *Modularea fasciculelor de radiații optice.* Să admitem că în sistemul optic prezentat în Fig. 35 în locul stratului de substanță anizotropă se află un condensator plan într-o cuvă cu nitrobenzen. Plăcile condensatorului sînt astfel orientate încît pentru polarizorii orientați în cruce normala la ele face unghi de 45° cu direcțiile de transmisie ale polarizorilor. Intensitatea cîmpului electric între plăcile condensatorului este:

$$E=V/d \tag{530}$$

unde d este distanța dintre plăcile condensatorului iar V tensiunea electrică aplicată plăcilor.

În acest caz, $\Delta\psi_0=\pi$, așa că, folosind (253) și (530), putem scrie (492) sub forma:

$$\Delta\psi=\pi+2\cdot\pi\cdot K\cdot\frac{V^2}{d^2}\cdot h \tag{531}$$

Pentru acest sistem optic numit *celulă Kerr*, folosind (531), putem scrie (517) sub forma:

$$\varphi_t=\frac{1}{2}\cdot\varphi_i(1-\cos 2\cdot\pi\cdot K\frac{V^2}{d^2}h) \tag{532}$$

În conformitate cu (532) densitatea de flux a fasciculului transmis este funcție de tensiunea electrică aplicată plăcilor condensatorului celulei Kerr. În consecință, prin variația determinată a acestei tensiuni se poate obține modularea în amplitudine a unui fascicul de radiații optice.

4.3. Acţiunea unui strat de substanţă anizotropă absorbantă omogenă asupra fasciculelor de radiaţii optice. Filtre de polarizare

Să admitem că fasciculul incident pe un strat de substanţă anizotropă absorbantă cu suprafeţele de separaţie π_1 şi π_2 plane paralele este nepolarizat. În aceste condiţii, dacă planul cOa al sistemului de axe principale este paralel cu planele π_1 şi π_2 în vecinătatea planului π_1 avem:

$$\varnothing_a(0) = \varnothing_c(0) = \frac{\varphi_i(0)}{2} \tag{533}$$

unde $\varnothing_a(0)$ şi $\varnothing_c(0)$ sînt fluxurile energetice în vecinătatea suprafeţei π_1 pentru fasciculele produse prin dublă refracţie.

În conformitate cu (376) şi (304), în vecinătatea suprafeţei π_2, fasciculele produse prin dubla refracţie vor avea fluxurile:

$$\varnothing_a(L, \nu) = \varnothing_a(o, \nu)e^{-a_a(\nu)h}, \qquad \varnothing_c(L, \nu) = \varnothing_c(o, \nu)e^{-a_c(\nu)h} \tag{534}$$

Deoarece $a_a(\nu) \neq a_c(\nu)$, ţinînd seama de (533), fasciculul transmis va fi parţial polarizat cu gradul de polarizare (v. 289)

$$\mathcal{P} = \frac{e^{-a_a(\nu).h} - e^{-a_c(\nu).h}}{e^{-a_a(\nu).h} + e^{-a_c(\nu).h}} \tag{535}$$

Un strat de substanţă anizotropă care schimbă gradul de polarizare a radiaţiei optice prin absorbţie anizotropă (tricroism sau dicroism) (2.12 c) se numeşte *filtru de polarizare sau polaroid*.

Dacă stratul de substanţă are:

$$a_c >> a_a \tag{536}$$

atunci se poate alege h astfel încît în primă aproximaţie (535) să ia valoarea:

$$\mathcal{P} = 1 \tag{537}$$

Se obţine astfel ca fasciculul transmis să fie liniar polarizat. Condiţia (536) în cazurile reale este îndeplinită cu suficientă precizie numai în domenii spectrale limitate.

Sînt cunoscute mai multe tipuri de filtre de polarizare.

a. *Polaroizi de tipul I.* Filtrele de polarizare de tipul I sînt realizate cu microcristale de herapatită. Herapatita a fost descoperită în 1852 de către V.B. Herapath. Cristalele de herapatită sînt aciforme. Ele absorb puternic intensităţile de cîmp electric cu direcţii de acţiune orientate în lungul cristalelor.

În 1928 E.H. Land a arătat că se pot obţine polaroizi dacă o mulţime de microcristale dicroice aciforme sînt suspendate într-un mediu transparent şi orientate preferenţial pe o direcţie dată. Astfel de filtre de polarizare se numesc *polaroizi de tip I.* Land a reuşit să obţină polaroizi de tip I în 1930 din microcristale de herapatită suspendate în acetat de celuloză şi orientate mecanic prin estrudarea suspensiei printr-o fantă îngustă.

b. *Polaroizi de tip H.* Filtrele de polarizare de tip *H* sînt în prezent cele mai răspîndite. Au fost inventate de Land în 1938. Polaroizii de tip *H* sînt realizaţi din folii subţiri de alcool polivinilic anizotrope. Anizotropia

se obține prin întinderea foliei de alcool polivinilic la cald. Foliile anizotrope de alcool polivinilic sînt depuse imediat după întindere pe folie suport de acetat butirat de celuloză. După aceea sînt vopsite cu o soluție apoasă de iod numită cerneală *H*. Se poate obține astfel un strat de substanță dicroică care are raportul factorilor de transmisie principal de 10^5 în domeniul spectral vizibil.

c. *Polaroizi de tip K*. Filtrele de polarizare de tip *K* au fost realizate de Land și H.G. Rogers în 1939. Sînt realizate din folii de alcool polivinilic încălzite în prezența unor catalizatori (cum este HCl). Cu această ocazie se elimină $2n$ atomi de H și n atomi de oxigen. Ulterior folia se întinde la cald și devine anizotropă. Ea este depusă pe un suport de acetat-butirat de celuloză. Dicroismul foliei astfel obținute este determinat de moleculele de polivinilen în care se transformă o parte din moleculele de alcool polivinilic în procesele de deshidratare catalitică.

d. *Polaroizi de tip L*. Au fost realizați de Land. Sînt obținuți din folii anizotrope de alcool polivinili colorate cu diverși coloranți. Sînt inferiori polaroizilor de tipurile *H* și *K*.

e. *Polaroizi de tip M*. Sînt realizați cu microcristale aciforme metalice cum sînt cele de telur.

Polaroizii prezentanți mai sus sînt considerați ca fiind în primă aproximație, neutri pentru domeniul vizibil (au factori de transmisie independenți de λ_0). Sînt cunoscute și diverse tipuri de filtre de polarizare cu factor de transmisie funcție de λ_0 numite polarizori spectrali. Polarizorii spectrali sînt utilizați în special pentru a obține radiații vizibile de diverse culori.

4.4. Acțiunea unui strat de substanță optic activă asupra radiațiilor optice. Schimbarea compoziției spectrale a radiațiilor optice

Să admitem că în sistemul optic prezentat schematic în Fig. 35, în locul stratului de substanță anizotropă se află un strat de substanță optic activă. În aceste condiții, dacă notăm cu β unghiul format de direcțiile de transmisie ale polarizorului și analizorului și cu α unghiul de rotație a planului de polarizare produsă de substanța optic activă, putem exprima intensitatea cîmpului electric transmis de analizor prin formula:

$$e_t = e_i \cos(\beta - \alpha) \tag{537}$$

unde e_i este intensitatea cîmpului electric în vecinătatea suprafeței de separație π_1. În conformitate cu (243)

$$\alpha = \frac{\pi}{\lambda_0}(n_S - n_d)h \tag{538}$$

Ținînd seama de (537) densitatea de flux spectrală transmisă este:

$$\varphi_t(\nu) = \varphi_i(\nu) \cdot \cos^2(\alpha - \beta) \tag{539}$$

Deoarece α este funcție de λ_0 explicit și prin mărimea $(n_s - n_d)$ (dispersie rotatorie), formula (538) arată că sistemul optic luat în considerare schimbă compoziția spectrală a radiațiilor optice. Valorile extreme ale densității de flux spectral transmis sînt determinate de mărimile;

$$[\varphi_i(\nu)]_M = \varphi_i(\nu), \ \cos(\alpha_m - \beta) = \pm 1$$
$$\alpha_m - \beta = m\pi \quad (540)$$

$$[\varphi_i(\nu)]_m = 0, \quad \cos(\alpha_p - \beta) = 0$$
$$\alpha_p - \beta = (2p+1)\frac{\pi}{2} \quad (541)$$

Cu ajutorul relațiilor (539) și (540) pot fi calculate lungimile de undă ale radiațiilor care sînt transmise cu densități de flux maxime și se obține:

$$\lambda_{0m} = \frac{\pi(n_s - n_d)\cdot h}{m\pi - \beta} \quad (542)$$

În conformitate cu (542), dacă β este modificat continuu, lungimile de undă ale radiațiilor care trec prin sistem, cu densitate de flux maximă, variază continuu. Pentru h de valoare mare se pot obține radiații cu spectru canelat.

5. OPTICA GEOMETRICĂ

5.1. Noțiuni de bază

Optica geometrică este un domeniu al opticii în care sînt studiate schimbările de structură geometrică a fasciculelor de radiații optice (produse de interacțiunea acestora cu substanța) și condițiile de formare a imaginilor optice ale corpurilor. În optica geometrică sînt folosite pentru a exprima propagarea radiațiilor noțiunile de rază și de fascicul de raze de radiații optice.

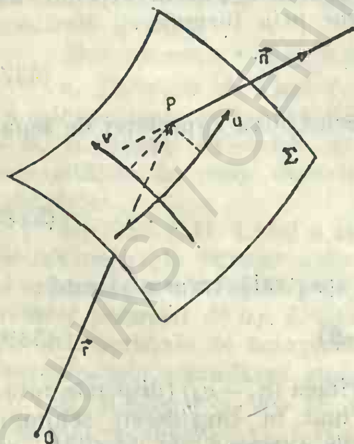


Fig. 36

Structura geometrică a unui fascicul de raze poate fi exprimată prin vectorul de poziție a punctului $P(\vec{r})$ de intersecție a razei cu o suprafață Σ dată prin ecuația:

$$\vec{r} = \vec{r}(u, v) \quad (1)$$

unde u și v sînt coordonate curbilinii pe suprafața Σ (Fig. 36) și un vector

$$\vec{n} = \vec{n}(u, v) \quad (2)$$

care arată direcția razei în punctul $P(\vec{r})$.

În optica geometrică se lucrează cu fascicule care au structuri geometrice determinate de faptul că razele fasciculului sînt toate ortogonale pe o suprafață Σ. Această caracte-

ristică poate fi exprimată prin relația:

$$\vec{n} \cdot d\vec{r} = 0 \qquad (3)$$

Fasciculele de acest gen se numesc *sisteme ortogonale de raze.*

Obiectele sînt surse primare sau secundare (induse) de radiații optice. În aceste condiții din fiecare punct al suprafeței unui obiect sînt emise sau reemise radiații optice în toate direcțiile. Radiațiile emise sau reemise dintr-un punct formează un fascicul omocentric de raze.

Fasciculul omocentric de raze este un sistem ortogonal de raze pe o suprafață sferică cu centrul în focarul fasciculului. Focarul fasciculului fiind punctul comun tuturor razelor fasciculului satisface condiția:

$$d\vec{r} = 0 \qquad (4)$$

Fasciculele emise sau reemise de toate punctele unui obiect poartă informații asupra formei corpului. Cu ajutorul unor sisteme optice, prin intermediul acestor fascicule se poate reconstitui forma obiectelor. Forma obiectului reconstituită prin intermediul fasciculelor de radiații, cu ajutorul unui sistem optic, se numește *imagine optică a obiectului.*

Spațiul în care se află punctele obiect se numește *spațiu obiect.* Spațiul în care se formează imaginea se numește *spațiu imagine.* Dacă focarele fasciculelor obiect (imagine) se află la intersecția razelor, atunci acestea se numesc *puncte obiect (sau imagine) reale.* Dacă punctele obiect (imagine) se află la intersecția prelungirii razelor, atunci ele se numesc *puncte obiect (imagine) virtuale.*

a. *Principiile de bază ale opticii geometrice.* Exprimarea cantitativă a modificărilor în structura geometrică a fasciculelor de radiații poate fi realizată folosind următoarele principii:

α. *În substanțe omogene radiația optică se propagă în linie dreaptă.* Ținînd seama de acest principiu o rază de radiație optică într-o substanță omogenă poate fi exprimată sub forma vectorială prin relația:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + P_0P \frac{\vec{n}}{n} \qquad (5)$$

unde $\vec{r}$ este vectorul de poziție al punctului curent $P(r)$ pe o dreaptă, $\vec{r}_0$ vectorul de poziție al unui punct $P_0(\vec{r}_0)$ dat de pe dreapta, P_0P distanța dintre punctele P_0 și P măsurată pe dreaptă iar $\vec{n}$ un vector de lungime egală cu indicele de refracție n al substanței care determină direcția dreptei exprimată prin ecuația (5).

β. *Legile reflexiei și refracției radiațiilor optice.* În conformitate cu cele arătate în [3.1 (368)] legile reflexiei și refracției pot fi exprimate prin relația

$$\vec{n}_2 - \vec{n}_1 = \Gamma \cdot \vec{N} \qquad (6)$$

În cele ce urmează vom considera versorul $\vec{N}$ al normalei la suprafața de separație orientat spre interiorul substanței de indice de refracție n_2. În aceste condiții înmulțind scalar (6) cu $\vec{N}$ pentru refracție se obține:

$$\Gamma_t = n_2 \cdot \cos i_2 - n_1 \cdot \cos i_1 \qquad (7)$$

iar pentru reflexie (deoarece $n_2 = -n_1$)

$$\Gamma_r = -2 \cdot n_1 \cdot \cos i_1 \tag{8}$$

γ. *Fasciculele care provin din puncte obiect diferite sînt independente.* Independenţa lor este determinată de faptul că ele sînt incoerente şi este exprimată prin regula de însumare a densităţilor de flux care este de forma:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 \tag{9}$$

Există şi alte forme de exprimare a principiilor de bază ale opticii geometrice care vor fi prezentate în paragraful următor.

Un sistem optic este format dintr-un număr determinat de substanţe separate prin suprafeţe de separaţie date. Pentru a exprima o rază de radiaţie optică într-un astfel de sistem sînt necesare cîteva convenţii. În cele ce urmează vom folosi următoarele convenţii:

i. Sensul de propagare a radiaţiilor optice în sisteme optice prezentate schematic în desene este (cînd nu se specifică altfel) de la stînga la dreapta.

ii. Indicii de refracţie ai substanţelor, suprafeţele de separaţie, razele de curbură şi versorii normalelor la suprafeţele de separaţie vor fi notate cu litere cu indici crescători în sensul de propagare a radiaţiei optice.

iii. Poziţiile punctelor vor fi date prin vectori de poziţie care au originea în puncte de pe suprafeţele de separaţie.

b. *Ecuaţia lui Hamilton.* În Fig. 37 este reprezentat schematic un sistem optic format din m substanţe izotrope, omogene şi transparente de indici de refracţie n_j $(j=1, 2, 3, \ldots m)$ separate prin suprafeţele Σ_j $(j=1, 2, 3, \ldots)$. Tot în Fig. 37 este reprezentată o rază care trece prin sistem de la punctul $P(\vec{r})$ la punctul $P'(\vec{r}')$. Porţiunile rectilinii ale acestor raze pot fi exprimate [folosind (5) şi notînd $PI_1 = L_1$, $I_1I_2 = L_2$, $I_2I_3 = L_3$ ....] prin relaţiile:

$$\begin{aligned} \vec{a}_1 - \vec{r} &= \frac{L_1}{n_1}\vec{n}_1 \\ \vec{a}_2 - \vec{a}_1 &= \frac{L_2}{n_2}\vec{n}_2 \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \vec{a}_{m-1} - \vec{a}_{m-2} &= \frac{L_{m-1}}{n_{m-1}}\vec{n}_{m-1} \\ \vec{r}' - \vec{a}_{m-1} &= \frac{L_m}{n_m}\vec{n}_m \end{aligned} \tag{10}$$

unde $\vec{a}_j$ sînt vectorii de poziţie ai punctelor de incidenţă a razei pe suprafeţele de separaţie ale substanţelor.

Schimbările de direcţie determinate de refracţiile din vecinătatea suprafeţelor de separaţie în conformitate cu (6) pot fi exprimate prin relaţiile:

$$\begin{aligned} \vec{n}_2 - \vec{n}_1 &= \Gamma_1 \cdot \vec{N}_1 \\ \vec{n}_3 - \vec{n}_2 &= \Gamma_2 \cdot \vec{N}_2 \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \vec{n}_{m-1} - \vec{n}_{m-2} &= \Gamma_{m-2} \cdot \vec{N}_{m-2} \\ \vec{n}_m - \vec{n}_{m-1} &= \Gamma_{m-1} \cdot \vec{N}_{m-1} \end{aligned} \tag{11}$$

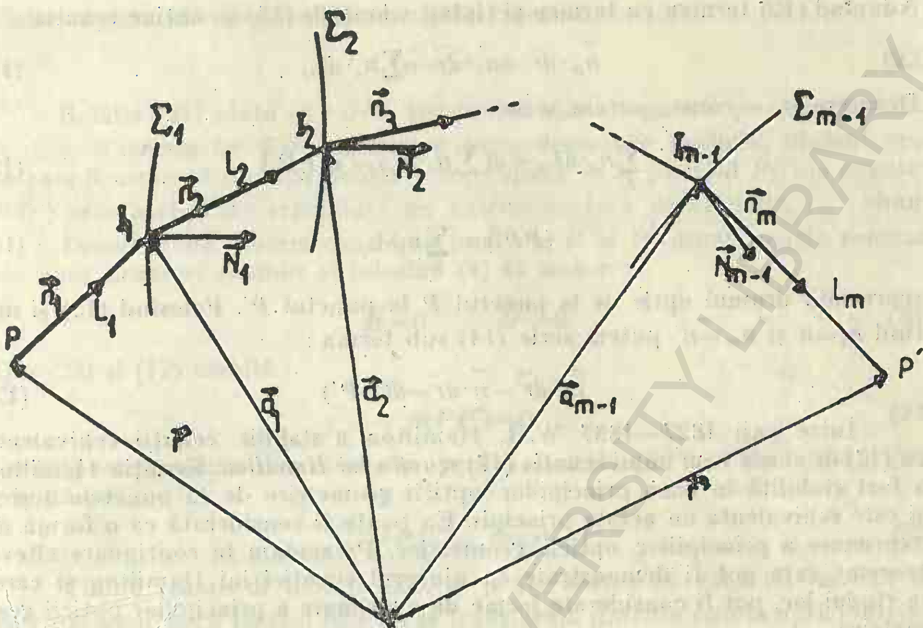


Fig. 37

unde $\vec{N}_j$ sînt versorii normalelor la suprafeţele de separaţie în punctele de incidenţă.

Diferenţiind ecuaţiile (10) şi înmulţind scalar cu $\vec{n}_i$ deoarece $\vec{n}_i \cdot d\vec{n}_i = \frac{1}{2} d(\vec{n}_i \cdot \vec{n}_i) = 1/2 d(n_i^2) = 0$ putem obţine ecuaţiile

$$
\begin{aligned}
&\vec{n}_1 \cdot d\vec{a}_1 - \vec{n}_1 \cdot d\vec{r} = n_1 \cdot dL_1 \\
&\vec{n}_2 \cdot d\vec{a}_2 - \vec{n}_2 \cdot d\vec{a}_1 = n_2 dL_2 \\
&\cdots\cdots\cdots \\
&\vec{n}_{m-1} \cdot d\vec{a}_{m-1} - \vec{n}_{m-1} d\vec{a}_{m-2} = n_{m-1} dL_{m-1} \\
&\vec{n}_m d\vec{r} - \vec{n}_m d\vec{a}_{m-1} = n_m dL_m
\end{aligned}
\tag{12}
$$

Vectorii $d\vec{a}_j$ fiind paraleli cu suprafeţele Σ_j(adică $\vec{N}_j \cdot d\vec{a}_j = 0$) înmulţind (11) scalar cu $d\vec{a}_j$ se obţine:

$$
\begin{aligned}
&\vec{n}_2 \cdot d\vec{a}_1 - \vec{n}_1 \cdot d\vec{a}_1 = 0 \\
&\vec{n}_3 \cdot d\vec{a}_2 - \vec{n}_2 \cdot d\vec{a}_2 = 0 \\
&\cdots\cdots\cdots \\
&\vec{n}_{m-1} \cdot d\vec{a}_{m-2} - \vec{n}_{m-2} \cdot d\vec{a}_{m-2} = 0 \\
&\vec{n}_m \cdot d\vec{a}_{m-1} - \vec{n}_{m-1} d\vec{a}_{m-1} = 0
\end{aligned}
\tag{13}
$$

Adunînd (12) termen cu termen și ținînd seama de (13) se obține ecuația:

$$\vec{n}_m \cdot d\vec{r}' - \vec{n}_1 \cdot d\vec{r} = \sum_j n_j \cdot dL_j \tag{14}$$

Deoarece $n_j =$ const. putem scrie:

$$\sum_j n_j \cdot dL_j = d\left(\sum_j n_j \cdot L_j\right) = d(PP') \tag{15}$$

unde

$$(PP') = \sum_j n_j \cdot L_j \tag{16}$$

reprezintă drumul optic de la punctul P la punctul P'. Folosind (15) și notînd $\vec{n}_1 = \vec{n}$ și $\vec{n}_m = \vec{n}'$ putem scrie (14) sub forma:

$$\vec{n}' \cdot d\vec{r}' - \vec{n} \cdot d\vec{r} = d(PP') \tag{17}$$

Între anii 1827—1837 W.R. Hamilton a stabilit ecuații echivalente cu (17) de aceea vom numi ecuația (17) *ecuația lui Hamilton*. Ecuația Hamilton a fost stabilită în baza principiilor opticii geometrice de la punctele α și β și este echivalentă cu aceste principii. Ea poate fi considerată ca o formă de exprimare a principiilor opticii geometrice. Prezentăm în continuare cîteva teoreme care pot fi demonstrate cu ajutorul ecuației lui Hamilton și care, la rîndul lor, pot fi considerate forme de exprimare a principiilor opticii geometrice.

α. *Teorema lui Hamilton* (1828). Dacă un sistem de raze este ortogonal la suprafața Σ de ecuație $\vec{r} = \vec{r}(u, v)$ și dacă după ce trece printr-un număr dat de substanțe rămîne ortogonal la suprafața Σ' de ecuație $\vec{r}' = \vec{r}'(u', v')$, atunci drumul optic între suprafețele Σ și Σ' pe orice rază este de aceeași valoare.

Demonstrație. Dacă sistemul de raze este ortogonal pe suprafețele Σ și Σ' putem scrie:

$$\vec{n} \cdot d\vec{r} = 0, \qquad \vec{n}' \cdot d\vec{r}' = 0 \tag{18}$$

Luînd în considerare (18) din (17) rezultă:

$$d(PP') = 0, \quad (PP') = \text{const.} \tag{19}$$

β. *Teorema Malus-Dupin*. Un sistem ortogonal de raze după un număr oarecare de reflexii și refracții rămîne sistem ortogonal de raze. Această teoremă a fost demonstrată pe cale geometrică în 1813 de către C. Dupin. Ea a fost demonstrată în 1808 de către E.L. Malus dar în mod eronat a fost considerată ca fiind adevărată pentru un singur proces de reflexie sau refracție.

Demonstrație. Deoarece sistemul de raze este ortogonal pe o suprafață Σ de ecuație $\vec{r} = \vec{r}(u, v)$ putem scrie:

$$\vec{n} \cdot d\vec{r} = 0 \tag{20}$$

Din punct de vedere geometric se poate construi în sistem o suprafață Σ' astfel încît drumurile optice pe orice rază de la Σ la Σ' de ecuație $\vec{r}' = \vec{r}'(u', v')$ să fie egale:

$$(PP') = \text{const.}, \quad d(PP') = 0 \tag{21}$$

Ținînd seama de (20) și (21), din (17) rezultă :

$$\vec{n}' \cdot \vec{dr}' = 0 \tag{22}$$

Relația (21) arată că razele sistemului sînt ortogonale pe suprafața Σ'.

γ. *Teorema lui Fermat.* Dintre toate drumurile posibile, drumul real pe care îl urmează radiația pentru a se propaga de la punctul $P(\vec{r})$ la punctul $P'(\vec{r}')$ este acela care reprezintă un extremum față de celelalte.

Demonstrație. Putem considera punctele P și P' drept puncte comune ale unor drumuri posibile și folosind (4) să scriem :

$$\vec{dr} = 0 \qquad \vec{dr}' = 0 \tag{23}$$

Din (23) și (17) rezultă :

$$d(PP') = 0 \tag{24}$$

Or (24) este condiția de extremum pentru funcția (PP'). Totodată din (24) rezultă :

$$(PP') = \text{const.} \tag{25}$$

Ținînd seama de (23) și (25), se poate afirma că dacă un fascicul de raze omocentric cu focarul în $P(\vec{r})$ se transformă (într-un sistem optic) într-un fascicul omocentric cu focarul în $P'(\vec{r}')$, drumurile optice de la P la P', pe orice rază, sînt egale. Din (24) rezultă că într-o substanță omogenă (n = const.) între două puncte razele sînt rectilinii.

5.2. Dioptrul

Dioptrul este un sistem optic format din două substanțe omogene separate printr-o suprafață dată. În raport cu forma suprafeței de separație deosebim : dioptru plan (suprafața de separație plană), dioptrul sferic (suprafața de separație sferică) etc.

a. *Dioptrul sferic.* Dioptrul sferic este componentul de bază al sistemelor optice. În Fig. 38 este prezentat schematic un dioptru sferic format din substanțe cu indici de refracție n_1 și respectiv n_2 separate prin suprafața sferică Σ_1 de rază de curbură :

$$\vec{R}_1 = R_1 \vec{k} \tag{25}$$

și cu centrul de curbură în C. În (25') $\vec{k}$ este un versor normal la suprafața Σ_1. El indică sensul de propagare a radiației optice.

Dreapta care trece prin centrul de curbură a suprafeței de separație se numește *axă optică a dioptrului*. Punctul V de intersecție a axei optice cu suprafața de separație se numește *vîrful dioptrului*. Un plan care conține axa optică se numește *plan meridian al dioptrului*.

Pentru a determina razele existente în sistem vom folosi punctele de intersecție ale acestora cu planul π_1 și cu planul π_2 ortogonale la axa optică a dioptrului.

În Fig. 38 este reprezentată o rază care trece prin punctele P și P' și prin punctul de incidență I pe suprafața de separație Σ.

În punctul $P(a)$ raza este determinată conform convențiilor (5.1.) prin vectorii:

$$\overleftarrow{a}=\vec{z}+\vec{r}, \quad \vec{z}=-z\vec{k}, \quad \vec{n}_1=\vec{\eta}_1+n_{1z}\cdot\vec{k}, \; n_{1z}=n_1\cdot \cos\sigma_1 \tag{26}$$

Egalitățile (26) sînt scrise conform mărimilor reprezentate în Fig. 38. În (26) $\vec{\eta}_1$ și $n_{1z}\vec{k}$ sînt componentele vectoriale ale vectorului $\vec{n}$ paralele cu planul π_1 și respectiv cu axa optică. În punctul I raza incidentă este determinată prin vectorii:

$$\vec{a}_i=\vec{h}+\Delta z_i\cdot\vec{k}, \; \vec{n}_1 \tag{27}$$

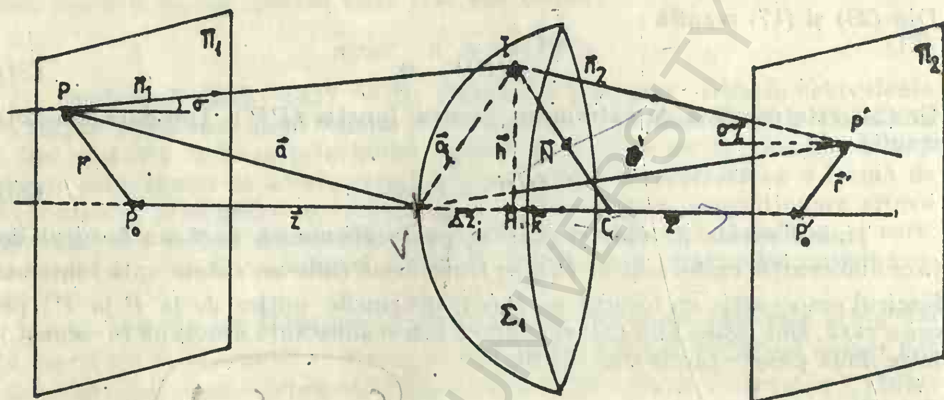


Fig. 38

iar raza refractată prin

$$\vec{a}_i, \; \vec{n}_2=\vec{\eta}_2+n_{2z}\cdot\vec{k}, \quad n_{2z}=n_2\cdot\cos\sigma_2 \tag{28}$$

În punctul $P'(\vec{a}')$ raza refractată este determinată prin vectorii:

$$\vec{a}'=\vec{z}'+\vec{r}' \quad \vec{z}'=z'\vec{k}, \; \vec{n}_2 \tag{29}$$

Folosind (5) putem scrie:

$$\vec{a}'-\vec{a}_i=IP'\frac{\vec{n}_2}{n_2} \tag{30}$$

Înmulțind (30) scalar cu $\vec{k}$ ținînd seama de (28), (29) și de faptul că $r'\cdot k'=0$ și $\vec{h}\cdot\vec{k}=0$ se obține egalitatea:

$$z'-\Delta z_i=IP'\frac{n_{2z}}{n_2} \tag{31}$$

Înmulțind (31) cu $\vec{k}$ și scăzînd din (30) ținînd seama de (28), (29) și (31) se poate obține transformarea liniară:

$$\vec{r}'=\vec{h}+\frac{z'-\Delta z_i}{n_{2z}}\vec{\eta}_2 \tag{32}$$

Faptul că raza IP' în punctele I și P' are aceeași direcție se exprimă prin identitatea:

$$\overleftarrow{n}_2 = \vec{n}_2 \quad \text{sau} \quad \vec{\eta}_2 = \vec{\eta}_2 \tag{33}$$

Egalitățile (32) și (33) arată că mărimile $\vec{r'}$, $\vec{\eta}_2$ care caracterizează raza în punctul P' pot fi determinate în funcție de mărimile $\vec{h}$ și $\vec{\eta}_2$ care determină aceeași rază în punctul I prin transformarea liniară:

$$\begin{aligned} \vec{r'} &= \vec{h} + t_2 \cdot \vec{\eta}_2 \\ \vec{\eta}_2 &= 0 + \vec{\eta}_2 \end{aligned} \tag{34}$$

unde

$$t_2 = \frac{z' - \Delta z_i}{n_{2z}} \tag{35}$$

Transformarea (34) are matricea:

$$T_2 = \begin{pmatrix} 1 & t_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{36}$$

și poate fi scrisă sub forma:

$$\begin{pmatrix} \vec{r'} \\ \vec{\eta}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & t_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{h} \\ \vec{\eta}_2 \end{pmatrix} \tag{37}$$

Transformarea liniară care exprimă propagarea rectilinie a radiației între două puncte se numește *transformare de translație* iar matricea ei *matrice de translație.*

În mod analog pentru translația de la I la P putem obține

$$T_1 = \begin{pmatrix} 1 & t_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{38}$$

$$\begin{pmatrix} \vec{h} \\ \vec{\eta}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & t_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{r} \\ \vec{\eta}_1 \end{pmatrix} \tag{39}$$

unde

$$t_1 = \frac{z + \Delta z_i}{n_{1z}} \tag{40}$$

Schimbarea de direcție a razei în I, conform cu (61), poate fi exprimată prin

$$\vec{n}_2 - \vec{n}_1 = \Gamma \vec{N} \tag{41}$$

unde $\vec{N}$ în I este astfel ales încît dacă I coincide cu V, $\vec{N}$ să coincidă cu $\vec{k}$.

Din figura 38 rezultă:

$$R_1 \cdot \vec{N} = R_1 \cdot \vec{k} - \vec{a}_i \tag{42}$$

Din (42) și (41) se poate obține:

$$\vec{n}_2 - \vec{n}_1 = \Gamma \cdot \left(\vec{k} - \frac{\vec{a}_i}{R_1} \right) \tag{43}$$

Înmulțind (43) scalar cu $\vec{k}$ și ținînd seama de (26), (27) și (28) se obține:

$$n_{2z} - n_{1z} = \Gamma \cdot \left(1 - \frac{\Delta z_i}{R_1}\right) \tag{44}$$

sau

$$\Delta z_i = R_1 \left(1 - \frac{n_{2z} - n_{1z}}{\Gamma}\right) \tag{45}$$

Înmulțind (44) cu $\vec{k}$ și scăzînd termen cu termen din (43) ținînd seama de (26), (27) și (28) se poate obține:

$$\vec{\eta}_2 - \vec{\eta}_1 = -\frac{\Gamma}{R_1}\vec{h} \tag{46}$$

Ținînd seama de faptul că punctul I este comun razelor PI și IP' adică la trecerea de pe o rază pe cealaltă

$$\vec{h} = \vec{h} \tag{47}$$

putem scrie (46) și (47) sub forma:

$$\begin{pmatrix} \vec{h} \\ \vec{\eta}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\varphi_1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{h} \\ \vec{\eta}_1 \end{pmatrix} \tag{48}$$

unde

$$\varphi_1 = \frac{\Gamma}{R_1} \tag{49}$$

Transformarea liniară care exprimă schimbarea de direcție a razei în vecinătatea suprafeței de separație a dioptrului se numește *transformare de refracție în dioptru* iar matricea ei *matrice de refracție*. În conformitate cu (47) matricea de refracție are forma:

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\varphi_1, & 1 \end{pmatrix} \tag{50}$$

Din (37), (47) și (39) se poate obține:

$$\begin{pmatrix} \vec{r}' \\ \vec{\eta}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & t_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\varphi_1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & t_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{r} \\ \vec{\eta}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{r} \\ \vec{\eta}_1 \end{pmatrix} \tag{51}$$

unde

$$D = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & t_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\varphi_1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & t_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{52}$$

Relația (51) arată că mărimile $\vec{r}'$, $\vec{\eta}_2$ care determină raza în punctul $P'(\vec{a}')$ pot fi obținute din mărimile $\vec{r}$, $\vec{\eta}_1$ care determină raza în punctul P cu ajutorul transformării liniare:

$$\begin{aligned} \vec{r}' &= d_{11} \cdot \vec{r} + d_{21} \cdot \vec{\eta}_1 \\ \vec{\eta}_2 &= d_{12} \cdot \vec{r} + d_{22} \cdot \vec{\eta}_1 \end{aligned} \tag{53}$$

Matricea D a acestei transformări se numește matricea dioptrului sferic și elementele ei pot fi determinate din (52) care este de forma:

$$D = T_2 \cdot R \cdot T_1 \qquad (54)$$

Efectuînd operațiile în (51) se obțin formulele:

$$\begin{aligned} d_{11} &= 1 - \varphi_1 \cdot l_2, & d_{12} &= l_1 + l_2 - \varphi_1 \cdot l_1 \cdot l_2, \\ d_{21} &= -\varphi_1, & d_{22} &= 1 - \varphi_1 \cdot l_1 \end{aligned} \qquad (55)$$

Deoarece matricele de translație și de refracție au determinanți de valori egale cu unitatea, ținînd seama de (52) și determinantul matricei dioptrului trebuie să aibă valoarea egală cu unitatea și putem scrie:

$$d_{11} d_{22} - d_{12} d_{21} = 1 \qquad (56)$$

α. Formarea imaginilor în dioptrul sferic. Imaginea optică punct cu punct, a unui obiect, se poate obține numai dacă obiectul emite sau reemite (difuzează) radiațiile optice. Pentru a forma imaginea unui obiect în sistemul optic este necesar să se realizeze prin intermediul fasciculelor de radiații o corespondență biunivocă astfel încît la un punct din spațiul obiect să corespundă numai un punct în spațiul imagine. Cu alte cuvinte, pentru a putea forma imagini corecte, un sistem optic trebuie să aibă proprietatea de a transforma fascicule omocentrice tot în fascicule omocentrice.

Să admitem că punctul $P(\vec{r})$ Fig. 38 este focarul unui fascicul. În aceste condiții $\vec{r}$ este comun tuturor razelor fasciculului în timp ce $\vec{\eta}_1$ diferă de la rază la rază. Dacă dioptrul transformă acest fascicul omocentric tot într-un fascicul omocentric cu focarul în $P'(\vec{r}')$, atunci $\vec{r}'$ din (53) trebuie să fie comun tuturor razelor fasciculului. Dacă acest fapt este realizat trebuie ca $\vec{r}'$ (53) să nu depindă de $\vec{\eta}_1$ sau de alte mărimi (cum sînt σ_1, i_1, i_2, etc.) care diferă de la rază la rază. Aceste condiții sînt realizate în conformitate cu (53) dacă:

$$d_{12} = 0, \qquad d_{11} = M = \text{const.} \qquad (57)$$

Dacă condițiile (57) sînt îndeplinite, din (56) rezultă:

$$d_{22} = \frac{1}{d_{11}} = \frac{1}{M} = \text{const.} \qquad (58)$$

Folosind (55), putem scrie condițiile (57) și (58) sub forma:

$$l_1 + l_2 - \varphi_1 \cdot l_1 \cdot l_2 = 0, \qquad \frac{1}{l_1} + \frac{1}{l_2} = \varphi_1 \qquad (59)$$

$$M = 1 - \varphi_1 \cdot l_2, \qquad \frac{1}{M} = 1 - \varphi_1 \cdot l_1 \qquad (60)$$

Ținînd seama de (7), (26), (28) și (45), putem scrie (40), (36) și (49) sub forma:

$$\begin{aligned} l_1 &= \frac{z + R_1 \left(1 - \dfrac{n_2 \cdot \cos \sigma_2 - n_1 \cdot \cos \sigma_1}{n_2 \cdot \cos i_2 - n_1 \cdot \cos i_1} \right)}{n_1 \cos \sigma_1}, \\ l_2 &= \frac{z' - R_1 \left(1 - \dfrac{n_2 \cdot \cos \sigma_2 - n_1 \cdot \cos \sigma_1}{n_2 \cdot \cos i_2 - n_1 \cdot \cos i_1} \right)}{n_2 \cdot \cos \sigma_2} \end{aligned} \qquad (61)$$

$$\varphi_1 = \frac{n_2 \cdot \cos i_2 - n_1 \cdot \cos i_1}{R_1} \tag{61}$$

După cum rezultă din (61), (60) și (59) deoarece mărimile σ_1, σ_2, i_1 și i_2 într-un fascicul omocentric diferă de la rază la rază condițiile (57) în general nu sînt îndeplinite. Rezultă că în general un dioptru nu transformă un fascicul omocentric tot într-un fascicul omocentric. Este relativ ușor de verificat că în următoarele cazuri condițiile (57) sînt îndeplinite:

i. *Dacă punctul P (Fig. 38) se află în C.* În acest caz:

$z = -R_1, \qquad i_1 = i_2 = 0, \qquad \sigma_2 = \sigma_1$ și în consecință

$$t_1 = -\frac{R_1}{n_1}, \quad t_2 = +\frac{R_1}{n_2}, \quad \varphi_1 = \frac{n_2 - n_1}{R_1}$$
$$z' = R_1, \quad M = \frac{n_1}{n_2} \tag{62}$$

ii. *Dacă punctul P se află pe suprafața de separație.* În acest caz: $z = 0$; $i_1 = \sigma_1$, $i_2 = \sigma_2$ și în consecință:

$$t_1 = 0, \quad t_2 = 0, \quad z' = 0, \quad M = 1 \tag{63}$$

iii. Pentru perechea de puncte:

$$z_w = -\left(1 + \frac{n_2}{n_1}\right) R_1, \qquad z'_w = \left(1 + \frac{n_1}{n_2}\right) R_1$$
$$i_1 = \sigma_2 \qquad i_2 = \sigma_1 \tag{64}$$

În acest caz:

$$t_1 \cdot \varphi_1 = -\frac{n_2^2 - n_1^2}{n_1^2}, \quad t_2 \cdot \varphi_1 = \frac{n_2^2 - n_1^2}{n_2^2}, \quad M = \frac{n_1^2}{n_2^2} \tag{65}$$

Perechea de puncte de pe axa optică de coordonate z'_w, z_w se numesc puncte Weierstrass.

iiii. *Aproximația Gauss.* Dacă, în primă aproximație sînt îndeplinite condițiile

$$\cos i_1 = 1, \quad \cos i_2 = 1, \quad \cos \sigma_1 = 1, \quad \cos \sigma_2 = 1 \tag{66}$$

din (61) rezultă:

$$t_1 = \frac{z}{n_1}, \quad t_2 = \frac{z'}{n_2}, \quad \varphi_1 = \frac{n_2 - n_1}{R_1} \tag{67}$$

Din (67), (59) și (60) rezultă că în măsura în care egalitățile (66) sînt satisfăcute, sînt satisfăcute și condițiile (57) și în consecință dioptrul sferic transformă fasciculele omocentrice tot în fascicule omocentrice.

Aproximația exprimată prin egalitățile (66) este cunoscută sub numele de aproximație Gauss. Aproximația Gauss cere ca fasciculele care participă la formarea imaginilor să fie formate numai din raze care au toate punctele apropiate de axa optică a dioptrului. Fasciculele formate numai din raze cu puncte apropiate de axa optică se numesc fascicule paraxiale. Dacă se

consultă un tabel de funcţii trigonometrice se poate constata că 8° =0,1396 rad iar sin 8° =0,1392, cos 8° =0,9903. Aceste date numerice arată că pentru unghiuri de incidenţă sau de înclinare a razelor faţă de axa optică de valori $\alpha \leqslant 8°$ se pot folosi aproximaţiile $\sin \alpha \simeq \alpha$, $\cos \alpha \simeq 1$ cu erori mai mici de 1%. Dacă sînt îndeplinite (57) putem scrie (53) sub forma :

$$r' = Mr \qquad \vec{\eta}_2 = d_{21}\vec{r} + \frac{1}{M}\vec{\eta}_1 \tag{68}$$

Ţinînd seama de formulele (67) putem scrie în aproximaţia Gauss (59) şi (60) sub forma :

$$\frac{n_1}{z} + \frac{n_2}{z'} = \frac{n_2 - n_1}{R_1} \tag{69}$$

$$M = 1 - \frac{n_2 - n_1}{R_1}\,\frac{z'}{n_2}, \quad M^{-1} = 1 - \frac{n_2 - n_1}{R_1}\,\frac{z}{n_1} \tag{70}$$

Folosind (58) şi (69) putem scrie (70) sub forma :

$$M = \frac{r'}{r} = -\frac{n_1 \cdot z}{n_2 \cdot z} \tag{71}$$

Formulele (71) şi (69) determină coordonatele punctului imagine (r' şi z') în funcţie de coordonatele punctului obiect (r şi z). O pereche de puncte (unul din spaţiul obiect iar celălalt din spaţiul imagine) ale căror coordonate satisfac relaţiile (69) şi (71) se numeşte *pereche de puncte conjugate*. O pereche de plane ortogonale la axa optică (unul în spaţiul obiect iar celălalt în spaţiul imagine), situate la distanţe z respectiv z' de vîrful dioptrului care satisfac relaţia (69) se numesc *plane conjugate* în aproximaţia Gauss.

Planul obiect conjugat cu planul imagine de la infinit se numeşte *plan focal obiect*. Pentru $z' = \infty$ din (9) rezultă :

$$\frac{1}{z_F} = \frac{n_2 - n_1}{n_1}\,\frac{1}{R_1} \tag{72}$$

Distanţa z_F de la vîrful dioptrului pînă la planul focal obiect se numeşte *distanţă focală obiect a dioptrului*. Ea poate fi calculată cu ajutorul formulei (72).

Planul imagine conjugat punct cu punct cu planul obiect de la infinit se numeşte *plan focal imagine*. Pentru $z = \infty$ din (69) rezultă :

$$\frac{1}{z'_{F'}} = \frac{n_2 - n_1}{n_2}\,\frac{1}{R_1} \tag{73}$$

Distanţa $z'_{F'}$, de la vîrful dioptrului pînă la planul focal imagine se numeşte *distanţă focală imagine a dioptrului*. Ea poate fi calculată cu ajutorul formulei (73).

Punctele de intersecţie a planelor focale cu axa optică se numesc focare principale ale dioptrului.

Mărimea M din (68) şi (71) egală numeric cu raportul dintre distanţa r' de la punctul imagine la axa optică a dioptrului şi distanţa r de la punctul obiect la axa optică a dioptrului se numeşte *mărire liniară transversală a dioptrului*. După cum rezultă din (71) mărirea liniară transversală a dioptrului

depinde de distanțele z și z' a punctelor conjugate față de vîrful dioptrului și de indicii de refracție ai substanțelor care formează dioptrul.

β. *Formarea imaginilor în dioptrul plan. Aproximația Gauss.* Pentru dioptrul plan:

$$R_1 = \infty \tag{74}$$

În condiția (74) din (69) și (70) se obține:

$$z' = \frac{n_2}{n_1} z \qquad M = \frac{r'}{r} = 1 \tag{75}$$

Formulele (75) determină complet condițiile de formare a imaginilor în dioptrul plan în aproximația Gauss.

5.3. Oglinzi. Aproximația Gauss

O suprafață de separație a două substanțe în vecinătatea căreia se produce fenomenul de reflexie a radiațiilor optice se numește *oglindă optică*. După formarea suprafeței de separație deosebim: oglinzi sferice, oglinzi plane, oglinzi paraboloidice etc.

a. *Formarea imaginilor în oglinzi sferice.* Există două tipuri de oglinzi sferice: oglinzi sferice concave $\vec{R} = R\vec{k}$ ($R<0$) și oglinzi sferice convexe ($R>0$).

Formulele stabilite în aproximația Gauss pentru determinarea punctelor conjugate în cazul dioptrului sînt bune și în cazul oglinzilor dacă, ținînd seama de (7) și (8) folosim substituția:

$$n_2 = -n_1 \tag{76}$$

În acest caz elementul de matrice (63) al matricei de refracție (reflexie) este determinat prin formula:

$$\varphi_1 = -\frac{2n_1}{R_1} \tag{77}$$

iar formulele (69), (70) și (71) au forma:

$$\frac{1}{z} - \frac{1}{z'} = -\frac{2}{R} \qquad M = 1 - \frac{2}{R_1} z'$$
$$M^{-1} = 1 + \frac{2}{R_1} z, \quad M = \frac{r'}{r} = \frac{z'}{z} \tag{78}$$

Formulele (78) determină complet perechile de puncte conjugate în aproximația Gauss. Așa cum rezultă din (78), distanța focală a oglinzii poate fi determinată cu ajutorul formulelor:

$$\frac{1}{z'_F} = \frac{2}{R_1} \quad \frac{1}{z_F} = -\frac{2}{R_1} \tag{79}$$

b. *Formarea imaginilor în oglinzi plane.* Pentru oglinzi plane

$$R_1 = \infty \tag{80}$$

Ținînd seama de (8$_R$0$_a$, din (79) rezultă:

$$z' = z, \qquad M = 1 \tag{81}$$

În conformitate cu (81) punctele conjugate sînt situate la aceeași distanță de planul oglinzii, pe aceeași normală la planul oglinzii.

c. *Oglinzi paraboloidice de revoluție.* În Fig. 39 este reprezentată schematic o oglindă cu suprafața Σ paraboloid de revoluție. Paraboloidul Σ poate fi definit ca fiind locul geometric al punctelor I egal depărtate de un punct fix $F(O, O, OV)$ și un plan (planul xOy) (Fig. 39). În aceste condiții, oricare ar fi I putem scrie:

$$FI = MI \tag{82}$$

unde $M(x, y)$ este un punct din planul xOy.

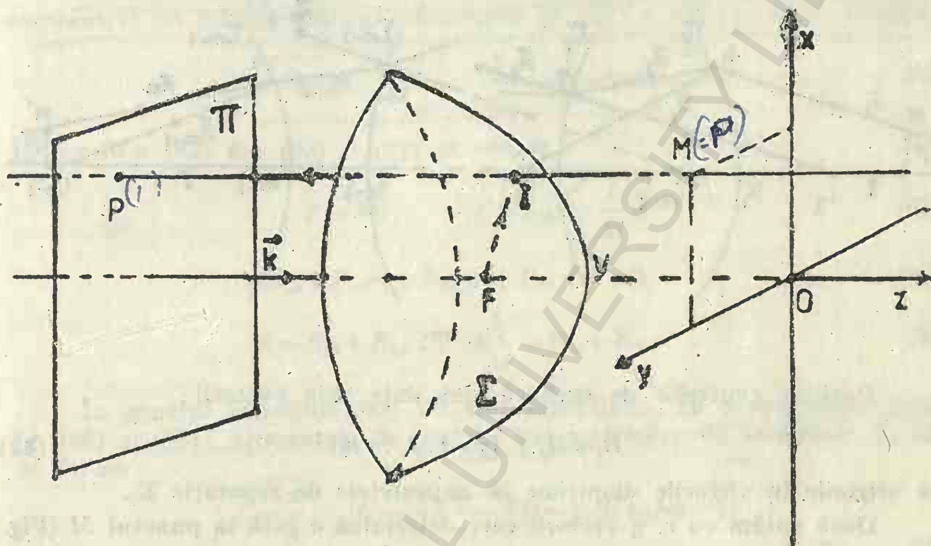


Fig. 39

Un sistem ortogonal de raze cu focarul în F după reflexie pe oglindă, în conformitate cu teorema lui Malus-Dupin rămîne sistem ortogonal de raze pe suprafața π (Fig. 39). Suprafața π poate fi construită în condiția (21) care în cazul de față poate fi scrisă sub forma:

$$n_1 \cdot FI + n_1 \cdot IP = \text{const.} \tag{83}$$

unde P este un punct de pe suprafața π. Ținînd seama de (82) putem scrie (83) sub forma:

$$MI + IP = MP = \text{const.} \tag{84}$$

Relația (84) arată că suprafața π este plană ortogonală la axa Oz. În consecință se poate afirma că oglinda paraboloid de revoluție transformă un fascicul omocentric cu focarul în F într-un fascicul de raze paralele (și invers) în orice condiție.

5.4. Sisteme optice centrate. Aproximația Gauss

a. *Formarea imaginilor în sisteme optice centrate.* Un sistem optic format din dioptri sferici sau dioptri sferici și oglinzi sferice ale căror suprafețe de

separaţie au toate, centrele pe aceeaşi dreaptă se numeşte *sistem optic central*. Dreapta pe care sînt situate centrele de curbură ale suprafeţelor de separaţie ale unui sistem optic centrat se numeşte *axă optică principală*.

Dacă sistemul este format dintr-un număr oarecare de dioptri şi un număr par de oglinzi el se numeşte *sistem optic central dioptric*.

Dacă sistemul este format dintr-un număr oarecare de dioptri şi un număr impar de oglinzi el se numeşte *sistem optic central catoptic*. În Fig. 40 este reprezentat schematic un sistem optic centrat.

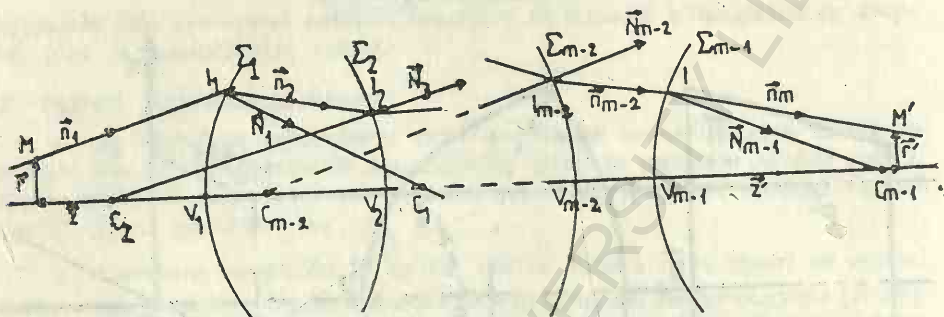


Fig. 40

Poziţiile centrelor de curbură sînt date prin vectorii:

$$\vec{R}_j = R_j \cdot \vec{k} \ (j=1, 2, \dots m) \tag{85}$$

cu originile în vîrfurile dioptrilor pe suprafeţele de separaţie Σ_j.

Dacă notăm cu $\vec{r}$, $\vec{\eta}$ vectorii care determină o rază în punctul M (Fig. 40) şi cu $\vec{r}'$, $\vec{\eta}'$ vectorii care determină aceeaşi rază în punctul M' în conformitate cu cele prezentate în (5.3) analog cu (53) şi (56) putem scrie transformarea liniară:

$$\vec{r}' = S_{11}\vec{r} + S_{12}\vec{\eta}$$
$$\vec{\eta}' = S_{21}\vec{r} + S_{22}\vec{\eta} \tag{85'}$$

pentru care:

$$S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21} = 1 \tag{86}$$

Analog cu (54) matricea transformării (85) poate fi determinată din relaţia:

$$S = T' \cdot R_{m-1} T_{m-1} R_{m-2} T_{m-2} \dots R_2 T_2 \cdot R_1 T \tag{87}$$

Matricea S se numeşte matricea sistemului optic centrat şi, în conformitate cu (87), poate fi scrisă sub forma:

$$S = T' \cdot R_S T \tag{88}$$

unde

$$R_s = R_m T_{m-1} R_{m-2} \dots T_2 R_2 T_1 R_1 \tag{89}$$

se numeşte *matricea de refracţie a sistemului optic central*.

Scriind (88) sub forma:

$$\begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & t' \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & t \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{90}$$

se poate obține:

$$\begin{aligned} S_{11} &= R_{11} + R_{21} \cdot t', \qquad & S_{12} &= R_{12} + R_{11}t + R_{22}t' + R_{21}tt' \\ S_{21} &= R_{21} & S_{22} &= R_{22} + R_{21} \cdot t \end{aligned} \tag{91}$$

Punînd condiția ca sistemul optic centrat să transforme un fascicul omocentric tot într-un fascicul omocentric [v. (57) și (58)] se obțin relațiile:

$$\boxed{S_{12} = 0, \quad S_{11} = \frac{1}{S_{22}} = M = \text{const.}} \tag{92}$$

În condiția (92) din (85) și (91) se obține:

$$r' = Mr, \qquad \vec{\eta}' = S_{21}\vec{r} + \frac{1}{M}\vec{\eta} \tag{93}$$

$$R_{12} + R_{11} \cdot t + R_{22} \cdot t' + R_{21} \cdot t \cdot t' = 0 \tag{94}$$

$$M = R_{11} + R_{21} \cdot t', \qquad \frac{1}{M} = R_{22} + R_{21} \cdot t \tag{95}$$

În general condițiile (92) nu sînt îndeplinite. În aproximația Gauss [v. (66) și (67)], elementele de matrice ale matricilor de translație T_j sînt de forma:

$$\begin{gathered} t' = \frac{z'}{n'}, \qquad t_i = \frac{V_{i+1} - V_i}{n_i} \; (i = 1, 2, \ldots, m-1) \\ t = \frac{z}{n} \end{gathered} \tag{96}$$

unde z' și z determină prin vectorii:

$$\vec{z} = -z \cdot \vec{k}, \qquad \vec{z}' = z' \cdot \vec{k} \tag{97}$$

pozițiile planelor π și respectiv π' (ortogonale) la axa optică principală a sistemului, $V_{i+1} - V_i$ sînt distanțele dintre vîrfurile suprafețelor de separație ale dioptrilor iar n_i indicii de refracție a substanțelor dintre suprafețele de separație.

Elementele de matrice φ_p ale matricilor de refracție sînt de forma:

$$\varphi_p = \frac{n_{p+1} - n_p}{R_p} \; (p = 1, 2, \ldots, m) \tag{98}$$

unde

$$n_m = n', \qquad n_1 = n$$

Ținînd seama de forma elementelor de matrice (96) și (98) și de relațiile (95) și (87) în aproximația Gauss condițiile (93) sînt satisfăcute și sistemul optic centrat transformă fasciculele omocentrice paraxiale tot în fascicule

omocentrice. Ţinînd seama de (96), în aproximaţia Gauss, putem scrie (94) şi (95) sub forma:

$$\frac{R_{12}\cdot nn'}{z\cdot z'}+\frac{n'\cdot R_{11}}{z'}+\frac{n\cdot R_{22}}{z}=-R_{21} \qquad (100)$$

$$M=R_{11}+R_{21}\cdot\frac{z'}{n'},\qquad \frac{1}{M}=R_{22}+R_{21}\frac{z}{n} \qquad (101)$$

Ţinînd seama de (93) relaţiile (100) şi (101) determină complet prin intermediul elementelor de matrice ale matricei de refracţie în sistemul optic centrat condiţiile de formare a imaginilor optice.

b. *Elementele cardinale ale sistemelor optice centrate.* Pentru sisteme optice centrate pot fi definite următoarele elemente caracteristice numite *elemente cardinale ale sistemului optic central.*

α. *Plane principale. Puncte principale.* Planele π_p şi π'_p, conjugate punct cu punct, pentru care mărirea liniară transversală M_p este egală cu unitatea se numesc *plane principale* ale sistemului optic centrat. În conformitate cu (93), pentru planele principale avem:

$$M_p=\frac{r'_p}{r_p}=1 \qquad (102)$$

Punctele P şi P' de intersecţie a planelor principale cu axa optică principală se numesc *puncte principale* ale sistemului optic centrat. Ţinînd seama de (101) şi (97) poziţiile planelor principale sînt date prin vectorii:

$$\vec{z}_p=-z_p\cdot\vec{k}=-\frac{n\cdot(1-R_{22})}{R_{21}}\cdot\vec{k}$$
$$\vec{z}'_p=z'_p\cdot\vec{k}=\frac{n'(1-R_{11})}{R_{21}}\vec{k} \qquad (103)$$

β. *Plane focale. Focare principale. Distanţe focale.* Planele conjugate punct cu punct cu planele de la infinit se numesc *plane focale.*

Planul focal obiect, determinat în condiţia

$$z'=\infty \qquad (104)$$

în conformitate cu (97) şi (100) are poziţia dată prin vectorul:

$$\vec{z}_F=-z_F\cdot\vec{k}=\frac{n\cdot R_{22}}{R_{21}}\vec{k} \qquad (105)$$

Punctul F de intersecţie a planului focal obiect cu axa optică principală se numeşte *focar principal obiect* al sistemului optic centrat.

Distanţa dintre planul principal obiect şi planul focal obiect se numeşte *distanţă focală obiect al sistemului optic central*. Distanţa focală obiect se notează cu f şi în conformitate cu (103) şi (105) este dată prin vectorul:

$$\vec{f}=-f\cdot\vec{k}=\vec{z}_F-\vec{z}_p=\frac{n}{R_{21}}\vec{k} \qquad (106)$$

Planul focal imagine determinat în condiţia:

$$z = \infty \tag{107}$$

în conformitate cu (97) şi (100) are poziţia dată prin vectorul:

$$\vec{z}'_{F'} = z'_{F'} \cdot \vec{k} = -\frac{n' \cdot R_{11}}{R_{21}} \cdot \vec{k} \tag{108}$$

Punctul F' de intersecţie a planului focal imagine cu axa optică principală se numeşte *focar principal imagine al sistemului optic central*. Distanţa dintre planul principal imagine şi planul focal imagine se numeşte *distanţă focală imagine a sistemului optic central*. Distanţa focală imagine se notează cu f' şi în conformitate cu (103) şi (108) este dată prin vectorul:

$$\vec{f}' = f' \cdot \vec{k} = \vec{z}'_{F'} - \vec{z}'_{P'} = -\frac{n'}{R_{21}} \cdot \vec{k} \tag{109}$$

Din (106) şi (109) rezultă:

$$\frac{f'}{f} = \frac{n'}{n} \tag{110}$$

În conformitate cu (110) sistemele optice centrate pentru care $n' = n$ au distanţa focală imagine egală cu distanţa focală obiect.

După distanţele focale, sistemele optice pot fi convergente $f > 0$, $f' > 0$, divergente $f' < 0$, $f < 0$ şi afocale $f = f' = \infty$.

γ. *Puncte nodale.* Pentru caracterizarea sistemului optic centrat este utilizată şi mărimea:

$$M_u = \frac{\operatorname{tg} \sigma'}{\operatorname{tg} \sigma} \tag{111}$$

numită *mărirea unghiulară*. În aproximaţia Gauss (111) poate fi scrisă sub forma:

$$M_u = \frac{\sigma'}{\sigma} \tag{112}$$

Pentru puncte situate pe axa optică principală $r = 0$, $\eta = n \sin \sigma$, $\eta' = n' \sin \sigma'$ şi putem scrie (93) sub forma:

$$nr \sin \sigma = n'r' \sin \sigma' \tag{113}$$

Egalitatea (113) este cunoscută sub numele de condiţia de sinus a lui Abbe. În aproximaţia Gausss din (113), (93), (111) şi (113) rezultă:

$$M \cdot M_u = \frac{n}{n'} \tag{114}$$

Din (92) şi (114) pentru cazurile în care $n' = n$ rezultă:

$$M_u = \frac{1}{M} = S_{22} \tag{115}$$

Punctele conjugate N şi N' situate pe axa optică principală pentru care mărimea unghiulară este egală cu unitatea

$$M_u = \frac{\sigma'}{\sigma} = 1 \qquad (116)$$

se numesc *puncte nodale ale sistemului optic central.*

Din (114) şi (113) rezultă pentru puncte nodale

$$M = \frac{n}{n'} \qquad (117)$$

Ţinînd seama de (101) şi (117) punctul nodal obiect N are poziţia dată prin vectorul:

$$\vec{z}_N = -z_N \cdot \vec{k} = -\frac{n' - n \cdot R_{22}}{R_{21}} \vec{k} \qquad (118)$$

iar punctul nodal imagine N' prin:

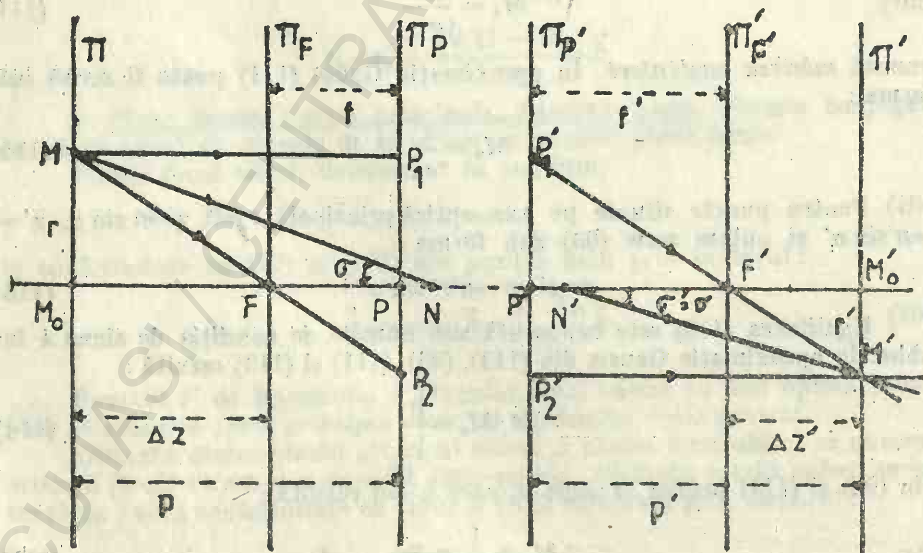
$$\vec{z}'_{N'} = z'_N \cdot \vec{k} = \frac{n - n' \cdot R_{11}}{R_{21}} \vec{k} \qquad (119)$$

Din (103), (118) şi (119) rezultă că dacă:

$$n' = n \qquad (120)$$

punctele principale coincid cu punctele nodale.

c. *Construcţia imaginilor în sisteme optice centrale.* Dacă sînt cunoscute elementele cardinale ale unui sistem optic centrat, atunci se poate construi imaginea unui obiect punctiform. Modul de realizare a construcţiei pentru un punct obiect M situat în afara axei optice principale este ilustrat schematic în Fig. 41.



F41 ig.

Pentru realizarea construcţiei sînt folosite două raze care trec prin punctul obiect şi pentru care pot fi construite cu uşurinţă corespondentele în spaţiul imagine. Aceste raze pot fi:

— O rază paralelă cu axa optică principală. Ea (sau prelungirea ei) intersectează planul principal obiect în punctul P_1. Această rază în spaţiul imagine trebuie să treacă prin focarul principal imagine şi prin punctul P_1' din planul principal imagine care în conformitate cu (102) este situat la distanţa $P'P_1'=PP_1$ de axa optică principală.

— O rază care trece prin focarul obiect F. Această rază intersectează planul principal obiect în punctul P_2. În spaţiul imagine ea trebuie să fie paralelă cu axa optică principală şi să treacă prin punctul P_2' din planul principal imagine situat la distanţa $P'P_2'=PP_2$ de axa optică principală.

— În unele cazuri se poate folosi şi raza PN care trece prin punctul nodal obiect. În spaţiul imagine ea trebuie să treacă prin punctul nodal imagine N' şi să formeze în conformitate cu (115) un unghi $\sigma'=\sigma$ cu axa optică principală.

Intersecţiile acestor raze în spaţiul imagine determină punctul M' care este imaginea punctului M.

Ţinînd seama de egalitatea

$$PP_1=P_1'P'=MM_0=r, \qquad PP_2=P_2'P=M'M_0'=r' \tag{121}$$

şi de notaţiile din Fig. 41, folosind triunghiurile $MM_0F\sim FPP_2$ şi $P'P_1'F'\sim \sim F'M_0'M'$, pot fi obţinute formulele:

$$M=\frac{r'}{r}=\frac{f}{\Delta z}=\frac{\Delta z'}{f'}, \qquad \Delta z\cdot\Delta z'=ff' \tag{122}$$

Formulele (122) exprimă forma lui Newton pentru relaţiile de determinare a punctelor conjugate într-un sistem optic centrat. Din Fig. 41 rezultă:

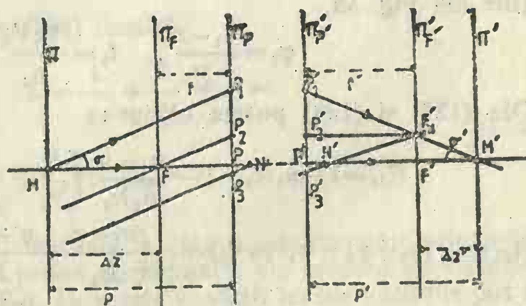
$$\Delta z=p-f, \qquad \Delta z'=p'-f' \tag{123}$$

Din (122), (121) şi (110) putem obţine:

$$\frac{f}{p}+\frac{f'}{p'}=1, \qquad M=\frac{f\cdot p}{f'\cdot p'}=\frac{n\cdot p'}{n'\cdot p} \tag{124}$$

Formulele (124) reprezintă forma lui Gauss a relaţiilor care determină punctele conjugate într-un sistem optic centrat.

În Fig. 42 este prezentată schematic construcţia imaginii unui punct obiect M situat pe axa optică principală a sistemului optic centrat. Construcţia în acest caz este realizată cu o rază care se propagă în lungul axei optice principale şi cu o rază MP_1 luată la întîmplare. Raza MP_1 în spaţiul imagine trebuie să treacă prin punctul P_1' situat în planul prin-


Fig. 42

cipal imagine la distanţa $P'P_1'=P_1P$ de axa optică. Pentru a determina încă un punct prin care trece această rază poate fi folosită una din următoarele raze ajutătoare.

Raza FP_2 paralelă cu MP_1. Această rază în spaţiul imagine trece prin punctul P_2' situat în planul principal imagine la distanţa $P'P_2'=PP_2$ şi este paralelă cu axa optică principală. Ea intersectează planul focal în punctul F_2' la distanţa $F'F_2'=P'P_2'$ de axa optică principală.

Raza P_3N paralelă cu raza MP_1 trece în spaţiul imagine prin punctul N' şi punctul P_3' din planul principal imagine situată la distanţa $PP_3'=PP_3$ de axa optică principală. Această rază intersectează planul focal şi raza $P_2'F_1'$ în punctul F_1'.

Punctul F_1' este un punct prin care trebuie să treacă în spaţiul imagine şi raza PP_1. La intersecţia razei P_1F_1' cu raza care se propagă în lungul axei optice se află punctul M' care este imaginea punctului M.

Din triunghiurile MP_1P şi $P_1'P'M'$ rezultă:

$$p\cdot \operatorname{tg}\sigma=p'\operatorname{tg}\sigma' \tag{125'}$$

Folosind Fig. 42 şi formulele (110) putem obţine:

$$M_u=\frac{\operatorname{tg}\sigma'}{\operatorname{tg}\sigma}=\frac{p}{p'}=\frac{z+f}{z'+f'}=\frac{\Delta z}{f}=\frac{f}{\Delta z'} \tag{126}$$

5.5. Lentile

Un sistem optic centrat format din doi dioptri se numeşte *lentilă*. În Fig. 43 este reprezentată schematic o lentilă.

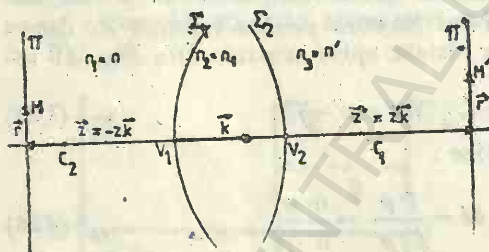


Fig. 43

Matricea de refracţie (89) în lentilă în conformitate cu (96) şi (89) este determinată de egalitatea

$$R_L=\begin{pmatrix}R_{11} & R_{12}\\ R_{21} & R_{22}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -\varphi_2 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & t_1\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ -\varphi_1 & 1\end{pmatrix} \tag{127}$$

unde, în conformitate cu notaţiile din Fig. 43,

$$\varphi_1=\frac{n_1-n}{R_1},\quad t_1=\frac{V_1V_2}{n_1},\quad \varphi_2=\frac{n'-n_1}{R_2} \tag{128}$$

Din (127) şi (128) putem obţine:

$$R_{11}=1-\varphi_1\cdot t_1=1-\frac{n_1-n}{n_1R_1}V_1V_2,\qquad R_{12}=t_1=\frac{V_1V_2}{n_1}$$

$$R_{21}=-(\varphi_1+\varphi_2-\varphi_1\cdot\varphi_2\cdot t_1)=-\left(\frac{n_1-n}{R_1}+\frac{n'-n_1}{R_2}-\frac{(n_1-n)(n'-n_1)}{n_1R_1R_2}V_1V_2\right) \tag{129}$$

$$R_{22}=1-\varphi_2t_1=1-\frac{n'-n_1}{n_1R_2}\cdot V_1V_2$$

După cum rezultă din (129) elementele de matrice ale unei lentile sînt determinate de indicii de refracţie ai substanţelor care formează sistemul, de distanţa între suprafeţele de separaţie şi de razele de curbură ale suprafeţelor de separaţie. Dacă aceste elemente sînt date cu ajutorul formulelor (129) pot fi calculate elementele de matrice ale matricei R_L numeric. În aceste condiţii cu formulele stabilite în (5.4 a şi b) pot fi determinate elementele cardinale ale lentilei şi condiţiile de formare a imaginilor în lentilă în aproximaţia Gauss.

a. *Lentile subţiri*. Dacă suprafeţele de separaţie ale unei lentile au vîrfurile apropiate astfel încît în primă aproximaţie

$$V_1V_2=0 \tag{130}$$

lentila se numeşte *lentilă subţire*.

În condiţia (129) din (128) rezultă:

$$R_{11}=1, \quad R_{12}=0, \quad R_{21}=-\varphi_L=-\frac{n_1-n}{R_1}+\frac{n'-n_1}{R_2} \quad R_{22}=1 \tag{131}$$

Pentru cazurile în care $n'=n$ din (131) rezultă:

$$\varphi_2=(n_1-n)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right) \tag{132}$$

În toate cazurile matricea de refracţie într-o lentilă subţire este de forma:

$$R_L=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -\varphi_L & 1\end{pmatrix} \tag{133}$$

Matricea (131) este la fel cu matricea de refracţie (50) a dioptrului sferic. Ţinînd seama de (131) pentru lentile subţiri din (103), (105), (106) (108), (109), 118) şi (119) rezultă:

$$z_p=z'_p=0, \quad z_F=f=\frac{n}{\varphi_L}, \quad z'_{F'}=f'=\frac{n'}{\varphi_L} \quad z_N=-z'_{N'}=-\frac{n'-n}{\varphi_L} \tag{134}$$

Pentru cazurile în care $n'=n$ din (134) rezultă:

$$z_p=z'_{p'}=0, \quad C=\frac{1}{z_F}=\frac{1}{z'_{F'}}=\frac{1}{f}= =\frac{n_1-n}{n}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right), \quad z_N=z'_{N'}=0 \tag{135}$$

După cum rezultă din (135) în cazul în care $n'=n$ punctele principale coincid cu punctele nodale şi în primă aproximaţie ele coincid cu vîrfurile suprafeţelor de separaţie ale lentilei. În aceste condiţii lentilele subţiri pot fi reprezentate schematic ca în Fig. 44. În Fig. 44 planul lentilei coincide cu planele principale iar punctul O numit *centrul optic al lentilei* este punctul

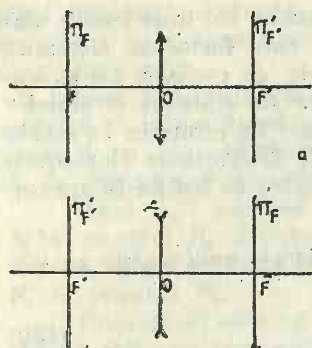


Fig. 44

în care sînt situate punctele principale P și P', și punctele nodale N și N' ale lentilei.

În Fig. 44 π_F și $\pi_{F'}$ sînt planele focale ale lentilei.

Lentilele subţiri sînt de două feluri : convergente Fig. 44 a ($f>0$) și divergente Fig. 44 b ($f<0$) [v. clasificarea din (5.4 b)]. Mărimea C (135) se numește *convergenţa lentilei*. Ea se măsoară în dioptrii. *O dioptrie este convergenţa unei lentile care are distanţa focală de un metru.*

Ţinînd seama de (131) putem scrie (100) și (101) sub forma :

$$\frac{n'}{z'}+\frac{n}{z}=\varphi_L \quad M=1-\varphi_L\cdot\frac{z'}{n'}, \quad \frac{1}{M}=1-\varphi_L\cdot\frac{z}{n} \qquad (136)$$

Formulele (136) determină complet condiţiile de formare a imaginilor în lentile subţiri în aproximaţia Gauss.

5.6. Sisteme optice centrate formate din două lentile subţiri

În Fig. 45 este reprezentat schematic un sistem optic format din două lentile subţiri L_1 și L_2

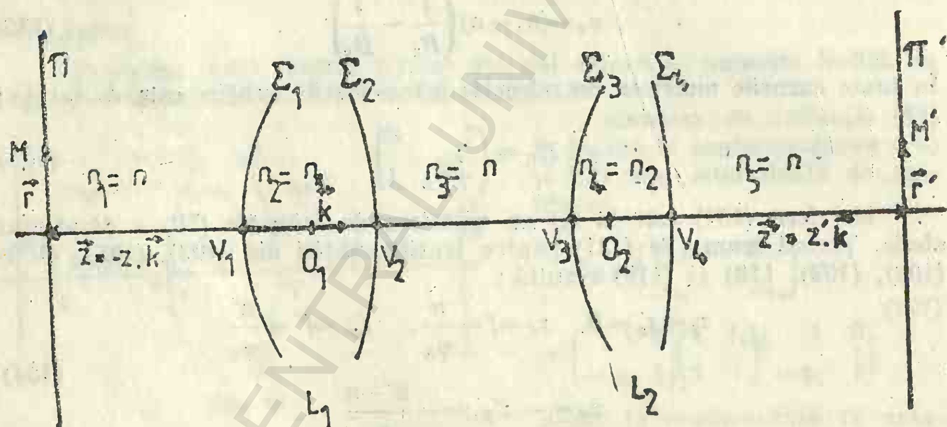


Fig. 45

În acest sistem am notat :

$$n_1=n, \quad n_2=n_1, \quad n_3=n, \quad n_4=n_2, \quad n_5=n \qquad (137)$$

Matricea de refracţie în sistem este dată prin formula :

$$R_s=R_{L_2}\,T R_{L_1} \qquad (138)$$

unde

$$R_{L_2}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -\varphi_{L_2} & 1\end{pmatrix}, \quad T=\begin{pmatrix}1 & \frac{O_1O_2}{n}\\ 0 & 1\end{pmatrix}, \quad R_{L_1}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -\varphi_{L_1} & 1\end{pmatrix} \qquad (139)$$

în (139) în conformitate cu (132)

$$\varphi_{L_1}=(n_1-n)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right), \quad \varphi_{L_2}=(n_2-n)\left(\frac{1}{R_3}-\frac{1}{R_4}\right) \tag{140}$$

Din (136) şi (137) rezultă

$$R_{11}=1-\varphi_{L_1}\cdot\frac{O_1O_2}{n}, \quad R_{12}=\frac{O_1O_2}{n}$$

$$R_{21}=-\left(\varphi_{L_1}+\varphi_{L_2}-\varphi_{L_1}\cdot\varphi_{L_2}\cdot\frac{O_1O_2}{n}\right) \tag{141}$$

$$R_{22}=1-\varphi_{L_2}\cdot\frac{O_1O_2}{n}$$

Folosind (132), putem scrie (139) sub forma:

$$R_{11}=1-\frac{O_1O_2}{f_1}, \quad R_{12}=\frac{O_1O_2}{n}, \quad R_{21}=-n\left(\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}-\frac{O_1O_2}{f_1f_2}\right)$$

$$R_{22}=1-\frac{O_1O_2}{f_2} \tag{142}$$

În conformitate cu (106) şi (109) convergenţa sistemului este:

$$C=\frac{1}{f}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}-\frac{O_1O_2}{f_1f_2} \tag{143}$$

a. *Sistem telescopic format din două lentile subţiri*. Un sistem telescopic format din două lentile subţiri convergente este prezentat schematic în Fig. 46. Deoarece pentru sisteme afocale ($f=\infty$) din (143) rezultă

$$O_1O_2=f_1+f_2 \tag{144}$$

Ţinînd seama de (144), putem scrie (142) sub forma:

$$R_{11}=-\frac{f_2}{f_1}, \quad R_{12}=\frac{f_1+f_2}{n}, \quad R_{21}=0, \quad R_{22}=-\frac{f_1}{f_2} \tag{145}$$

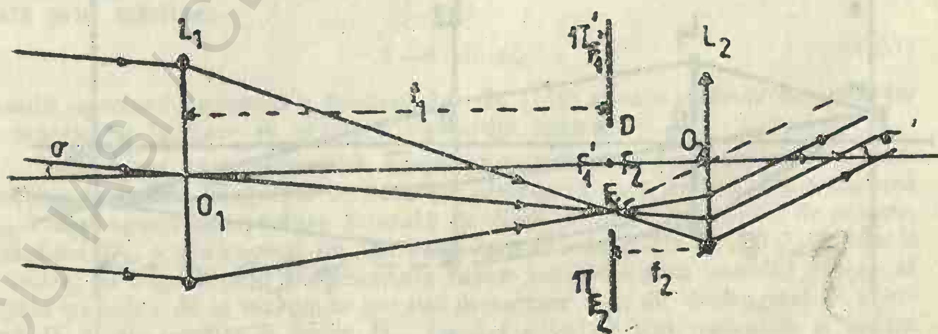


Fig. 46

Deoarece $R_{21}=0$ din (100) rezultă că pentru un plan obiect situat la infinit $z=\infty$ planul imagine este situat tot la infinit $z'=\infty$. Cu alte cuvinte sistemul telescopic transformă un fascicul de raze paralele tot într-un fascicul de raze paralele. Ţinînd seama de (145) din (112) şi (114) se obţine :

$$M_u=\frac{\sigma'}{\sigma}=-\frac{f_1}{f_2} \tag{146}$$

Formula (146) arată că sistemul afocal schimbă unghiul de înclinaţie a fasciculelor de raze paralele faţă de axa optică principală. Pentru puncte obiect situate la infinit în sistemul optic telescopic se formează imagini reale în planul focal imagine a lentilei L_1 (ex. punctul F_x din Fig. 46). Din figură rezultă :

$$F_xF_2=f_1 \operatorname{tg}\sigma \tag{147}$$

Un observator vizual care priveşte prin lentila L_2 poate observa imaginile formate în planul π_{F_2}. În aceste condiţii dacă în planul π_{F_2} se marchează punctul F_2 cu ajutorul unor fire reticulare sistemul poate fi orientat cu axa optică principală pe direcţia unui fascicul de raze paralele. Pentru aceasta se roteşte sistemul pînă cînd focarul F_x al fasciculului coincide cu încrucişarea firelor reticulare care marchează punctul F_2.

Sistemul afocal este folosit frecvent în practică în scopul determinării unei direcţii materializate prin fascicule de raze şi pentru observarea unor obiecte situate la distanţe mari de observator. El este cunoscut sub numele de lunetă. Lentila L_1 a lunetei se numeşte obiectiv iar L_2 ocular.

b. *Sistem optic format dintr-un colimator şi un obiectiv.* În Fig. 47 este reprezentat schematic un sistem optic format din lentilele L_1 şi L_2 şi un ecran *e* situat în planul focal obiect π_{F_1} al lentilei L_1. În ecranul *e* opac se află o porţiune transparentă centrată pe axa optică principală a lentilei L_1.

Pentru punctul M situat în porţiunea transparentă în planul ecranului *e*

$$\vec{z}=-z\cdot\vec{k}=-f_1\cdot\vec{k} \tag{148}$$

ţinînd seama de (148) şi (142) din (100) rezultă :

$$z'=f_2, \qquad \vec{z}'=z'\vec{k}=f_2\cdot\vec{k} \tag{149}$$

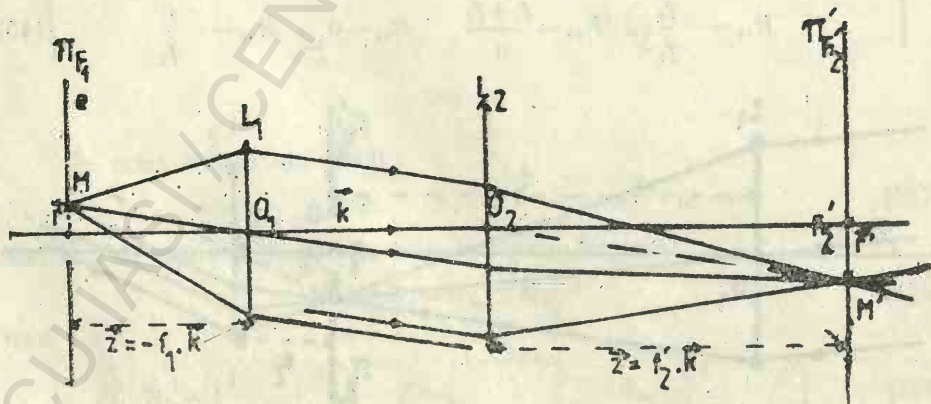


Fig. 47

Formula (149) arată că imaginea punctului M se formează în M' în planul focal imagine a lentilei L_2. Din (149), (142) și (101) rezultă:

$$M = \frac{f_2}{f_1} \tag{150}$$

În aceste condiții, imaginea spațiului transparent se formează în planul focal, imagine a lentilei L_2 și are dimensiunile determinate de dimensiunile spațiului transparent din ecranul e și de mărirea liniară transversală (148). Pentru fiecare punct sursă M în spațiul dintre lentilele L_1 și L_2 se propagă un fascicul de raze paralele.

Prima parte a sistemului formată din ecranul e cu spațiul transparent (care se numește fantă) și lentila L_1 se numește *colimator*. Colimatorul este folosit în laboratoare pentru obținerea fasciculelor de raze paralele. În acest scop se folosește o sursă primară a cărei imagine se formează cu o lentilă pe fanta colimatorului. Lentila L_2 se numește obiectiv. Sistemul este util în experimente de cercetare a efectelor produse asupra fasciculelor de raze paralele de diverse dispozitive optice. Dispozitivul care acționează asupra fasciculelor de raze paralele este plasat între lentilele L_1 și L_2. Acțiunea lui este dedusă din modificări produse în distribuția densităților de flux în planul $\pi'_{F'_2}$.

5.7. Delimitarea fasciculelor de radiații optice în sisteme optice centrate

Un sistem optic transformă fasciculele omocentrice tot în fascicule omocentrice dacă acestea sînt paraxiale. Pentru ca la formarea imaginilor să participe numai fascicule paraxiale în sisteme optice centrate sînt introduse ecrane cu orificii circulare. Aceste ecrane se numesc diafragme. În Fig. 48 este reprezentat schematic un sistem optic centrat cu două diafragme D_c și D_a centrate pe axa optică principală a sistemului.

În raport cu o diafragmă, sistemul optic este împărțit în două și anume: în sistemul parțial anterior diafragmei *SPA* și sistemul parțial posterior diafragmei *SPP*. În Fig. 48 sînt reprezentate și imaginile acestor diafragme formate în *SPA* și *SPP*.

Pentru un punct obiect M, valoarea maximă σ_M a unghiului pe care îl formează o rază a fasciculului cu axa optică principală este determinat de raza diafragmei care delimitează cel mai mult fasciculele. Unghiul σ_M se numește *unghi de apertură*. Extinderea spațială a unui fascicul poate fi exprimată prin mărimea

$$A = n \sin \sigma_M \tag{151}$$

numită *apertură numerică a fasciculului*. În (149) n este indicele de refracție al substanței în care se propagă radiațiile optice.

Diafragma care determină apertura numerică a fasciculelor care participă la formarea imaginilor se numește diafragmă de apertură D_a. Imaginea P_{in} a diafragmei de apertură formată de *SPA* se numește *pupilă de intrare*. Imaginea P_{ie} a diafragmei de apertură formată de *SPP* se numește *pupilă de ieșire*. În Fig. 48 sînt reprezentate razele care trec prin punctul obiect M și prin puncte; de la marginile pupilei de intrare P_{in}, ale diafragmei de apertură D_a și ale pupilei de ieșire P_{ie}. Dacă fasciculele sînt paraxiale și notăm

cu r'_a raza pupilei de intrare, atunci unghiul de apertură a fasciculului cu focarul în M este dat în primă aproximaţie prin formula:

$$\sigma_M = \frac{r'_a}{Ma'} \tag{152}$$

unde Ma' este distanţa de la planul obiect la pupila de intrare. Pentru acelaşi fascicul, unghiul de apertură în spaţiul imagine este

$$\sigma'_{M'} = \frac{r''_a}{M'a''} \tag{153}$$

unde r''_a este raza pupilei de ieşire iar $M'a''$ distanţă de la planul imagine la pupila de ieşire. Dacă un sistem optic centrat are mai multe diafragme (incluzînd şi monturile lentilelor) se determină razele imaginilor lor în *SPA* şi se calculează σ_M din (150). Diafragma de apertură este aceea pentru care σ_M are valoarea cea mai mică.

Diafragma D_c (Fig. 48) delimitează spaţiul în care poate fi situat punctul M pentru ca sistemul optic centrat să poată forma imagine pentru acest punct. Spaţiul în care pot fi situate punctele obiect pentru ca sistemul să poată forma imaginile lor se numeşte *cîmp*. Diafragma D_c se numeşte *diafragmă de cîmp* pentru că ea delimitează acest spaţiu.

Imaginea L_{in} a diafragmei de cîmp formată de *SPA* se numeşte *lucarnă de intrare* iar imaginea L_{ie} a ei formată de *SPP lucarnă de ieşire.*

Dacă punctul obiect M este situat în planul lucarnei de intrare, imaginea lui M'_1 dată de *SPA* se va forma în planul diafragmei de cîmp iar imaginea finală M' în planul lucarnei de ieşire.

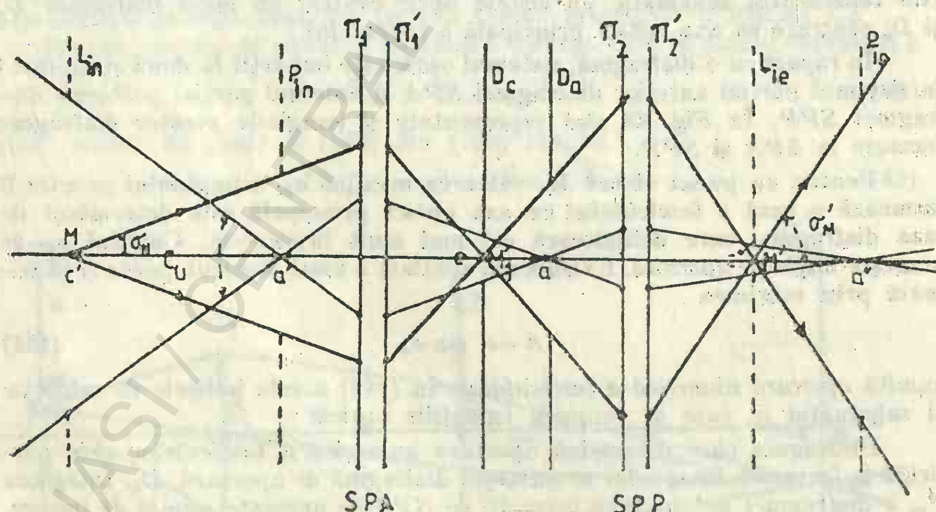


Fig. 48

Dacă punctul M se află la distanţă $r > r'_c$ (r'_c este raza lucarnei de intrare), atunci imaginea lui M'_1 se formează pe ecranul diafragmei de cîmp D_c

care reține radiațiile și sistemul nu formează imagine finală M'. Distanța r_c' maximă la care poate fi situat punctul obiect și pentru care sistemul formează imagine finală se numește *cîmp liniar transversal*.

Pentru puncte situate în planul lucarnei de intrare, cîmpul liniar transversal este dat de raza lucarnei de intrare. Cîmpul, în acest caz, este net delimitat deoarece pentru un punct M situat la distanța $r > r_c'$ de axa optică principală, imaginea M_1' se formează pe ecranul diafragmei de cîmp și sistemul nu formează imagine finală.

Cîmpul mediu este delimitat de razele care trec prin punctele de pe conturul lucarnei de intrare și centrul pupilei de intrare și poate fi redat prin unghiul exprimat în primă aproximație prin formula :

$$c_u = \frac{r_c'}{c'a'} \tag{154}$$

unde r este raza lucarnei de intrare iar $a'c'$ distanța de la lucarna de intrare la pupila de intrare. Mărimea C_u delimitează cimpul sistemului optic centrat și se numește *cîmp unghiular*.

Pentru puncte obiect situate în afara planului lucarnei de intrare, la marginea cîmpului, o parte din fasciculul care trece prin diafragma de cîmp este eliminat de diafragma de apertură. Acest proces se numește *vignetare*. Din cauza vignetării, pentru astfel de puncte cîmpul nu este net delimitat.

5.8. Defectele sistemelor optice centrate

O condiție necesară pentru ca un sistem optic centrat să poată forma imagini ale unor obiecte este ca el să transforme fasciculele omocentrice tot în fascicule omocentrice. Această condiție nu este suficientă. Pentru ca sistemul să reproducă forma obiectului este de asemenea necesar ca pentru obiecte plane ortogonale, la axa optică principală, sistemul să formeze imagini plane ortogonale iar pentru segmente de dreaptă dintr-un astfel de plan obiect să formeze în planul imagine imagini rectilinii, astfel încît pentru fiecare pereche de puncte conjugate să fie îndeplinită condiția :

$$M = \frac{r'}{r} = \text{const} \tag{155}$$

Dacă sistemul optic nu are aceste proprietăți, el se consideră ca avînd defecte optice. Defectele sistemelor optice poartă numele de *aberații optice*.

Aberațiile sistemelor optice au fost studiate și clasificate de către L. Seidel prin anul 1856. El a evidențiat următoarele categorii de aberații optice : a. Aberația de sfericitate ; b. Coma ; c. Astigmatism ; d. Curbura cîmpului ; e. Distorsiuni.

În cele ce urmează vom prezenta pe scurt principalele caracteristici ale diverselor tipuri de aberații optice. În Fig. 49 este prezentat schematic un sistem optic centrat prin pupila de intrare P_{in} și pupila de ieșire P_{ie}. În figură este reprezentat de asemenea un plan obiect π și un plan π' ortogonal la axa optică principală situat în spațiul imagine.

Să luăm în considerare un fascicul omocentric cu focarul în punctul $M(\vec{r}, \vec{z}_a)$ (unde z_a are originea în centrul pupilei de intrare) din planul π. Raza Ma' care trece prin centrul a al pupilei de intrare se numește rază principală

a fasciculului. O rază din spaţiul imagine poate fi determinată prin două puncte, punctul de intersecţie $A'(\vec{\rho})$ a razei cu pupila de ieşire şi punctul $M'(\vec{r}', \vec{z}_a')$ (unde $\vec{z}'_{a''}$ are originea în centrul a'' al pupilei de ieşire P_{ie}). Astfel, raza principală trebuie să treacă prin punctul a'' ($\rho=0$, conjugat cu a') şi intersectează planul π' în punctul $M_0''(\vec{r}_0', \vec{z}'_{a''})$.

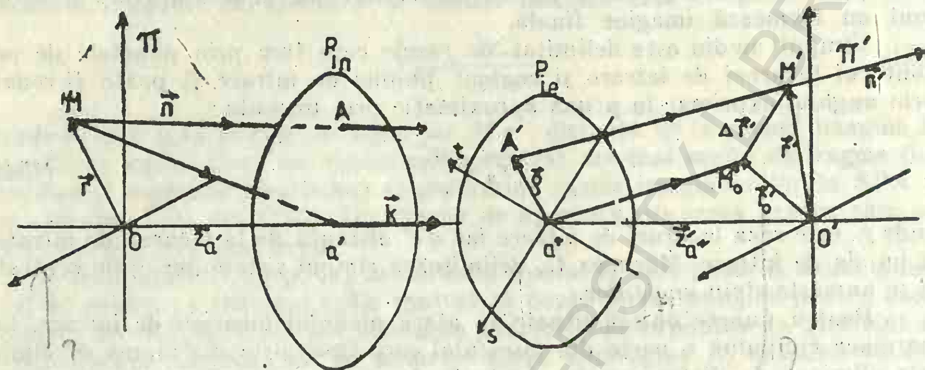


Fig. 49

O rază oarecare MA a fasciculului determinată în punctul M prin mărimile $\vec{r}$, $\vec{n}=n_z\vec{k}+\vec{\eta}$ trece în spaţiul imagine prin punctul A' unde este determinată prin mărimile $\vec{\rho}$ şi $\vec{n}'=n_z'\vec{k}+\vec{\eta}'$ şi prin punctul M' în care este determinată prin mărimile $\vec{r}'$ şi $\vec{n}'$.

Folosind (85), (86) şi (34), putem scrie pentru această rază transformările:

$$\vec{\rho}=S_{11}\vec{r}+S_{12}\vec{\eta}$$
$$\vec{\eta}'=S_{21}\vec{r}+S_{22}\vec{\eta} \qquad (156)$$
$$S_{11}S_{22}-S_{12}S_{21}=1$$

$$\vec{r}'=\vec{\rho}+\frac{z'_{a''}}{\eta_z'}\vec{\eta}$$
$$\vec{\eta}'=0+\vec{\eta} \qquad (157)$$

Prin eliminarea mărimilor $\vec{\eta}$ şi $\vec{\eta}'$ din (155) şi (154), folosind şi (156) se poate obţine relaţia:

$$\vec{r}'=-\frac{z'_{a''}}{n_z'}\cdot\frac{1}{S_{12}}\vec{r}+\left(1+\frac{z'_{a''}}{n_z'}\,\frac{S_{22}}{S_{21}}\right)\cdot\vec{\rho} \qquad (158)$$

Deoarece pentru puncte din planul π avem $\vec{k}\cdot d\vec{r}=0$ iar pentru puncte din planul pupilei de ieşire $\vec{k}\cdot d\vec{\rho}=0$, ecuaţia lui Hamilton (17) pentru punctele M şi A' poate fi scrisă sub forma:

$$\vec{\eta}'\cdot d\vec{\rho}-\vec{\eta}\cdot d\vec{r}=d(M\cdot A')=d\mathcal{L} \qquad (159)$$

Eliminînd $\vec{\eta}'$ şi $\vec{\eta}$ din (156) cu ajutorul relaţiilor (155), (156) şi (157) se poate obţine ecuaţia:

$$d\mathfrak{L} = \frac{1}{2}\frac{S_{11}}{S_{12}}\, d(\vec{r}\cdot\vec{r}) - \frac{1}{S_{12}}\, d(\vec{r}\cdot\vec{\rho}) + \frac{1}{2}\frac{S_{22}}{S_{12}}\, d(\vec{\rho}\cdot\vec{\rho}) \tag{160}$$

Introducînd în (160) variabilele

$$\alpha=\frac{r^2}{r_c^2} \quad \beta=\frac{\vec{\rho}\cdot\vec{r}}{\rho_0\cdot r_c} \quad \gamma=\frac{\rho^2}{\rho_\sigma^2} \tag{161}$$

(unde r_c este valoarea maximă a lui r, iar ρ_0 raza pupilei de ieşire), putem scrie (160) sub forma:

$$d\mathfrak{L}=r_c^2\cdot\frac{S_{11}}{2S_{12}}\,d\alpha-\frac{\rho_0\cdot r_c}{S_{12}}\,d\beta+\rho_0^2\frac{S_{22}}{2S_{12}}\cdot d\gamma \tag{162}$$

Din (162) rezultă:

$$\mathfrak{L}=\mathfrak{L}(\alpha, \beta\cdot\gamma)$$

şi deci putem scrie:

$$d\mathfrak{L}=\frac{\partial\mathfrak{L}}{\partial\alpha}\,d\alpha+\frac{\partial\mathfrak{L}}{\partial\beta}\,d\beta+\frac{\partial\mathfrak{L}}{\partial\gamma}\,d\gamma \tag{163}$$

Identificînd termenii din (162) şi (163), se poate obţine:

$$-\frac{1}{S_{12}}=\frac{1}{\rho_0\cdot r_c}\frac{\partial\mathfrak{L}}{\partial\beta}, \quad \frac{S_{22}}{2S_{12}}=\frac{1}{\rho_0^2}\frac{\partial\mathfrak{L}}{\partial\gamma} \tag{164}$$

Folosind (164), putem scrie (157) sub forma:

$$\vec{r}'=\frac{z'_{a''}}{n'_z}\rho_0\cdot r_c\frac{\partial\mathfrak{L}}{\partial\beta}\vec{r}+\left(1+\frac{z'_{a''}}{n'_z}\frac{1}{\rho_0^2}\frac{\partial\mathfrak{L}}{\partial\gamma}\right)\vec{\rho} \tag{165}$$

Ţinînd seama de (162) şi (164), putem considera:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\rho_0\cdot r_c\cdot n'_z}\frac{\partial\mathfrak{L}}{\partial\beta}&=u(\alpha, \beta, \gamma)\\ \frac{1}{\rho_0^2\cdot n'_z}\frac{\partial\mathfrak{L}}{\partial\gamma}&=v(\alpha, \beta, \gamma)\end{aligned} \tag{166}$$

Deoarece (157);

$$\alpha\leqslant 1, \ \beta\leqslant 1, \ \gamma\leqslant 1 \tag{167}$$

se pot dezvolta mărimile u şi v (166) în serii de puteri sub forma:

$$\begin{aligned} u(\alpha, \beta, \gamma)&=u_{000}+u_{100}\cdot\alpha+u_{010}\cdot\beta+u_{001}\cdot\gamma+u_{110}\cdot\alpha\beta+\\ &+u_{101}\cdot\alpha\gamma+u_{011}\cdot\beta\gamma+u_{200}\cdot\alpha^2+\ldots\\ v(\alpha, \beta, \gamma)&=v_{000}+v_{100}\alpha+v_{010}\beta+v_{001}\gamma+v_{110}\alpha\beta+\ldots\ldots\end{aligned} \tag{168}$$

Aberaţiile optice se clasifică după gradul de aproximare al funcţiilor u şi v. În aberaţia primară, dacă în primă aproximaţie în (168) se păstrează

termenii u_{ijk} și v_{ijk} pentru care $i+j+k=0$ sau 1 secundare dacă $i+j+k=$ $=0, 1, 2$ etc.

În cele ce urmează vom lua în considerare numai aberațiile optice primare. În aceste condiții, folosind (168) și (166), putem scrie (165) sub forma:

$$\vec{r}'=z'_{a''}(u_{000}+u_{100}\alpha+u_{010}\beta+u_{001}\gamma)\vec{r}+[1+z'_{a''}(v_{000}+v_{100}\alpha+v_{010}\beta+v_{001}\gamma)]\vec{\rho} \quad (169)$$

Am obținut astfel o formulă care exprimă vectorul de poziție al punctului de intersecție al unei raze în funcție de poziția planului π' (distanța $z'_{a''}$), poziția focarului M al fasciculului în planul π (vectorul $\vec{r}$) și poziția punctului A' de intersecție a razei cu planul pupilei de ieșire (vectorul $\vec{\rho}$). Pentru raza principală $\vec{\rho}=0$ și din (169), ținînd seama de (160), se obține:

$$\vec{r}'_0=z'_{a''}(u_{000}+u_{100}\alpha)\vec{r} \quad (170)$$

Vectorul $\Delta\vec{r}_1$ care exprimă abaterile punctelor de intersecție a razelor fasciculului cu planul π', față de punctul M'_0 (intersecție a razei principale cu acest plan) ținînd seama de (169) și (170) poate fi exprimat prin formula:

$$\Delta\vec{r}'=\vec{r}'-\vec{r}'_0=z'_{a''}(u_{010}\beta+u_{001}\gamma)\cdot\vec{r}+[1+z'_{a''}(v_{000}+v_{100}\alpha+v_{010}\beta+v_{001}\gamma)\cdot\vec{\rho} \quad (171)$$

În aproximația Gauss, dacă π' este planul conjugat punct cu punct cu planul π, trebuie ca toate razele unui fascicul omocentric cu focarul în M să treacă prin punctul M'_0 prin care trece și raza principală a fasciculului adică pentru toate razele

$$\Delta\vec{r}'=0 \quad (172)$$

și totodată trebuie să avem (93):

$$\frac{r'}{r}=M_g \quad (173)$$

Pentru a realiza condițiile cerute de aproximația Gauss trebuie ca r_c și ρ_0 să aibă valori mici, astfel încît în (166) termenii în r^3, $r^2\rho$, $\rho^2 r$ să fie neglijabili în raport cu termenii în r și ρ. În aceste condiții ținînd seama de (160) și (172) din (169) și (171) se obține:

$$\begin{aligned}\vec{r}'_g&=z'_g u_{000}\,\vec{r}_g+[1+z_{g'}\cdot v_{000})\vec{\rho}\\ \Delta\vec{r}'_g&=0=(1+z'_g\cdot v_{000})\vec{\rho}\end{aligned} \quad (174)$$

Din (174) se poate obține:

$$u_{000}=\frac{1}{z'_g}\frac{r'_g}{r_g}=\frac{1}{z'_g}M_g, \quad v_{000}=-\frac{1}{z'_g} \quad (175)$$

Formulele (172) arată că mărimea u_{000} este determinată de mărimea liniară transversală M_g a sistemului în aproximația Gauss iar mărimea v_{000} este determinată de poziția planului imagine în aproximația Gauss prin mărimea: z'_g.

a. Aberația de sfericitate. Pentru cazurile în care punctul obiect M se află pe axa optică principală a sistemului optic centrat (Fig. 50)

$$\vec{r}=0 \tag{176}$$

și din (170) rezultă:

$$\vec{r}_0=0 \tag{177}$$

În consecință, în astfel de cazuri, raza principală coincide cu axa optică principală a sistemului. În condiția (176), ținînd seama de (160) și (175), din (169) și (171) se obține:

$$\Delta r' = r' = \left(1 - \frac{z'_{a''}}{z'_g}\right)\rho + z'_{g''}\cdot v_{000}\ \frac{\rho^3}{\rho_0^2} \tag{178}$$

Din (178) și Fig. 50 se poate deduce structura fasciculului în spațiul imagine pentru un fascicul omocentric cu focarul obiect în punctul M de pe axa optică principală a sistemului optic centrat reprezentat în Fig. 50 prin planele principale și π_p și $\pi'_{p'}$ și pupila de ieșire P_{ie}.

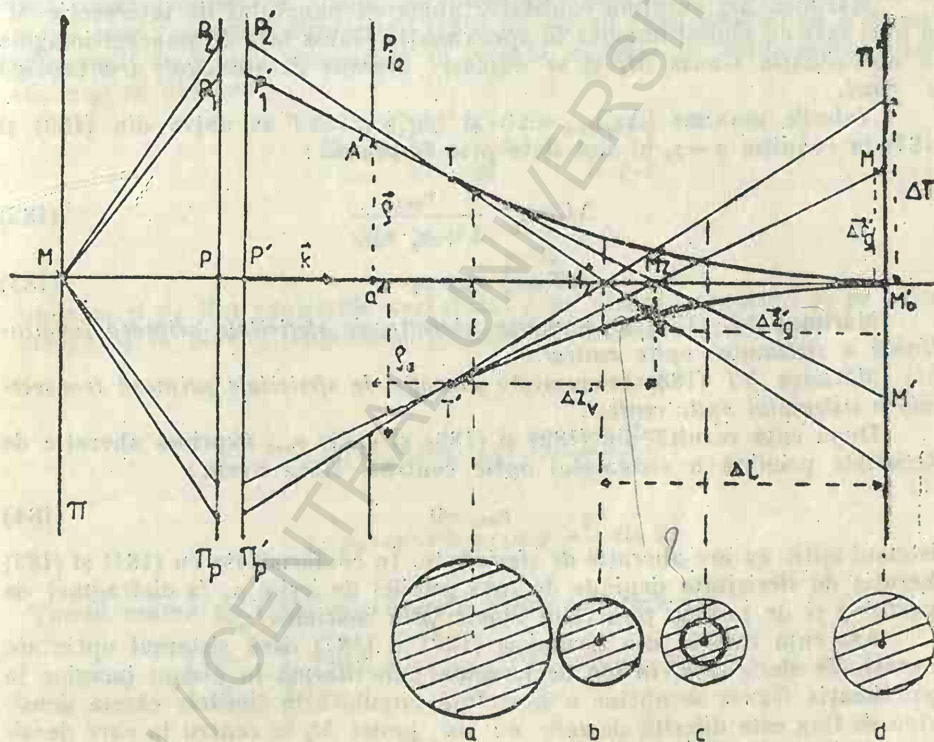


Fig. 50

În conformitate cu (178) o rază $A'M'$ (Fig. 50) intersectează axa optică ($r'=0$) în punctul M'_Z la distanța $\Delta z'_V$ de pupila de ieșire dată prin formula:

$$\Delta z'_V = \frac{z'_g}{1 - z'_g\cdot v_{001}\frac{\rho^2}{\rho_0^2}} \tag{179}$$

Dacă planul π' este planul imagine în aproximația Gauss ($z'_{a''}=z'_g$) şi fixăm poziţia punctului M'_Z prin vectorul $\overrightarrow{M'_0M'_Z}=-\Delta z'_g\cdot\vec{k}$ din (179) şi (178) putem obține:

$$\Delta z'_g=z'_v-z'_g=z'^2_g\frac{v_{001}\dfrac{\rho^2}{\rho_0^2}}{1-z'_g\cdot v_{001}\dfrac{\rho^2}{\rho_0^2}} \tag{180}$$

$$r'_g=z'_g v_{001}\frac{\rho^3}{\rho_0^2} \tag{181}$$

Mărimea $\Delta z'_g$ exprimă cantitativ abaterea punctului de intersecţie al unei raze M'_Z cu axa optică de la punctul imagine în aproximaţia Gauss şi se numeşte *aberaţie de sfericitate longitudinală a razei.*

Mărimea $\Delta r'_9$ exprimă cantitativ abaterea punctului de intersecţie M' al unei raze cu planul imagine în aproximaţia Gauss faţă de punctul imagine în aproximaţia Gauss M'_0 şi se numeşte *aberaţie de sfericitate transversală a razei.*

Valorile maxime $(\Delta z'_g)_{\max}=\Delta L$ şi $(\Delta r'_g)_{\max}=\Delta T$ se obţin din (180) şi (181) în condiţia $\rho=\rho_0$ şi sînt date prin formulele:

$$\Delta L=z'^2_g\cdot\frac{v_{001}}{1+z'_g\cdot v_{001}} \tag{182}$$

$$\Delta T=z'_g\cdot v_{001}\cdot\rho_0 \tag{183}$$

Mărimea ΔL (179) se numeşte *aberaţia de sfericitate primară longitudinală a sistemului optic central.*

Mărimea ΔT (183) se numeşte *aberaţie de sfericitate primară transversală a sistemului optic central.*

După cum rezultă din (182) şi (183) şi (171) v_{001} exprimă aberaţia de sfericitate primară a sistemului optic centrat. Dacă avem:

$$v_{001}=0 \tag{184}$$

sistemul optic nu are aberaţie de sfericitate. În conformitate cu (181) şi (183) aberaţia de sfericitate depinde de raza pupilei de ieşire ρ_0 (a diafragmei de apertură) şi de poziţia punctului obiect prin mărimea $z'_{a''}$.

Aşa cum rezultă din formulele (180) şi (181) dacă sistemul optic are aberaţie de sfericitate, în loc de imagine punctiformă în planul imagine în aproximaţia Gauss se obţine o suprafaţă circulară în limitele căreia densitatea de flux este diferită de zero cu un punct M'_0 în centru în care densitatea de flux este mult mai mare decît în restul suprafeţei. Ca urmare a intersecţiilor razelor fasciculului între ele se formează o suprafaţă de revoluţie în jurul axei optice generată prin curbura TM'_0 şi un segment de dreaptă $M'_zM'_0=\Delta L$ pe axa optică în punctele cărora densităţile de flux sînt mai mari decît în restul spaţiului. Această suprafaţă se numeşte *caustică*. În Fig. 49 sînt reprezentate distribuţiile de densităţi de flux pe suprafeţe plane care intersectează fasciculul la diverse distanţe z'_a de pupila de ieşire (Fig. 49 *a*, *b*, *c*, *d*). Cercurile desenate cu linii îngroşate şi punctele din centrul lor reprezintă intersecţii ale suprafeţei caustice cu aceste suprafeţe plane. Aberaţia

de sfericitate există și pentru punctele obiect situate la diferite distanțe de axa optică principală.

b. *Coma*. Să admitem că punctul obiect M este situat la distanță r mică de axul optic principal, astfel încît în (171) să putem neglija termenii care conțin în factor r^3, $r^2\rho$ față de ceilalți termeni și că sistemul nu are aberație de sfericitate. În aceste condiții (ținînd seama de (182 și 160)) putem scrie (171) sub forma:

$$\Delta r' = z'_{a''} \cdot u_{001} \frac{\rho^2}{\rho_0^2} \vec{r} + \left[1 + z''_a \left(-\frac{1}{z'_g} + v_{010} \frac{\vec{\rho} \cdot \vec{r}}{\rho_0 \cdot r_c}\right)\right] \vec{\rho} \tag{185}$$

Deoarece vectorii $\vec{r}$ și $\vec{\rho}$ sînt ortogonali la axa optică principală relația (185) este echivalentă cu două relații scalare scrise pentru componentele acestor vectori pe două plane de reper meridiane (care conțin axa optică principală) ortogonale între ele. Unul dintre aceste plane poate fi astfel ales încît să conțină punctul obiect M. Planul meridian care conține punctul obiect se numește *plan tangențial*. Proiectînd (185) pe planul tangențial și pe o direcție ortogonală la planul tangențial în planul imagine în aproximația gauss $(z'_{a''} = z'_g)$ se obține:

$$\begin{aligned} \Delta r'_t &= z'_g \left(u_{001} \frac{\rho^2}{\rho_0^2} r + v_{010} \frac{r \cdot \rho_t^2}{r_c \cdot \rho_0}\right) \\ \Delta r'_n &= z'_g \cdot v_{010} \frac{r}{\rho_0 \cdot r_c} \rho_t \cdot \rho_n \end{aligned} \tag{186}$$

unde ρ_t și ρ_n sînt proiecțiile vectorului $\vec{\rho}$ pe planul tangențial și pe planul ortogonal la planul tangențial. În consecință, putem scrie:

$$\rho_t = \rho \cos\varphi, \qquad \rho_n = \rho \sin\varphi \tag{187}$$

$$\begin{aligned} \rho_t^2 &= \rho^2 \cdot \cos^2\varphi = \frac{1 + \cos 2\varphi}{2} \\ \rho_t \cdot \rho_n &= \rho^2 \sin\varphi \cos\varphi = \frac{\rho^2}{2} \sin 2\varphi \end{aligned} \tag{188}$$

Ținînd seama de (188) putem scrie (186) sub forma:

$$\begin{aligned} \Delta r'_t &= z'_g \left(\frac{u_{001}}{\rho_0^2} + \frac{1}{2} \frac{v_{010}}{r_c \cdot \rho_0}\right) \rho^2 \cdot r + z'_g \frac{v_{010}}{2 \cdot r_c \cdot \rho_0} \rho^2 \cdot r \cos 2\varphi = T_0 + R_0 \cos 2\varphi \\ \Delta r'_n &= z'_g \cdot \frac{v_{010}}{2 \cdot \rho_0 \cdot r_c} \rho^2 \cdot r \cdot \sin 2\varphi = R_0 \sin 2\varphi \end{aligned} \tag{189}$$

unde

$$\begin{aligned} T_0 &= z'_g \left(\frac{u_{001}}{\rho_0^2} + \frac{1}{2} \frac{v_{010}}{r_c \cdot \rho_0}\right) \rho^2 \cdot r \\ R_0 &= z'_g \cdot \frac{v_{010}}{2 \cdot \rho_0 \cdot r_c} \rho^2 \cdot r \end{aligned} \tag{190}$$

Din (189) se poate obține ecuația :

$$(\Delta r'_t - T_0)^2 + \Delta r'^2_n = R_0^2 \tag{191}$$

Pentru raza principală $\rho = 0$ și din (170), (175) și (191) se obține :

$$r'_0 = M_y \cdot r, \quad \Delta r'_t = 0, \quad \Delta r'_n = 0 \tag{189}$$

Formulele (190) și (191) arată că pentru r dat razele care intersectează pupila de ieșire în punctele unui cerc de rază ρ (ρ =const) intersectează planul imagine în aproximația Gauss într-un cerc de rază R_0 (190) cu centrul pe dreapta de intersecție a planului tangențial cu planul π', situat la distanța T_0 de punctul M_0 (Fig. 51) care reprezintă imaginea punctelor M în aproximația Gauss. Pentru diverse valori ale lui ρ se obțin diverse astfel de cercuri care acoperă o suprafață cuprinsă între dreptele AM_0 și CM_0 și arcul de cerc ABC. În Fig. 51 sînt reprezentate patru cercuri de acest fel.

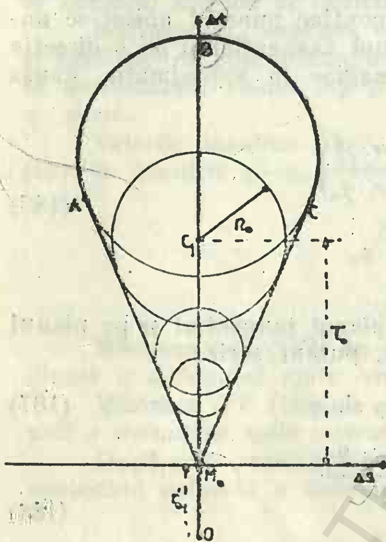


Fig. 51

Defectul optic din cauza căruia un fascicul omocentric cu focarul în planul obiect M este transformat într-un fascicul cu structura exprimată de formulele (190) și ecuația (191) se numește *coma*. Numele acestei aberații optice exprimă forma distribuției de densități de flux produs de fasciculul din spațiul imagine în planul imagine în aproximația Gauss distribuție care, seamănă cu imaginea unei comete.

După cum rezultă din (190) coma este exprimată în (171) prin mărimile u_{001} și v_{010}. În consecință, pentru sisteme optice centrate care nu au aberația optică numită coma

$$u_{001} = 0, \qquad v_{010} = 0 \tag{193}$$

c. *Astigmatism. Curbura cîmpului.*

α) *Astigmatism.* Să admitem că punctul obiect M (Fig. 49) este situat la distanță r mare de axa optică principală a sistemului optic centrat și că fasciculul este îngust (ρ este mic) astfel încît în (171) putem neglija termenii care conțin în factor $r\rho^2$, ρ^2 și ρ^3 în raport cu ceilalți termeni. În aceste condiții, în primă aproximație (ținînd seama de 160), putem scrie (171) sub forma:

$$\Delta \vec{r}' = z'_{a''} u_{010} \frac{\vec{r} \cdot \vec{\rho}}{r_c \cdot \rho_0} \vec{r} + \left[1 + z'_{a''}\left(-\frac{1}{z'_g} + v_{100}\frac{r^2}{2 \cdot r_c^2}\right)\right] \vec{\rho} \tag{194}$$

Planul care conține raza principală și este ortogonal la planul tangențial se numește *plan sagital*. Dacă proiectăm (194) pe planul tangențial și pe o direcție ortogonală cu planul tangențial aflată în planul sagital se obține :

$$\begin{aligned} \Delta r'_t &= \left[z'_{a''} \cdot \frac{u_{010}}{\rho_0 \cdot r_c} \cdot r^2 + 1 + z'_{a''}\left(-\frac{1}{z'_g} + u_{100}\frac{r^2}{r_c^2}\right)\right] \rho_t = t \cdot \rho_t \\ \Delta r'_n &= \left[1 + z'_{a''}\left(-\frac{1}{z'_g} + v_{100}\frac{r^2}{r_c^2}\right)\right] \rho_n = s \cdot \rho_n \end{aligned} \tag{195}$$

unde

$$l=1+\left[\frac{1}{z_g'}+r^2\left(\frac{u_{010}}{\rho_0\cdot r_c}+\frac{u_{100}}{r_c^2}\right)\right]z_{a''}'$$

$$s=1+\left(-\frac{1}{z_g'}+r^2\frac{v_{100}}{r_c^2}\right)z_{a''}' \tag{196}$$

Deoarece $\rho^2=\rho_t^2+\rho_n^2$ din (195) se poate obţine relaţia:

$$\frac{\Delta r_t'^2}{(\rho\cdot l)^2}+\frac{\Delta r_n'^2}{(\rho\cdot s)^2}=1 \tag{197}$$

Relaţia (197) arată că în acest caz abaterile $\Delta r_n'$ şi $\Delta r_t'$ ale punctelor de intersecţie cu planul π' al razelor care intersectează pupila de ieşire în punctele unui cerc de rază ρ (ρ=const.) satisfac ecuaţia unei elipse cu semiaxele de mărime $\rho\cdot l$ şi respectiv $\rho\cdot s$ raportată la dreptele de intersecţie a planului sagital şi tangenţial cu planul π'. Rezultă deci că structura fasciculului, aşa cum este reprezentată schematic în Fig. 52, este evidenţiată prin faptul că secţiunile lui cu un plan π' sînt de formă eliptică.

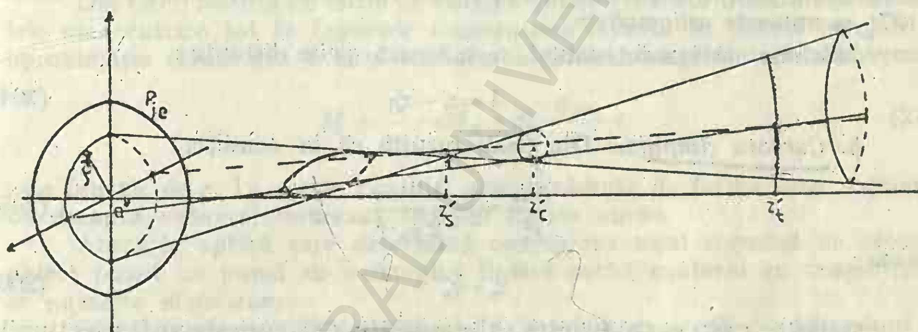


Fig. 52

Dacă planul π' se află la distanţa

$$z_s'=\frac{z_g'}{1-z_g'r^2\frac{u_{010}}{\rho_0\cdot r_c}+\frac{v_{100}}{r_c^2}} \tag{198}$$

de planul pupilei de ieşire, pentru care în (199)

$$l=0 \tag{199}$$

secţiunea fasciculului este un segment liniar situat în planul sagital. Acest segment liniar se numeşte *segment focal sagital*. Dacă planul π' se află faţă de pupila de ieşire la distanţa

$$z_t'=\frac{z_g'}{1-z_g'\cdot r^2\cdot\frac{v_{100}}{r_c^2}} \tag{200}$$

pentru care

$$s=0 \tag{201}$$

secțiunea fasciculului este un segment liniar situat în planul tangențial. Acest segment liniar se numește segment focal tangențial. Segmentele focale sînt ortogonale între ele. În conformitate cu (194) acolo unde este îndeplinită condiția

$$t=\pm s \tag{202}$$

secțiunea fasciculului este circulară. Din (194) în condiția (199) rezultă:

$$z'_c=\frac{z'_g}{1-z_g\left(\frac{1}{2}\frac{u_{010}}{\rho_0 \cdot r_c}+\frac{v_{100}}{r_c^2}\right)r^2} \tag{203}$$

Aberația optică care se manifestă în cazul fasciculelor înguste (ρ de valoare mică) cu focarul obiect situat la distanță mare de axa optică principală (r de valoare mare) și care determină, pentru fasciculul ajuns în spațiul imagine, o structură în care pentru razele care intersectează pupila de ieșire în punctele unui cerc de rază ρ, locurile geometrice ale punctelor de intersecție cu un plan π' ortogonal la axa optică sînt elipse, exprimate prin ecuația (197), se numește *astigmatism*.

Mărimea astigmantismului se măsoară prin distanța:

$$A=z'_t-z'_s \tag{204}$$

β. *Curbura cîmpului*. Din (203) rezultă că în condiția:

$$\frac{v_{100}}{r_c^2}=-\frac{1}{2}\frac{u_{010}}{\rho_0 \cdot r_c} \tag{205}$$

avem:

$$z'_c=z'_g \tag{206}$$

Relațiile (203) și (206) arată că în condiția (205) oricare ar fi r secțiunile fasciculelor cu planul imagine în aproximația Gauss sînt circulare. În aceste condiții fasciculele în spațiul imagine trebuie să fie omocentrice, Într-adevăr în condiția (205) din (196) pentru

$$s=t=0 \text{ și deci } \Delta r'_t=\Delta r'_n=0 \tag{207}$$

se obține:

$$(z'_{a''})_0=\frac{z'_g}{1-z'_g \cdot \frac{u_{010}}{2 \cdot \rho_0 \cdot r_c^2}\, r^2} \tag{208}$$

Din (205) rezultă că pentru fascicule omocentrice cu focarele obiect situate pe un cerc de rază r se obțin fascicule omocentrice cu focarele situate într-un plan la distanța $(z'_{a''})_0$ de pupila de ieșire a sistemului optic centrat.

Deoarece $z'_{a''}$ depinde de r numai pentru obiecte de formă circulară ($r=$ $=$const) locul geometric al acestor puncte sînt cercuri cu centrul pe axa optică. Rezultă că pentru o suprafață obiect plană se obține o suprafață imagine curbă (conjugată punct cu punct cu planul obiect) cu axa de simetrie de revoluție coincidentă cu axa optică principală a sistemului optic centrat.

Aberaţia optică care face ca un plan din spaţiul obiect să fie conjugat punct cu punct cu o suprafaţă curbă cu axa de revoluţie coincidentă cu axa optică a sistemului optic centrat se numeşte *curbura cîmpului*.

Curbura cîmpului poate fi convexă ($u_{010}>0$) sau concavă ($u_{010}<0$).

Astigmatismul poate fi corectat prin alegerea adecvată a suprafeţelor de separaţie a sistemului optic centrat cu aşezarea convenabilă a diafragmei de apertură.

Un sistem optic centrat corectat în privinţa astigmatismului se numeşte *anastigmat*.

c) *Distorsiuni*. Să admitem că un sistem optic centrat este astfel realizat încît nu are aberaţie de sfericitate (182) ($v_{001}=0$), coma (193) ($u_{001}=0$, $v_{010}=0$), astigmatism (208) ($V_{101}=0$) nici curbura cîmpului (203) ($u_{010}=0$). În aceste condiţii ţinînd seama de (160), (175) din (169) şi (171) pentru cazul în care π' este planul imagine în aproximaţia Gauss ($z'_a=z'_g$) se obţine:

$$\Delta r'=0 \tag{209}$$

$$r'=M_g\cdot r+\frac{u_{100}}{r_c^2}\cdot z'_g\cdot r^2 \tag{210}$$

Din (209) rezultă că astfel de sisteme optice centrate transformă fasciculele omocentrice tot în fascicule omocentrice situate în planul imagine în aproximaţia Gauss dar în conformitate cu (210) mărirea liniară transversală

$$M=\frac{r'}{r}=M_g+z'_g\frac{u_{100}}{r_c^2}r \tag{211}$$

este funcţie de r. În aceste condiţii pentru obiecte de forma unor segmente de dreaptă sistemul formează imagini liniare curbe.

Aberaţia optică care determină conjugarea unui segment de dreaptă obiect punct cu punct cu o imagine liniară curbă conform cu relaţia (208) se numeşte *distorsiune*.

Distorsiunile pot fi distorsiuni în butoiaşe ($v_{100}<0$) şi distorsiuni în perniţă ($v_{100}>0$).

5.9. Aberaţie cromatică

Din (91), (96) şi (98) rezultă că elementele de matrice ale unui sistem optic centrat sînt funcţii de indicii de refracţie ai substanţelor din care este format sistemul. Aceste substanţe sînt dispersive. În consecinţă, elementele de matrice ale sistemului sînt în general funcţii de lungimea de undă a radiaţiilor optice care participă la formarea imaginilor. Ca urmare, pentru un obiect dat, sistemul optic centrat va forma tot atîtea imagini cîte componente monocromatice conţine radiaţia emisă sau reemisă de obiect.

Aberaţia optică care are ca efect producerea a tot atîtea raze în spaţiul imagine cîte componente monocromatice se propagă pe o rază obiect se numeşte *aberaţie cromatică*.

Condiţiile ca un sistem optic centrat să nu aibă aberaţie cromatică pot fi exprimate sub forma:

$$\frac{\partial S_{11}}{\partial\lambda}=\frac{\partial S_{12}}{\partial\lambda}=\frac{\partial S_{21}}{\partial\lambda}=\frac{\partial S_{22}}{\partial\lambda}=0 \tag{212}$$

Pentru sisteme optice centrate pentru care $n'=n=1$, în aproximația Gauss, în conformitate cu (91) și (96), condițiile (212) pot fi scrise sub forma:

$$\frac{\partial R_{11}}{\partial \lambda}=\frac{\partial R_{12}}{\partial \lambda}=\frac{\partial R_{21}}{\partial \lambda}=\frac{\partial R_{22}}{\partial \lambda}=0 \tag{213}$$

a. *Aberația cromatică în cazul lentilelor subțiri*. Pentru lentile subțiri, ținînd seama de (138) și (133) (pentru cazurile în care $n=1$) putem scrie:

$$\begin{gathered}\frac{\partial R_{11}}{\partial \lambda}=\frac{\partial R_{12}}{\partial \lambda}=\frac{\partial R_{22}}{\partial \lambda}=0\\ \frac{\partial R_{21}}{\partial \lambda}=-\frac{\partial \varphi_L}{\partial \lambda}=-\frac{\partial n_1}{\partial \lambda}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)\end{gathered} \tag{214}$$

Din (214) rezultă că $\left(\text{deoarece}\ \frac{\partial n_1}{\partial \lambda}\neq 0\right)$ o lentilă subțire are totdeauna aberație cromatică. Scriind variația convergenței sub forma:

$$\Delta C=\frac{\partial C}{\partial \lambda}\cdot\Delta\lambda \tag{215}$$

și folosind (136) putem exprima în primă aproximație variația convergenței sub forma:

$$\Delta C=\Delta n_2\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)=\frac{\Delta n_2}{n_2-1}C \tag{216}$$

În conformitate cu (101) și (211) în cazul lentilelor subțiri, mărirea liniară transversală fiind funcție de lungimea de undă a radiațiilor care participă la formarea imaginilor pentru cazurile în care obiectele emit (reemit) radiații albe, imaginile au marginile colorate.

b. *Aberația cromatică în cazul sistemelor optice centrate formate din două lentile subțiri*. Pentru sistemul optic format din două lentile subțiri cu $n=1$ în conformitate cu (143) putem obține relațiile:

$$\begin{gathered}\frac{\partial R_{11}}{\partial \lambda}=-O_1O_2\frac{\partial C_1}{\partial \lambda},\quad \frac{\partial R_{12}}{\partial \lambda}=0,\\ \frac{\partial R_{21}}{\partial \lambda}=-\left[\frac{\partial C_1}{\partial \lambda}+\frac{\partial C_2}{\partial \lambda}-O_1O_2\left(C_2\frac{\partial C_1}{\partial \lambda}+C_1\frac{\partial C_2}{\partial \lambda}\right)\right]\\ \frac{\partial R_{22}}{\partial \lambda}=-O_1O_2\frac{\partial C_2}{\partial \lambda}\end{gathered} \tag{217}$$

Deoarece în conformitate cu (214)

$$\frac{\partial C_1}{\partial \lambda}\neq 0 \quad \text{și} \quad \frac{\partial C_2}{\partial \lambda}\neq 0 \tag{218}$$

sistemul format din două lentile subțiri are totdeauna aberație cromatică.

Aberația cromatică poate fi micșorată în anumite condiții.

Pentru sisteme formate din două lentile alăturate avem:

$$O_1O_2=0 \tag{219}$$

$$C=C_1+C_2 \tag{220}$$

şi ţinînd seama de (217), condiţia care trebuie să fie îndeplinită pentru ca sistemul să fie acromatic

$$\frac{\partial C_1}{\partial\lambda}+\frac{\partial C_2}{\partial\lambda}=0 \tag{221}$$

Folosind (215) şi (216), putem scrie (221) sub forma:

$$\frac{n_1}{n_1-1}\cdot C_1+\frac{n_2}{n_2-1}\cdot C_2=0 \tag{222}$$

Condiţia (222) nu poate fi satisfăcută pentru orice valoare a lungimii de undă. Dacă alegem lungimile de undă astfel încît

$$\Delta n_1=n_{1F}-n_{1C},\ n_1=n_{1D},\ \Delta n_2=n_{2F}-n_{2C},\ n_2=n_{2D},$$

folosind numărul lui Abbé (2.53 b), putem scrie (218) sub forma:

$$\frac{C_1}{\nu_1}+\frac{C_2}{\nu_2}=0 \tag{223}$$

Din (220) şi (223) se poate obţine:

$$C_1=-\frac{\nu_1}{\nu_2-\nu_1}C,\quad C_2=\frac{\nu_2}{\nu_2-\nu_1}C \tag{224}$$

Formulele (224) arată că, pentru a corecta un sistem de două lentile subţiri alăturate în privinţa aberaţiei cromatice pentru două lungimi de undă (*F* şi *C*, Tabelul IX), trebuie ca una din lentile să fie convergentă iar cealaltă divergentă. Dacă sistemul trebuie să fie convergent $C>0$ atunci se poate lua $C_1>0$ şi $C_2<0$ şi în consecinţă $|C_2|<|C_1|$ iar $\nu_1>\nu_2$. Sistemul corijat pentru două lungimi de undă se numeşte *acromat*.

Se pot realiza sisteme pentru care aberaţia cromatică este eliminată pentru trei lungimi de undă. Ele se numesc *apocromate*. Ele se realizează cu trei lentile subţiri alăturate.

Sistemele optice centrate formate din două lentile subţiri pot fi realizate astfel încît convergenţa lor să nu depindă de lungimea de undă a radiaţiilor optice. În aceste cazuri este suficient să fie îndeplinită condiţia $\frac{\partial R_{21}}{\partial\lambda}=0$ care în conformitate cu (214), (212) şi (213) poate fi scrisă sub forma:

$$\frac{n_1}{n_1-1}C_1+\frac{n_2}{n_2-1}C_2-O_1O_2\left(\frac{n_1}{n_1-1}+\frac{n_2}{n_2-1}\right)C_1C_2=0 \tag{225}$$

Condiţia (225) poate fi îndeplinită pentru toate lungimile de undă dacă lentilele sînt din aceeaşi substanţă. În acest caz, $\frac{n_1}{n_1-1}=\frac{n_2}{n_2-1}$ şi din (225) se obţine:

$$O_1O_2=\frac{C_1+C_2}{C_1 \cdot C_2}=\frac{f_1+f_2}{2} \qquad (226)$$

Formula (226) arată că un sistem cu convergența independentă de lungimea de undă se poate obține cu două lentile confecționate din același sort de sticlă așezate la distanță, una de alta, egală cu semisuma distanțelor focale.

6. PRISME OPTICE

Prisma optică este un sistem format din doi dioptri plani ale căror suprafețe de separație formează un unghi diedru diferit de zero. Unghiul diedru format de suprafețele de separație ale prismei se numește *unghi de refracție al prismei*. Dreapta de intersecție a suprafețelor de separație se numește *muchia prismei*. Suprafața de limitare a prismei pe direcție ortogonală la muchia prismei se numește *baza prismei*. Prisma nu este un sistem optic centrat. Prisma nu transformă un fascicul omocentric tot într-un fascicul omocentric decît atunci cînd condițiile de aproximație Gauss sînt îndeplinite pentru ambii dioptri plani care formează prisma. Din această cauză prisma este folosită aproape exclusiv în fascicule de raze paralele.

6.1. Prisme optice izotrope

Dacă cele trei substanțe transparente care formează prisma sînt izotrope, prisma se numește prismă optică izotropă. În Fig. 53 este reprezentată schematic o prismă printr-o secțiune normală la muchia ei. Indicii de refracție ai substanțelor din care este realizată prisma sînt :

$$n_1=n_3=1, \qquad n_2=n \qquad (227)$$

În Fig. 53 este reprezentat și un fascicul de raze paralele de radiații monocromatice care trece prin prismă. Segmentele I_1A_1 și I_2A_2 exprimă secțiunile fasciculului incident și respectiv emergent. După cum rezultă din Fig. 53 prisma schimbă direcția de propagare a radiației. Unghiul D format între direcția fasciculului incident și direcția fasciculului emergent se numește *unghi de deviație a fasciculului de radiații*.

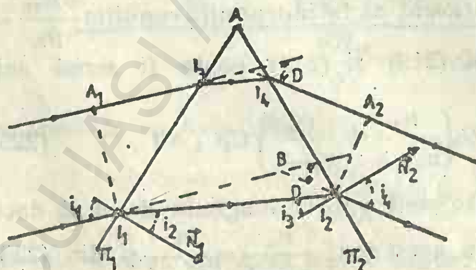


Fig. 53

Din triunghiurile $I_1A\,I_2$ și $I_1\,B\,I_2$ pot fi obținute relațiile :

$$A=i_2+i_3 \qquad (228)$$

$$D=i_1+i_4-A \qquad (229)$$

Folosind legile refracției putem scrie:

$$\sin i_1=n \sin i_2, \qquad n \cdot \sin i_3=\sin i_4 \qquad (230)$$

Din (229) se poate obține egalitatea :

$$n(\sin i_2+\sin i_3)=\sin i_1+\sin i_4 \tag{231}$$

care poate fi scrisă sub forma :

$$n \sin\frac{i_2+i_3}{2}\cos\frac{i_2-i_3}{2}=\sin\frac{i_1+i_4}{2}\cos\frac{i_1-i_4}{2} \tag{232}$$

Folosind (228) putem scrie (231) sub forma :

$$\sin\frac{D+A}{2}=n\sin\frac{A}{2}\,F(i_1) \tag{233}$$

unde :

$$F(i_1)=\frac{\cos\frac{i_2-i_3}{2}}{\cos\frac{i_1-i_4}{2}} \tag{234}$$

Din (233) rezultă că unghiul de deviaţie este funcţie de unghiul de incidenţă a fasciculului. Funcţia (233) are valoarea :

$$F(i_{1m})=1 \tag{235}$$

cînd

$$i_2=i_3=i_{2m} \text{ şi } i_1=i_4=i_{1m} \tag{236}$$

Dacă producem o variaţie oricît de mică a unghiului i_1, pornind de la valoarea i_{1m} putem scrie :

$$i_1=i_{1m}\pm di_1,\ i_2=i_{2m}\pm di_2,\ i_3=i_{2m}\pm di_3.\ i_4=i_{1m}\pm di_4 \tag{237}$$

Diferenţiind (228) şi (230) se poate obţine :

$$\cos i_1\cdot di_1=n\cdot\cos i_2\cdot di_2,\ n\cdot\cos i_3\cdot di_3,=\cos i_a\cdot di_4\ \ di_4+di_3=0 \tag{238}$$

Folosind (237) şi (236) putem scrie (234) sub forma :

$$F(i_{1m}\pm di_1)=\frac{\cos\pm di_2}{\cos\pm[\frac{1}{2}(a_1+a_2)di_2]} \tag{239}$$

unde

$$a_1=\frac{n\cos i_2}{\cos i_1}\qquad a_2=\frac{n\cos i_3}{\cos i_4} \tag{240}$$

În conformitate cu (230), deoarece $n>1$, $i_2<i_1$ şi $i_3<i_4$, din (240) rezultă:

$$a_1>1,\qquad a_2>1,\qquad a_1+a_2>2 \tag{241}$$

Ţinînd seama de (241), din (239) rezultă :

$$F(i_{1m}+di_1)>1 \tag{242}$$

Relaţia (242) arată că (235) este valoarea minimă a funcţiei $F(i_1)$. În consecinţă, (236) sînt condiţiile de obţinere a minimului de deviaţie. În aceste condiţii din (228), (229) şi (233) rezultă :

$$A=2i_{2m},\quad D=2i_{1m}-A,\quad n=\frac{\sin\frac{D_m+A}{2}}{\sin\frac{A}{2}} \tag{243}$$

În măsura în care putem folosi aproximațiile

$$\sin\frac{D_m+A}{2}\simeq\frac{D_m+A}{2},\quad \sin\frac{A}{2}\simeq\frac{A}{2} \tag{244}$$

din (243) se obține:

$$D=(n-1)A \tag{245}$$

Deoarece i_1 și i_4 au valorile maxime $\frac{\pi}{2}$ valoarea maximă a unghiului de deviație în conformitate cu (229) este:

$$D_M=\pi-A \tag{246}$$

Cînd $i_1=i_4=\pi/2$ atunci $i_2=i_3=i_L$ (unde i_L este unghiul limită) și în conformitate cu (226) și (238)

$$A=i_2+i_3\leqslant 2\cdot i_L \tag{247}$$

În consecință, se poate trage concluzia că un fascicul poate trece prin prismă (fără a fi reflectat total în vecinătatea suprafeței π_2) (Fig. 53) numai dacă este îndeplinită inegalitatea (242). Relația (242) este cunoscută sub numele de *condiția de emergență*.

a. *Sisteme optice formate din două prisme izotrope care au muchiile paralele.* În figura 54 a și b sînt reprezentate secțiunile normale a două sisteme formate din cîte două prisme cu muchii paralele. Folosind triunghiul B_1BB_2, din Fig. 54 a se obține:

$$D=D_1+D_2 \tag{248}$$

iar din figura 54 b

$$D=D_1-D_2 \tag{249}$$

Din (244) și (245) rezultă că folosind a doua prismă putem mări (Fig. 54 *a*) sau micșora (Fig. 54 *b*) unghiul de deviație al fasciculului de radiații.

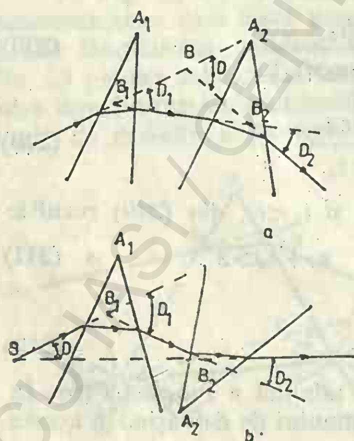


Fig. 54

b. *Dispersia prismei optice.* Deoarece n este funcție de lungimea de undă a radiației derivînd (243), în raport cu λ se obține:

$$\frac{dn}{d\lambda}=\frac{\frac{1}{2}\cos\frac{D_m+A}{2}}{\sin\frac{A}{2}}\frac{dD_m}{d\lambda} \tag{250}$$

Folosind (243), putem scrie (250) sub forma:

$$\frac{dD_m}{d\lambda}=\frac{2\sin\frac{A}{2}}{\sqrt{1-n^2\cdot\sin^2\frac{A}{2}}}\frac{dn}{d\lambda} \tag{251}$$

Mărimea :

$$\frac{dD}{d\lambda} \tag{252}$$

se numeşte *dispersie unghiulară a prismei* şi este numeric egală cu variaţia unghiului de deviaţie corespunzătoare variaţiei lungimii de undă de la valoarea λ la $\lambda+d\lambda$ calculată pentru unitate de interval de lungime de undă. Dispersia unghiulară a prismei este funcţie de lungimea de undă a radiaţiei. Formula (251) exprimă dispersia unghiulară pentru fascicule care trec prin prismă în condiţiile apropiate de condiţiile de minim de deviaţie.

În conformitate cu cele arătate mai sus, prismele pot fi folosite pentru a descompune o radiaţie în componentele ei monocromatice. Dispozitivele care au proprietatea de a descompune radiaţiile în componentele lor monocromatice se numesc *dispozitive dispersive*. De cele mai multe ori dispozitive dispersive sînt utilizate într-un sistem optic format din colimator şi un obiectiv (5.6 *b*), aşa cum este reprezentat schematic în Fig. 55. Prisma este astfel aşezată încît muchia ei să fie paralelă cu fanta F a colimatorului. Un astfel de sistem se numeşte aparat spectral cu prismă. În acest sistem, deoarece prisma nu schimbă structura geometrică a fasciculelor de raze paralele, ca urmare a dependenţei de unghiul de deviaţie de lungimea de undă în planul focal π'_{F_2} imagine a lentilei obiectiv L_2, se formează tot atîtea imagini ale fantei F cîte componente monocromatice conţine radiaţia care iluminează fanta colimatorului. În conformitate cu Fig. 55 distanţa dintre două imagini A şi B poate fi exprimată în primă aproximaţie prin formula :

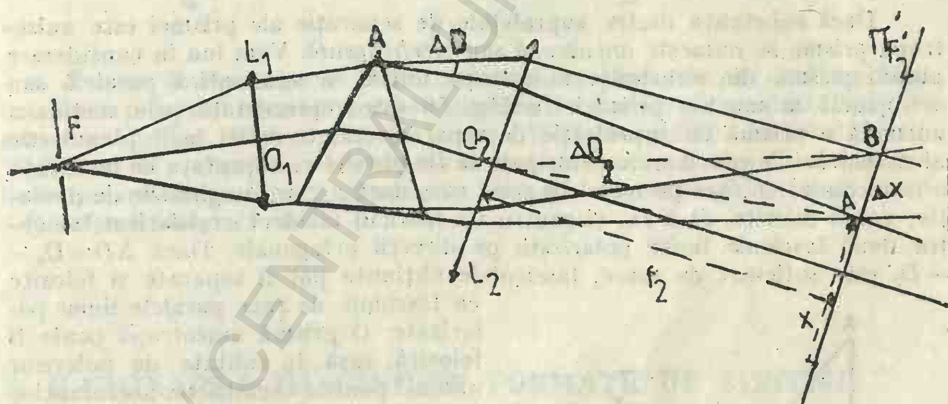


Fig. 55

$$AB = \Delta x = f_2 \cdot \Delta D = f_2 \frac{dD}{d\lambda} \cdot \Delta\lambda \tag{253}$$

Dacă scriem Δx sub forma :

$$\Delta x = \frac{dx}{d\lambda} \Delta\lambda \tag{254}$$

identificînd mărimile cu (253) se poate scrie:

$$\frac{dx}{d\lambda}=f_2\frac{dD}{d\lambda} \tag{255}$$

Formula (253) arată că distanța dintre două imagini corespunzătoare la două radiații monocromatice de lungimi de undă λ și $\lambda+\Delta\lambda$ este determinată în primă aproximație de dispersia unghiulară a prismei și de distanța focală a obiectivului.

Mărimea $\frac{dx}{d\lambda}$ (255) se numește *dispersia liniară a aparatului spectral cu prismă* și este o mărime numeric egală cu distanța dintre două imagini corespunzătoare la două radiații de lungimi de undă λ și $\lambda+d\lambda$ calculată pentru unitate de interval de lungime de undă. Dispersia liniară este funcție de λ.

Formula (254) poate fi folosită pentru a determina lungimile de undă ale unor radiații monocromatice.

În conformitate cu formula (248), dispersia unghiulară și cea liniară pot fi mărite prin folosirea a două sau mai multe prisme în dispozitivul dispersiv al aparatului spectral. Dispersia liniară poate fi mărită și prin folosirea unui obiectiv cu distanța focală mare. (v. 255). Dată fiind forma fantei aparatului spectral și a imaginilor ei din planul π'_{F_2} aceste imagini au primit numele de *linii spectrale*.

6.2. Prisme anizotrope

Dacă substanța dintre suprafețele de separație ale prismei este anizotropă prisma se numește *anizotropă* sau *birefringentă*. Vom lua în considerare numai prisma din substanțe anizotrope uniax cu axa optică paralelă sau ortogonală la muchia prismei. În Fig. 56 este reprezentată prin secțiunea normală o prismă cu suprafețele de separație tăiate astfel încît planul *cOa* al sistemului de coordonate principale să fie paralel cu suprafața de incidență a fasciculului de raze paralele. În acest caz, dacă $n_a>n_c$, unghiurile de deviație, vor fi diferite, $D_a>D_c$, și pentru un fascicul incident nepolarizat, se obțin două fascicule liniar polarizate pe direcții ortogonale. Dacă $\Delta D=D_a-D_c$ este suficient de mare, fasciculele obținute pot fi separate și folosite ca fascicule de raze paralele liniar polarizate. O prismă anizotropă poate fi folosită, însă, în calitate de polarizor numai pentru radiații monocromatice deoarece ea produce descompunerea radiațiilor prin dispersie (v. 251). Pentru a obține fascicule de radiații liniar polarizate se realizează sisteme birefringente formate din două prisme.

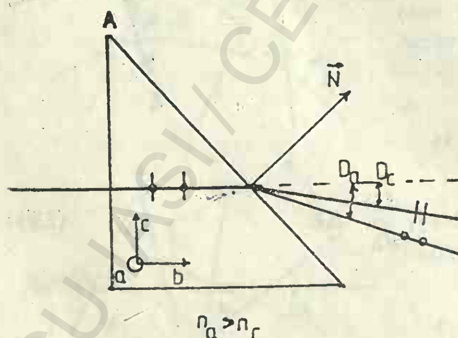


Fig. 56

În figura 57 sînt prezentate schematic, prin secțiuni normale, două astfel de sisteme birefringente.

Primul sistem realizat în 1801 de A.N. de Rochon îi poartă numele.

Ținînd seama de orientările sistemelor de axe de coordonate principale reprezentate în figura 57 *a* în acest caz fasciculul de radiații, care are intensitatea cîmpului electric paralelă cu planul figurii, trece nedeviat iar fasciculul care are intensitatea cîmpului electric ortogonală pe planul figurii are unghiul de deviație $D_{\perp}$.

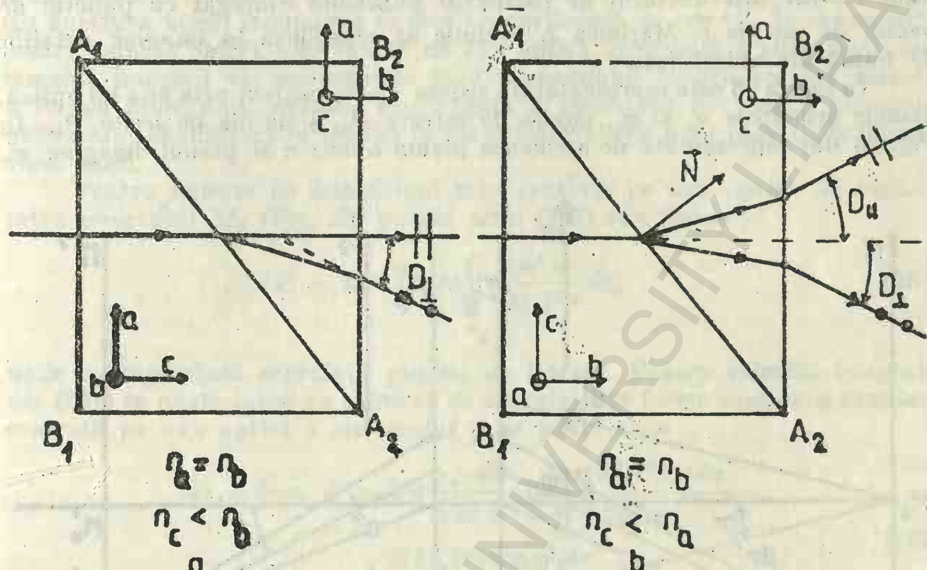


Fig. 57

Prisma de Rochon este utilizată în special cînd este de dorit un fascicul liniar polarizat să aibă aceeași direcție cu fasciculul incident. Sistemul prezentat în Fig. 57 *b* se numește *prismă Wollaston* (1820). În cazul prismei Wollaston $D_{11}=D_{\perp}$. Ea este utilizată atunci cînd sînt necesare două fascicule liniar polarizate pe direcții ortogonale care să formeze unghiuri egale cu direcția fasciculului incident.

7. ILUMINAREA IMAGINILOR FORMATE DE SISTEME OPTICE CENTRATE

Suprafețele obiectelor sînt surse primare sau secundare de radiații optice. În consecință, în conformitate cu [3.4 (662)], ele pot fi caracterizate prin luminanță spectrală.

$$L=L(\nu, \vec{r}) \tag{256}$$

unde $\vec{r}$ este vectorul de poziție al punctului obiect în vecinătatea căruia luminanța este L. Luminanța spectrală prin distribuția valorilor pe suprafața

obiectului exprimă detalii de formă ale obiectelor. Imaginea obiectelor formată de un sistem optic centrat poate fi caracterizată la rîndul ei prin luminanța spectrală

$$L' = L'(\nu, \vec{r}') \tag{257}$$

unde $\vec{r}' = M\vec{r}$ este vectorul de poziție al punctului conjugat cu punctul de vector de poziție $\vec{r}$. Mărimea L' trebuie să reproducă în imagine detaliile de formă ale obiectului.

În figura 58 este reprezentat un sistem optic centrat prin axa lui optică, planele principale π_p și π'_p, pupila de intrare P_{in} și pupila de ieșire P_{ie}. În Fig. 58 sînt reprezentate de asemenea planul obiect π și planul imagine π'.

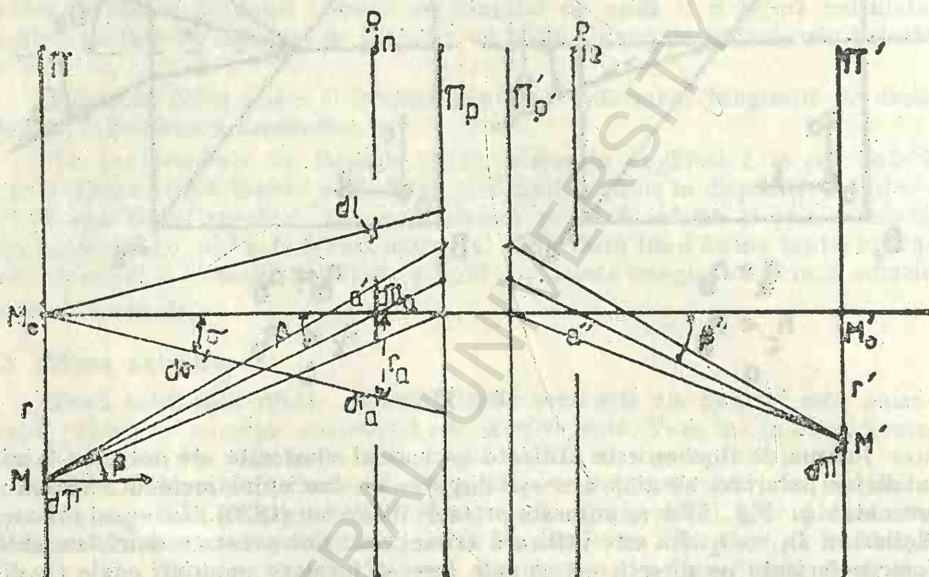


Fig. 58

Folosind pentru elementul $d\pi$ de suprafață al obiectului formula [3.4 (665)], putem exprima fluxul elementar prin elementul de suprafață $d\pi_a$ din pupila de intrare sub forma :

$$d^2\varnothing = dI \cdot d\Omega = L(\nu, \vec{r}) \frac{\cos^2 \beta \cdot d\pi \cdot d\pi_a}{(M, a')^2} \tag{258}$$

unde β este unghiul format de raza principală a fasciculului cu axa optică principală. Din triunghiul MM_0a' rezultă :

$$(M, a')^2 = \frac{(M_0 a')}{\cos^2 \beta} \tag{259}$$

Folosind [3.4 (652) și (657)] (259) și (258), putem exprima iluminarea imaginii în vecinătatea punctului M' sub forma :

$$dE'(\nu, \vec{r}') = \frac{d^2\varnothing'}{d\pi'} = \frac{T(\nu)d^2\varnothing}{d\pi'} = T(\nu)\cdot L(\nu, \vec{r})\frac{d\pi_a d\pi}{(M_0a')^2\cdot d\pi'}\cos^4\beta \qquad (260)$$

unde $T(\nu)$ este factorul de transmisie al sistemului optic. Formula (260) arată că dacă imaginea este formată prin intermediul unor fascicule înguste (cu apertură mică) iluminarea ei este proporţională cu cos $^4\beta$. În consecinţă, pentru puncte obiect îndepărtate de axa optică principală a sistemului, iluminarea imaginii va descreşte în mod inacceptabil pentru redarea corectă a formei obiectului. Această dependenţă a iluminării de poziţia punctelor obiect este dăunătoare în special în cazul fotografierii unor obiecte de dimensiuni mari.

Pentru obiecte de dimensiuni mici centrate pe axa optică (în vecinătatea punctului M_0 (Fig. 58) putem scrie (258) sub forma:

$$d\varnothing = L(\nu, \vec{r})\cdot d\pi\int\limits_{\pi_a}\frac{\cos^2\sigma}{(M_0P)^2}d\pi_a \qquad (261)$$

unde π_a reprezintă suprafaţa pupilei de intrare. Pentru calculul integralei din (261) se poate folosi un element de suprafaţă de forma unei zone circulare centrată pe axa optică a sistemului şi se poate scrie:

$$d\pi_a = 2\cdot\pi r_a\cdot dr_a = 2\cdot\pi\cdot\frac{r_a\cdot dl}{\cos\sigma} = \frac{2\cdot\pi(M_0P)r_a\cdot d\sigma}{\cos\sigma} = \frac{2(M_0P')^2\sin\sigma\cdot d\sigma}{\cos\sigma} \qquad (262)$$

Din (261) ţinînd seama de (262) se poate obţine:

$$d\varnothing = L(\nu, \vec{r})d\pi\cdot 2\pi\int\limits_0^{\sigma_0}\sin\sigma\cdot\cos\sigma\cdot d\sigma = \pi\cdot L(\vec{,}\ \nu, v)d\pi\cdot\sin^2\sigma_0 \qquad (263)$$

unde σ_0 este unghiul de apertură determinat de pupila de intrare a sistemului optic centrat. Dacă considerăm că imaginea joacă rol de obiect analog cu (259) putem scrie:

$$d\varnothing' = \pi\cdot L'(\nu, \vec{r}')d\pi'\cdot\sin^2\sigma_0' \qquad (264)$$

Folosind egalitatea $d\varnothing' = T(\nu)\cdot d\varnothing$, din (260) şi (259) se poate obţine:

$$L'(\nu, \vec{r}') = T(\nu)\cdot L(\nu, \vec{r})\cdot\frac{\sin^2\sigma_0}{\sin^2\sigma_0'}\frac{d\pi}{d\pi'} \qquad (265)$$

Pentru sisteme pentru care este îndeplinită condiţia de sinus a lui Abbe [5.4 (113)] putem scrie (261) sub forma:

$$L'(\nu, \vec{r}') = T(\nu)L(\nu, \vec{r})\left(\frac{n'}{n}\right)^2 \qquad (266)$$

Formula (262) arată că deoarece $T(\nu)<1$ pentru $n'=n$ avem totodeauna $L'<L$. După cum rezultă din (264) luminanţele pentru fiecare pereche de puncte conjugate sînt direct proporţionale.

8. DETECTAREA RADIAȚIILOR OPTICE

8.1. Noțiuni de bază

Prezența radiațiilor optice poate fi stabilită numai prin efectele pe care le produc în substanță. Există diverse efecte pe care le pot produce interacțiunile dintre radiații și substanță. Astfel existența presiunii radiațiilor optice arată capacitatea lor de a produce efecte mecanice, existența efectului fotoelectric evidențiază capacitatea radiațiilor de a produce efecte electrice, senzația de căldură produsă la nivelul pielii și modificarea indicațiilor unui termometru evidențiază capacitatea radiațiilor de a produce efecte termice. Radiațiile optice au de asemenea capacitatea de a produce modificări în structura moleculelor, adică de a produce efecte chimice. Unele radiații pot produce efecte psiho-fizice cum sînt senzațiile vizuale. Toate aceste efecte pot indica cantitativ prezența radiațiilor optice. Orice sistem care este capabil să indice cantitativ prezența radiațiilor optice se numește *detector* sau *receptor de radiații optice*.

În detectoare de radiații optice are loc transformarea energiei radiante în alte forme de energie care pot fi puse în evidență prin modificările unor parametri ai sistemului detector. Astfel, dacă în sistemul detector energia radiantă se transformă în energie termică, se produce o variație de temperatură care poate fi măsurată. În cazul transformării energiei radiante în energie termică pot varia și alți parametri ai sistemului. Astfel, se poate produce o variație a rezistenței electrice, se poate produce o tensiune termoelectrică, variația presiunii unui gaz etc. Energia radiantă se poate transforma direct în energie electrică prin efect fotoelectric. Efectele chimice ale radiației pot fi măsurate prin cantitatea de substanță care se transformă dintr-o formă în alta.

În principiu un dispozitiv care măsoară fluxul sau densitatea de flux de energie radiantă are părțile componente prezentate schematic în Fig. 59.

În această figură S reprezintă sursa de radiații, π_p și π'_p, planele principale ale unui sistem optic centrat, L_{in} lucarna de intrare, L_{ie} lucarna de ieșire, P_{in} pupila de intrare, EFS elementul fotosensibil, Td un traductor. În EFS se transformă energia radiantă în altă formă de energie. Traductorul Td transformă purtătorul de informații referitoare la valoarea fluxului de energia radiantă. Deoarece purtătorul de informații cel mai convenabil este curentul electric, de cele mai multe ori traductorul este astfel ales, încît în final purtătorul de informații să fie curentul electric. În astfel de cazuri amplificatorul A este de curent sau de tensiune electrică.

a. *Sensibilitatea spectrală a receptoarelor de radiații optice*. Un dispozitiv detector poate măsura fluxul de energie radiantă dacă stabilește o relație de forma:

$$\Delta\mathcal{J}(\nu) = S(\nu)\cdot\Delta\varnothing(\nu) \tag{267}$$

În (267) $\Delta\mathcal{J}(\nu)$ exprimă indicațiile aparatului de măsură iar $\Delta\varnothing(\nu)$ valoarea fluxului energetic spectral care acționează la nivelul elementului fotosensibil. Din (262) rezultă:

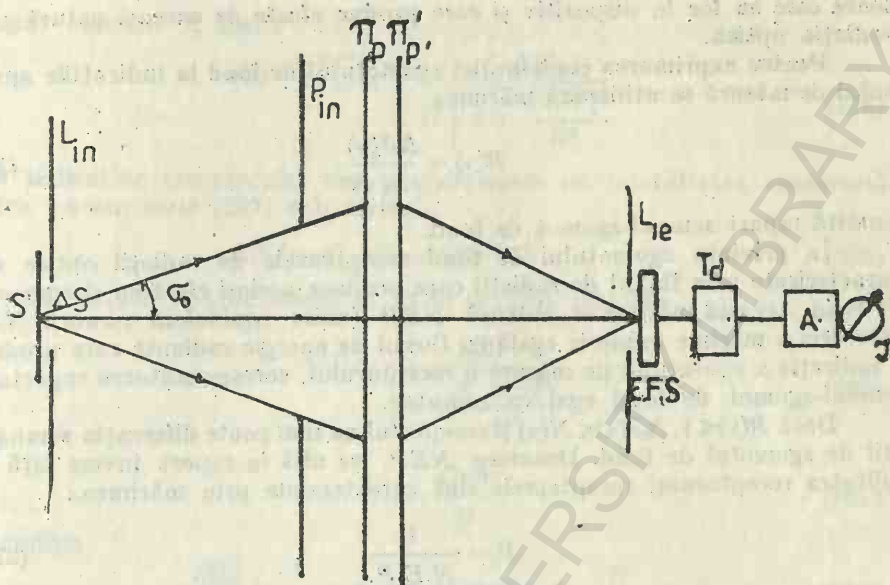


Fig. 59

$$S(\nu)=\frac{\Delta\mathcal{J}(\nu)}{\Delta\varnothing(\nu)} \tag{268}$$

Mărimea $S(\nu)$ se numeşte *sensibilitate spectrală a receptorului de radiaţii optice.* În conformitate cu (268), *sensibilitatea spectrală este o mărime numeric egală cu variaţia indicaţiei aparatului de măsură a receptorului produsă de o variaţie a fluxului energetic spectral cu unitatea de flux.* Unitatea de măsură a mărimii $S(\nu)$ este $(W/H_z)^{-1}$. Adesea în locul sensibilităţii spectrale pentru caracterizarea detectorului se foloseşte sensibilitatea spectrală relativă :

$$S_r(\nu)=\frac{S(\nu)}{S_M} \tag{269}$$

unde S_M este valoarea maximă a lui $S(\nu)$. După sensibilitatea lor spectrală receptoarele de radiaţii optice se împart în două categorii :

— receptoare neutre pentru care

$$S(\nu)=\text{const.} \tag{270}$$

— receptoare selective pentru care :

$$S=S(\nu) \tag{271}$$

b. *Zgomotul de fond al receptoarelor de radiaţii optice.* Toate receptoarele de radiaţii optice, în lipsa acţiunii radiaţiilor optice asupra elementului fotosensibil dau o indicaţie $\Delta\mathcal{J}_z(\nu)$. Această indicaţie este produsă de zgomotul de fond al dispozitivului receptor. Zgomotul de fond $N(\nu)$ este determinat de variaţii aleatoare ale parametrului de măsură produse de procese întîmplă-

toare care au loc în dispozitiv și care produc efecte de aceeași natură ca și radiația optică.

Pentru exprimarea contribuției zgomotului de fond la indicațiile aparatului de măsură se utilizează mărimea

$$R(\nu)=\frac{\Delta\mathcal{J}(\nu)}{N(\nu)} \qquad (272)$$

numită raport semnal-zgomot de fond.

În privința zgomotului de fond receptoarele de radiații optice sînt caracterizate prin fluxul de radiații care produce același efect ca și zgomotul de fond. Această mărime se notează *NEP* (noise equivalent power). *NEP* este deci o mărime numeric egală cu fluxul de energie radiantă care produce o indicație a aparatului de măsură a receptorului, corespunzătoare raportului semnal-zgomot de fond egal cu unitatea.

Dacă $R(\nu)\leqslant 1$, $\Delta\mathcal{J}(\nu)\leqslant N(\nu)$ și receptorul nu mai poate diferenția semnalul util de zgomotul de fond. Deoarece *NEP* se află în raport invers față de calitatea receptorului receptoarele sînt caracterizate prin mărimea :

$$D=\frac{1}{N.E.P.} \qquad (273)$$

numită *prag de sensibilitate a receptorului de radiații optice.* Mărimea *NEP* (*D*) depinde de condițiile de funcționare a detectorului, de aceea ele sînt specificate în fișa aparatului împreună cu condițiile în care au fost determinate.

c. *Constanta de timp a receptoarelor de radiații optice.* Adesea, pentru mărirea raportului semnal-zgomot de fond (273) este necesar ca radiația optică să fie modulată în amplitudine. În aceste condiții asupra *EF* acționează impulsuri de radiații care se succed periodic cu frecvența *f*. Dacă ultimul purtător de informații este curentul electric atunci viteza de creștere a intensității curentului electric *I* poate fi exprimată prin relația :

$$\frac{dI}{dt}=A\cdot\varnothing\Delta-B\cdot I \qquad (274)$$

unde termenul $A\cdot\Delta\varnothing$ arată că intensitatea de curent crește mai rapid dacă variația de flux energetic care acționează asupra *EF* este mai mare, iar termenul $-B.I$ arată că viteza de creștere a curentului este micșorată proporțional cu valoarea intensității curentului. Termenul $-B.I.$ exprimă existența unor procese care duc la scăderea efectelor produse de radiațiile optice în sistemul detector.

Dacă fluxul incident poate fi exprimat prin funcția

$$\Delta\varnothing=\Delta\varnothing_0\cdot e^{i\,2.\pi.f.t} \qquad (275)$$

atunci soluția ecuației (268) este de forma :

$$\tilde{I}(f)=\tilde{I}_0\cdot e^{i.2.\pi.f.t} \qquad (276)$$

unde :

$$\tilde{I}_0=\frac{A\cdot\Delta\varnothing_0}{B+2\cdot\pi\cdot i\cdot f} \qquad (277)$$

Modulul mărimii I_0 este:

$$I_0(f)=\sqrt{\tilde{I}_0\cdot\tilde{I}_0^*}=\frac{A\cdot\Delta\varnothing_0}{B\sqrt{1+\frac{4\cdot\pi^2\cdot f^2}{B^2}}} \tag{278}$$

Dacă indicațiile receptorului sînt proporționale cu intensitatea curentului electric putem scrie (267) sub forma:

$$\Delta\mathcal{J}(f)=C\cdot I(f)=S(f)\cdot\Delta\varnothing \tag{279}$$

Din (279) și (278), ținînd seama de (276) și (275), rezultă:

$$S(f)=\frac{S(0)}{\sqrt{1+\frac{4\cdot\pi^2\cdot f^2}{B^2}}} \tag{280}$$

unde

$$S(0)=\frac{C\cdot A}{B} \tag{281}$$

În condiția

$$\frac{S(f_c)}{S(0)}=\frac{1}{\sqrt{2}}=0{,}707 \text{ se obține } f_c=\frac{B}{2\pi} \tag{282}$$

Din (280) rezultă că sensibilitatea receptorului de radiații scade o dată cu creșterea frecvenței de modulare a radiației optice fapt ce indică incapacitatea dispozitivului de a urmări variații oricît de rapide ale fluxului de radiații optice.

Pentru a caracteriza receptorul în privința capacității lui de a urmări variații rapide ale fluxului de radiații optice se folosește mărimea f_c (282) sau mărimea inversă:

$$\tau_c=\frac{1}{f_c} \tag{283}$$

numită *constantă de timp a receptorului de radiații optice.* În conformitate cu condiția convențională (276) constanta de timp este intervalul de timp minim la care se pot succede pulsurile de radiații optice pe care receptorul le poate măsura cu sensibilitate de 0,7 ori sensibilitatea pentru fluxuri invariabile în timp.

8.2. Receptoare integrale

Vom numi receptor integral de radiații optice dispozitivul care dă o singură indicație $\Delta\mathcal{J}$ dacă asupra *EFS* al lui acționează radiații optice cu fluxul total:

$$\Delta\varnothing=\int_{\nu_1}^{\nu}\Delta\varnothing(\nu)\cdot d\nu \tag{284}$$

Pentru astfel de receptoare:

$$\Delta\mathcal{J}=S_i\cdot\Delta\varnothing \tag{285}$$

unde S_i este sensibilitatea integrală a receptorului.

Dacă componentele monocromatice ale radiației produc efecte independent una de alta exprimate prin indicația $\Delta\mathcal{J}(\nu)$ folosind (268) putem scrie :

$$\Delta\mathcal{J}=\int_{\nu_1}^{\nu_2}\Delta\mathcal{J}(\nu)\cdot d\nu=\int_{\nu_1}^{\nu_2}S(\nu)\cdot\Delta\varnothing(\nu)\cdot d\nu \qquad (186)$$

Din (279), (278) și (280) se poate obține :

$$S_t=\frac{\Delta\mathcal{J}}{\Delta\varnothing}=\frac{\int_{\nu_1}^{\nu_2}(\nu)\cdot\Delta\varnothing(\nu)\cdot d\nu}{\int_{\nu_1}^{\nu_2}\Delta\varnothing(\nu)\cdot d\nu} \qquad (287)$$

Formula (287) arată că sensibilitatea integrală a receptoarelor depinde de compoziția spectrală a radiației exprimată prin $\Delta\varnothing=\Delta\varnothing(\nu)$. În consecință indicațiile aparatului de măsură vor depinde de compoziția spectrală a radiației asupra căreia se fac măsurători de flux total. Pentru receptoare neutre (269) $S_t=S(\nu)$.

8.3. Tipuri de receptoare de radiații optice

Principalele tipuri de receptoare de radiații optice sînt :

a. *Receptoare fotoelectrice.* În astfel de receptoare este folosit efectul fotoelectric. Efectul fotoelectric exterior este folosit în următoarele receptoare : α. celule fotoelectrice ; β. fotomultiplicatori electronici.

Efectul fotoelectric interior este folosit în : γ. fotodiode și fototranzistoare ; δ. elemente fotovoltaice ; ε. fotorezistoare.

b. *Receptoare termice.* În elementul fotosensibil termic se produce transformarea energiei radiante în energie termică. Acest proces se produce prin absorbția radiațiilor într-un strat de substanță puternic absorbant și transformarea ei în energie de agitație termică. Pentru transformarea energiei termice în energie electrică în diverse receptoare se realizează diverse tipuri de traductoare. De exemplu :

α. *Bolometre.* În cazul bolometrelor traductorul este un rezistor care este în contact cu elementul fotosensibil termic și care este conectat într-un circuit electric. Variația temperaturii *EF* determină variația rezistenței rezistorului care la rîndul lui produce variații de curent sau tensiune în circuitul electric în care este conectat.

β. *Detectoare termoelectrice. Termoelemente.* În acest caz traductoarele sînt sisteme capabile să producă efecte termoelectrice cum sînt generarea unei tensiuni electrice.

γ. *Detectoare pneumatice.* În cazul detectoarelor pneumatice traductorul este un gaz închis într-o incintă cu un perete elastic care este în contact termic cu un *EFS* termic. Variațiile de volum ale gazului sînt transformate în variații de tensiuni cu ajutorul unui condensator a cărui capacitate se modifică o dată cu deplasarea peretelui mobil al incintei cu gaz.

c. *Detectori chimici*. Cel mai frecvent utilizat detector chimic este emulsia fotografică. Pentru a realiza un detector chimic, emulsia fotografică este depusă într-un strat subţire [(3—20)μm grosime] pe un suport transparent cum sînt foliile de substanţe polimere, sau plăci de sticlă. Emulsia este o suspensie de microcristale de halogenuri de Ag (BrAg, ClAg sau IAg) uniform distribuite în gelatină. Elementele fotosensibile sînt microcristalele de halogenură de Ag. Detecţia fotografică a radiaţiilor optice presupune mai multe etape :

α. *Expunerea emulsiei fotografice la acţiunea radiaţiei*. În timpul expunerii emulsiei la acţiunea radiaţiei într-un număr determinat de microcristale se produc efecte fotochimice. Totalitatea cristalelor în care s-au produs efecte fotochimice formează „imaginea latentă". Imaginea latentă conţine informaţii asupra cantităţii de energie radiantă implicată în producerea efectului fotochimic. În conformitate cu [3.4 (659)], această energie poate fi exprimată prin formula :

$$dHe = E_e \cdot dt \tag{288}$$

unde E_e este iluminarea energetică a emulsiei, dt timpul de expunere a emulsiei la acţiunea radiaţiei iar dHe expunerea energetică.

β. *Revelarea emulsiei fotografice*. În procesul de revelare, cu ajutorul unor reactivi chimici (revelatori), cristalele de halogenură de Ag în care s-a produs efectul fotochimic se descompune în halogen şi argint metalic. Cristalele care nu au suferit acţiunea radiaţiilor nu sînt descompuse sub acţiunea revelatorului.

γ. *Fixarea şi spălarea emulsiei fotografice*. După ce a fost supusă procesului de revelare, emulsia fotografică este spălată un timp scurt cu apă şi apoi supusă procesului de fixare. În timpul fixării cu ajutorul unor reactivi chimici (fixatori) sînt dizolvate şi înlăturate din emulsie cristalele care nu au fost descompuse de către revelatori. După fixare emulsia este din nou spălată şi uscată.

δ. *Evaluarea expunerilor energetice*. Argintul metalic rezultat în urma prelucrării emulsiei fotografice se află în gelatină sub formă de suspensie de granule ale căror dimensiuni sînt determinate de mărimea microcristalelor de halogenuri de Ag şi de condiţiile de prelucrare a emulsiei. Totalitatea granulelor de Ag formează imaginea fotografică negativă. Densitatea granulelor conţine informaţii asupra expunerii energetice (282). Pentru a determina densitatea granulelor se foloseşte proprietatea lor de a absorbi radiaţia optică. Astfel, dacă suportul emulsiei este transparent, se trece un fascicul de radiaţii printr-o regiune care nu a fost expusă la radiaţii şi se măsoară fluxul lui $\Delta\varnothing_0$ apoi se trece acelaşi fascicul printr-o regiune care a fost expusă cu radiaţii şi se măsoară fluxul $\Delta\varnothing_e$. Mărimea :

$$D = \log\frac{\Delta\varnothing_e}{\Delta\varnothing_e} = \log\frac{1}{\tau} \tag{289}$$

numită densitate optică (sau înnegrirea emulsiei), unde :

$$\tau = \frac{\Delta\varnothing_e}{\Delta\varnothing_0} \tag{290}$$

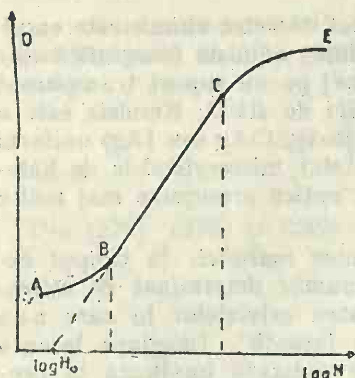


Fig. 60

este factorul de transmisii internă a emulsiei expusă la radiații și conține informații asupra densității granulelor de Ag. Cercetările efectuate au arătat că dependența densității optice D de logaritmul expunerii energetice, pentru fascicule monocromatice, are forma exprimată de graficul prezentat în figura 60. Acest grafic se numește curbă caracteristică a emulsiei fotografice. Pentru porțiunea liniară BC (care se numește domeniul expunerilor normale) se poate scrie relația:

$$D = \gamma \cdot (\log H - \log H_0) = \gamma \cdot \log \frac{H}{H_0} \quad (291)$$

Mărimea din γ (291) se numește factor de contrast al emulsiei fotografice. Din (291) și (290) rezultă că domeniul expunerilor normale poate fi folosit pentru a determina expuneri energetice relative.

8.4. Radiometrie

Radiometria este un domeniu al opticii în care sînt elaborate, cercetate și utilizate metodele de determinare ale mărimilor energetice prin care se exprimă transportul de energie radiantă.

Informațiile cele mai utile (în diverse domenii de activitate) referitoare la emisia și transportul energiei radiante sînt exprimate prin mărimile energetice spectrale cum sînt: fluxul energetic spectral, densitatea de flux energetic spectral și intensitatea spectrală de radiații. Pentru a măsura una dintre aceste mărimi cu ajutorul unui receptor integral de radiații este necesar ca radiația să fie descompusă în componentele ei monocromatice. Un aparat care descompune radiațiile în componentele lor monocromatice și care poate să izoleze pe rînd aceste componente se numește *monocromator*. Ca urmare a acțiunii unui monocromator, din fluxul radiației studiate, se separă fluxul:

$$\Delta \varnothing_m(\lambda) = T(\lambda) \varnothing(\lambda) \Delta\lambda \quad (292)$$

unde $T(\lambda)$ este factorul spectral de transmisie al monocromatorului, $\varnothing(\lambda)$ fluxul spectral al radiației studiate iar $\Delta\lambda$ exprimă lărgimea benzii de transmisie a monocromatorului.

În figura 61 este reprezentată schema bloc a unui dispozitiv de măsură a fluxului spectral. În această schemă S reprezintă sursa de radiații studiate, M monocromatorul, D detectorul de radiații cu aparatul indicator $\mathcal{J}$. Folosind (266) și (292) putem scrie:

$$\Delta \mathcal{J}(\lambda) = S(\lambda) \Delta \varnothing_m(\lambda) = T(\lambda) S(\lambda) \cdot \Delta\lambda \cdot \varnothing(\lambda) \quad (293)$$

În conformitate cu (293), pentru a determina $\varnothing(\nu)$, trebuie să fie cunoscute mărimile $T(\nu)$, $S(\nu)$ și $\Delta\lambda$. Aceasta se poate determina cu

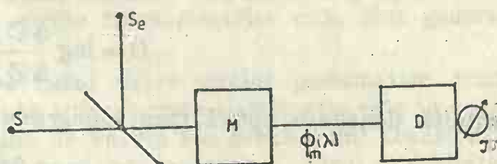


Fig. 61

o sursă S_e pentru care este cunoscut fluxul spectral $\varnothing_e(\lambda)$. Pentru această sursă putem scrie (286) sub forma:

$$\Delta\mathcal{J}_e(\lambda) = T(\lambda)S(\lambda)\Delta\lambda\cdot\varnothing_e(\nu) \qquad (294)$$

Din (287) și (286) se poate obține:

$$\varnothing(\nu) = \frac{\Delta\mathcal{J}(\nu)}{\Delta\mathcal{J}_e(\nu)}\varnothing_e(\nu) \qquad (295)$$

În calitate de sursă etalon se poate folosi un corp absolut negru pentru care se poate calcula $M_e(\nu)$ [3.4 (670)] sau un etalon secundar. Fluxul spectral în funcție de emitanța spectrală poate fi exprimat în baza legii Lambert prin formula:

$$\varnothing_e(\lambda) = G\cdot M_e(\lambda)\cdot\Delta S_e \qquad (296)$$

unde G este un factor care depinde de geometria fasciculului emis de corpul absolut negru iar ΔS_e este suprafața de emisie a acestuia. Factorul G este foarte greu de determinat. Din această cauză cel mai frecvent sînt măsurate fluxuri spectrale relative

$$\varnothing_r(\lambda) = \frac{\varnothing(\lambda)}{\varnothing(\lambda_0)} \qquad (297)$$

Folosind (296) și (295) putem obține pentru (297) forma:

$$\varnothing_r(\lambda) = \frac{\Delta\mathcal{J}(\lambda)\,\Delta\mathcal{J}_e(\lambda_0)\,M_e(\lambda)}{\Delta\mathcal{J}(\lambda_0)\,\Delta\mathcal{J}_e(\lambda)\,M_e(\lambda_0)} \qquad (298)$$

Dacă funcția $\varnothing_r(\lambda)$ este măsurată în baza formulei (291) în conformitate cu (290) pentru a cunoaște $\varnothing(\lambda)$ este suficient să se măsoare fluxul sursei studiate pentru o singură componentă monocromatică [mărimea $\varnothing(\lambda_0)$].

8.5. Receptoare de imagini

a. *Noțiuni de bază.* Receptoarele de imagini sînt dispozitive care realizează obținerea și stocarea imaginilor. Pentru obținerea imaginilor în receptoarele de imagini sînt folosite sisteme optice centrate adecvate. În planul imagine al sistemului sînt plasate elemente fotosensibile care culeg informații asupra iluminării la nivelul acestui plan. Există două procedee de bază pentru culegerea acestor informații.

α. Se folosește un singur element fotosensibil D (Fig. 62 *a*) care se deplasează în planul imagine π' conform cu un program dat numit baleaj. În acest fel se obține o legătură determinată între punctele planului π' și semnalul electric, produs de detectorul de radiații cu elementul fotosensibil D. Receptorul de imagini în care este folosit acest procedeu se numește *receptor de imagini cu baleaj.* Imaginea optică din planul π' poate fi stocată prin înregistrarea semnalelor electrice pe bandă magnetică.

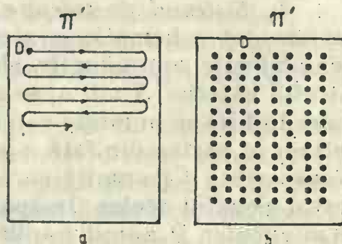


Fig. 62

β. În planul imagine π' (Fig. 62 *b*) pot fi distribuite uniform o mulţime de elemente fotosensibile, fiecare dintre ele preluînd informaţii asupra iluminării în vecinătatea unui punct din acest plan. În acest procedeu sînt culese informaţii simultane asupra iluminării din vecinătatea unui număr mare de puncte din planul π'. Receptorul în care este folosit acest procedeu de culegere a informaţiilor asupra iluminării planului imagine se numeşte *receptor de imagini cu mozaic de elemente fotosensibile*.

Emulsia fotografică poate fi folosită în receptoarele de imagini cu mozaic de elemente fotosensibile.

i. *Puterea de rezoluţie a receptorului de imagini.* Receptoarele de imagini pot fi caracterizate prin mărimile caracteristice receptoarelor de radiaţii (7.1. *a*, *b* şi *c*). În privinţa capacităţii lor de a reproduce detalii de structură a imaginilor, detectoarele de imagini sînt caracterizate prin mărimea numită *puterea de rezoluţie a detectorului de imagini*.

Puterea de rezoluţie R a unui receptor de imagini este o mărime numeric egală cu numărul maxim de imagini liniare din unitatea de lungime a receptorului pe care receptorul le poate reda ca fiind imagini liniare distincte.

Dacă notăm cu r'_m distanţa minimă dintre două imagini liniare care sînt redate de un receptor ca imagini distincte, putem scrie:

$$R = \frac{1}{r'_m}\, m^{-1} \tag{299}$$

ii. *Secţiune toleratpă.* Elementele fotosensibile folosite în receptorii de imagini au suprafaţa de recepţie a radiaţiilor finită. Un element fotosensibil este un receptor integral de radiaţii şi deci produce un singur semnal electric prin fluxul total de radiaţii care acţionează asupra lui chiar dacă el este determinat de mai multe fascicule omocentrice cu focarele imagine situate pe suprafaţa lui fotosensibilă. Cum semnalul electric astfel obţinut corespunde la un punct imagine rezultă că receptorul de imagini cu elementul fotosensibil de diametru $D_{EFS}=D_c$ asociază energia radiantă recepţionată pe o suprafaţă finită la un punct imagine. Valoarea medie a suprafeţei din imagine pe care receptorul de imagini o asociază cu un punct imagine se numeşte *secţiune tolerată*. Denumirea corespunde faptului că datorită secţiunii finite a elementului fotosensibil, un fascicul omocentric care acţionează asupra elementului fotosensibil poate avea focarul în faţa planului π' (Fig. 62) sau în spatele lui şi dacă secţiunea fasciculului la nivelul planului π' nu este mai mare decît secţiunea tolerată, receptorul asociază energia recepţionată ca existenţa unui singur punct imagine.

b. *Sistemul de recepţie vizuală a imaginilor. Ochiul.* În figura 63 este reprezentat schematic o secţiune orizontală într-un ochi uman. Cavitatea ochiului este aproximativ sferică. Peretele ei este format din trei straturi. Stratul exterior S alb opac se numeşte sclerotică. Stratul mijlociu C de culoare închisă se numeşte coroidă. Stratul interior R de culoare roz se numeşte retină. În partea din faţă a ochiului sclerotica se transformă într-o membrană transparentă Co numită cornee. Corneea are rază de curbură mai mică decît restul globului ocular. În spatele corneii se află irisul I care prezintă un orificiu circular P numit pupilă. După iris există un corp lenticular C transparent, numit cristalin.

Spațiul dintre cornee și cristalin este umplut cu o substanță transparentă $U\ A$ numită umoare apoasă. În interiorul ochiului există o substanță transparentă $U\ S$ numită umoare sticloasă. Nervii optici N au terminațiile în retină.

α. *Sistemul optic al ochiului*. Ansamblul de substanțe transparente format din aer, umoare apoasă, cristalin, umoare stilcoasă, separate prin suprafețe curbe formează un sistem optic centrat pe axa OO' (Fig. 63). Acest sistem optic formează imaginile obiectelor pe peretele din spate al globului ocular. Sistemul optic al ochiului a fost studiat pentru prima dată de *A.* Gullstrand în 1908. El a determinat elementele cardinale ale sistemului optic al ochiului pentru obiecte situate în fața ochiului la distanța $p=\infty$ și $p=15{,}2$ cm. În tabelul XIII sînt prezentate rezultatele acestor măsurători. Distanțele prezentate în acest tabel sînt exprimate în milimetri.

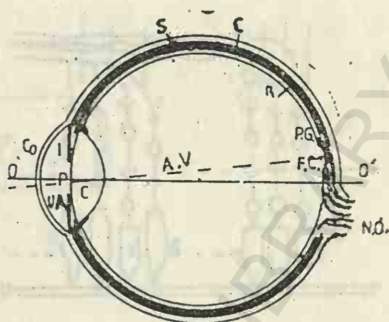


Fig. 63

TABELUL XIII

	$p=\infty$	$p=15{,}2$ cm
Indicele de refracție pentru $U \cdot A$ și $U \cdot S$	1,3365	1,3365
Raza de curbură a corneii	7,829	7,829
Raza de curbură R_1 a cristalinului	10,00	5,33
Raza de curbură R_2 a cristalinului	6,00	5,33
Distanța focală obiect ($PF=f$)	17,055	14,169
Distanța focală imagine ($P'F'=f'$)	22,785	18,330
Distanța VP	1,348	1,722
Distanță $V'P'$	1,602	2,086
Distanța VN	7,079	6,533
Distanța $V'N'$	7,332	6,844

Din tabelul XIII rezultă că pentru ca imaginea obiectului să se formeze pe peretele din spate al ochiului oricare ar fi distanța dintre el și ochi, sistemul optic al ochiului își modifică elementele cardinale prin modificarea razelor de curbură ale cristalinului.

Modificarea elementelor cardinale în funcție de poziția obiectului pentru ca imaginea obiectului să se formeze pe retină se numește *acomodare*.

β. *Retina ochiului* este un țesut complex stratificat în a cărui secțiune transversală pot fi puse în evidență în principal două zone z_1 și z_2 (Fig. 64) cu funcții diferite.

Radiațiile optice care ajung la retină se propagă de la zona z_1 la zona z_2. În zona z_1 există terminații ale nervilor optici t și diverse elemente de realizare a conexiunilor între terminațiile nervilor optici și zona z_2. În zona z_2 se află un mozaic de celule fotosensibile. În partea dinspre coroidă există un strat π de pigmenți care rețin radiația care a trecut de zona z_2. Mozaicul este format din două tipuri de celule fotosensibile, conuri (C) și bastonașe (B).

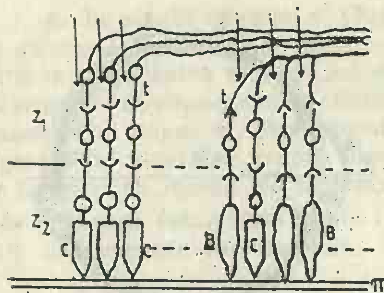


Fig. 64

Celulele fotosensibile există în toată retina dar sînt distribuite neuniform. În partea galbenă *P.G.* (Fig. 63) care are diametrul de aproximativ 1 mm pe orizontală și 0,8 mm pe verticală există numai conuri. În centrul petei galbene fovea centrală *F.C.* ($0{,}3 \times 0{,}2$ mm²) conurile sînt de diametre mai mici și așezate strîns unul lîngă altul. Diametrul unui con din *F.C.* este:

$$D_c = 4{,}5 \ \mu\text{m} \qquad (300)$$

Fiecare con din *F.G.* este legat separat prin celule bipolare la terminațiile unui nerv optic. Pe măsură ce distanța de la *P.G.* crește, raportul dintre numărul de bastonașe și numărul de conuri crește. Densitatea maximă de bastonașe există la distanța de aproximativ 6 mm de *F.C.* În afara fovei centrale există grupuri de celule fotosensibile legate la aceeași terminație de nerv optic.

Celulele fotosensibile ale retinei sînt elemente fotochimice. În ele energia radiantă se transformă în energia unor impulsuri nervoase care se propagă prin nervi spre sistemul nervos central și determină formarea senzației vizuale. Într-o celulă fotosensibilă există un număr finit de molecule fotosensibile. Moleculele fotosensibile care absorb radiația optică își modifică structura, și prin efectele electrice, produse în acest timp, determină declanșarea impulsurilor nervoase. Pentru ca o moleculă activată prin absorbția de radiații să poată participa din nou la declanșarea impulsurilor nervoase, trebuie să se dezactiveze, adică să revină în starea de energie minimă. În aceste condiții formarea impulsurilor nervoase și a senzației vizuale se realizează prin procese de activare — dezactivare a moleculelor fotosensibile din celulele fotosensibile. Acest proces determină constanta de timp a receptorului vizual care este:

$$\tau = \frac{1}{16} \ \text{s} \qquad (301)$$

și faptul că după o acțiune asupra retinei a unui flux mare de radiații (care produce activarea majorității moleculelor fotosensibile) observatorul vizual nu poate recepționa un timp imagini vizuale (orbire prin fascicule puternice de radiații optice). Totodată procesele de activare-dezactivare explică necesitatea de adaptare a receptorului vizual la un anumit nivel de iluminare a numărului de molecule fotosensibile capabile să participe la procesul de declanșare a impulsurilor nervoase.

γ. Fluxul de energie radiantă care acționează asupra celulelor fotosensibile din retina ochiului. În Fig. 65 este reprezentat schematic ochiul prin pupilă (care joacă rol de diafragmă de apertură și în primă aproximație de pupilă de intrare), planele principale π_p și π_p', care pot fi considerate în primă aproximație ca fiind suprapuse și retina *R*.

În conformitate cu (259), putem exprima fluxul de radiații emis de un element de suprafață $d\pi$ din planul obiect π și care ajung la retină prin formula:

$$d\varnothing'(\lambda) = T(\lambda) \cdot d\varnothing(\lambda) = \pi \cdot T(\lambda) \cdot L(\lambda \cdot \vec{r}) d\pi \sin^2 \sigma_0 \qquad (302)$$

Fig. 65

i. Dacă suprafaţa $d\pi_c$ de captare a radiaţiilor optice a unei celule fotosensibile satisface condiţia:

$$d\pi_c \geqslant d\pi' \tag{303}$$

unde $d\pi'$ este imaginea suprafeţei $d\pi$, atunci tot fluxul (302) este recepţionat de o singură celulă fotosensibilă şi se produce senzaţia vizuală de *punct luminos*.

Din figura 65 rezultă în primă aproximaţie:

$$\sigma_0 = \frac{r_a}{p} \tag{304}$$

Folosind (304) putem scrie (302), în primă aproximaţie sub forma:

$$d\varnothing' = \pi T(\lambda) L(\lambda \cdot \vec{r})\, d\pi \cdot \frac{r_a^2}{p^2} \tag{305}$$

Deoarece L, $d\pi$ şi T pentru un obiect dat sînt constante, dacă pupila are diametru constant, din (305) rezultă că în condiţia (303), fluxul de radiaţii care produce senzaţia de punct luminos este invers proporţional cu pătratul distanţei dintre obiect şi ochi.

ii. Folosind condiţia de sinus sub forma:

$$d\pi \cdot n^2 \cdot \sin^2 \sigma_0 = d\pi' \cdot n'^2 \cdot \sin^2 \sigma_0' \tag{306}$$

putem scrie (302) sub forma:

$$d\varnothing' = T(\lambda) \cdot L(\lambda, \vec{r}) \frac{n'^2}{n^2} \cdot d\pi' \cdot \sin^2 \sigma'_0 \tag{307}$$

Dacă este îndeplinită condiţia

$$d\pi' > d\pi_c \tag{308}$$

în conformitate cu (300), fluxul $d\varnothing'$ recepţionat de o celulă fotosensibilă poate fi exprimat prin formula:

$$d\varnothing_c' = T(\lambda) \cdot L(\lambda \cdot \vec{r}) n'^2 \cdot d\pi_c \cdot \sin^2 \sigma_0' \tag{309}$$

Formula (309) arată că în condiția (308) fluxul captat de o celulă fotosensibilă nu depinde de distanța de la obiect la ochi.

δ. *Puterea de rezoluție a retinei*. În Fig. 66 este reprezentat schematic ochiul prin pupila de intrare P_{in}, planele principale π_p și π_p', punctele nodale N, N' și retina R.

Dacă un fascicul de radiații cu focarul în punctul a_1 pătrunde în ochi și acționează în a' asupra unei celule fotosensibile se produce senzația vizuală de punct luminos. Aceasta deoarece, dacă o singură celulă fotosensibilă declanșează impulsuri nervoase, se produce senzația vizuală de punct luminos. Senzația vizuală de punct luminos este asociată cu punctul obiect a care se află pe direcția de pătrundere a fasciculului în ochi nu cu punctul a_1 care este sursa reală de radiații.

Dacă avem punctele obiect a și b se formează senzația vizuală de două puncte luminoase. Distanța dintre aceste puncte este determinată de distanța $a'b'$ dintre celulele fotosensibile care produc impulsuri nervoase. Din Fig. 66 rezultă în primă aproximație

$$a'b' = \beta RN' \tag{310}$$

$$\beta = \frac{ab}{p} \tag{311}$$

Celulele fotosensibile fiind de diametru finit, distanța $a'b'$ nu poate fi oricît de mică și senzația de două puncte luminoase să se păstreze. Astfel dacă imaginea a' și b' se formează pe aceeași celulă fotosensibilă sau pe două celule vecine, se produce în locul senzației de două puncte luminoase senzația vizuală de un punct luminos. Pentru ca să se producă senzație vizuală de două

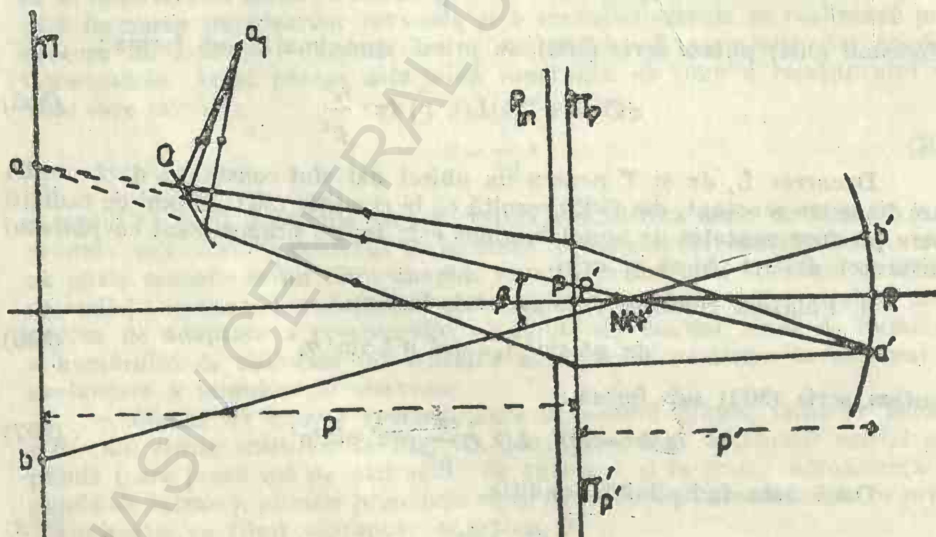


Fig. 66

puncte luminoase trebuie ca între celulele fotosensibile care declanşează impulsuri nervoase să existe cel puţin o celulă fotosensibilă care nu declanşează impulsuri nervoase. În aceste condiţii, distanţa minimă pentru $a'b'$ este $(a'b')_m = D_c$ (unde D_c este diametrul unei celule fotosensibile). Pentru fovea centrală, ţinînd seama de (293), putem scrie:

$$(a'b')_m = 4{,}5\ \mu m \tag{312}$$

Dată fiind valoarea (305), folosind (292), obţinem pentru puterea de rezoluţie liniară a retinei:

$$R_f = \frac{1}{(a'b')_m} = \frac{1}{4{,}5} 10^3\ mm^{-1} = 220\ mm^{-1} \tag{313}$$

Mărimea R_f poartă şi numele de *putere de rezoluţie liniară fiziologică a ochiului*. În conformitate cu (306), retina ochiului poate reda în fovea centrală ca fiind distincte 220 de imagini liniare pe fiecare milimetru de retină.

Pentru obiecte îndepărtate ($p = \infty$), în conformitate cu valorile din tabelul XIII, avem

$$RN' = f' - P'N' = 22{,}8 - 5{,}7 = 17\ mm,$$

pentru $(a'b')_m$ (312) din (310) se poate obţine:

$$\beta_m = \frac{a'b'}{RN'} = 0{,}26 \cdot 10^{-3}\ rad \simeq 3 \cdot 10^{-4}\ rad \tag{314}$$

$$(ab)_m = \beta_m \cdot p \tag{315}$$

Pentru o pereche de puncte a şi b situate în planul obiect π (Fig. 66) la distanţă dată (ab), unghiul β în conformitate cu (304) este mai mare dacă distanţa p este mică. În consecinţă, pentru a vedea mai bine detalii de formă trebuie plasat obiectul la distanţă mică de ochi. Distanţa minimă la care poate fi situat obiectul faţă de ochi şi imaginea lui să se formeze pe retină este admisă convenţional ca fiind:

$$(p)_m = \delta = 25\ cm \tag{316}$$

Distanţa δ se numeşte distanţă de vedere optimă. Din (308) pentru distanţa de vedere optimă se obţine:

$$(ab)_m = 75\ \mu m \tag{317}$$

Din (310) rezultă că distanţa minimă (în condiţiile cele mai favorabile de observare vizuală) la care pot fi situate două puncte obiect pentru care se obţine o senzaţie vizuală de puncte distincte este de 75 μm.

ε. *Cîmpul vizual* poate fi delimitat prin două plane, ortogonale la axa optică a sistemului optic al ochiului, situată la distanţa P_r şi respectiv P_p de ochi şi de o suprafaţă conică cu vîrful în punctul nodal obiect.

Vom nota cu C_u unghiul pe care îl formează generatoarea acestui con cu axa optică.

i. *Adîncimea cîmpului vizual* este exprimată prin distanţele P_r şi P_p şi este determinată de faptul că pentru a obţine imagine vizuală clară (în

care să se distingă detalii de formă) imaginea reală a obiectului, formată de sistemul optic al ochiului, trebuie să se formeze în vecinătatea retinei.

Distanța maximă P_r la care poate să se afle un obiect față de ochi și să se obțină imagine vizuală clară se numește *punctum remotum*. Distanța minimă P_p la care poate fi situat un obiect față de ochi pentru care se obține imagine vizuală clară se numește *punctum proximum*. Punctele proximum și remotum diferă de la individ la individ. Pentru ochi tînăr normal

$$p_r=\infty \quad p_p=\delta=25 \text{ cm} \tag{318}$$

Pentru miopi $P_r<\infty$ $P_p<25$ cm. Pentru persoane cu hipermetropie $p_r=\infty$, $P_p>25$ cm. Valorile prezentate mai sus pentru P_r și P_p sînt determinate de capacitatea ochiului de a se acomoda și de existența secțiunii tolerate a retinei (v. 7.5 *a*).

ii. *Cîmpul unghiular C_u al ochiului* este determinat de dimensiunile porțiunilor de retină cu diverse structuri ale mozaicului de celule fotosensibile în conformitate cu formula (303). Astfel, pentru pata galbenă care are diametrul mediu $d=0{,}9$ mm se obține:

$$C_u=\frac{0{,}9}{17}=0{,}053 \text{ rad}\simeq 3^\circ \tag{319}$$

iar pentru fovea centrală ($d=0{,}25$)

$$C_u=\frac{0{,}25}{17}\simeq 1^\circ \tag{320}$$

Valorile prezentate mai sus corespund cîmpurilor de maximă acuitate vizuală. Observatorul vizual constată prezența obiectelor în cîmp mult mai larg, chiar cu ochiul fix.

iii. *Caracteristicile recepției vizuale.* Pentru recepția vizuală a radiațiilor, formula (262) se scrie sub forma:

$$\Delta\varnothing_L(\lambda)=K(\lambda)\cdot\Delta\varnothing(\lambda) \tag{321}$$

unde $\Delta\varnothing_L(\lambda)$ este o mărime care exprimă intensitatea senzației vizuale iar $\Delta\varnothing(\lambda)$ fluxul energetic al radiației optice care produce senzația vizuală.

Pentru a obține informații asupra senzațiilor vizuale și deci asupra caracteristicilor procesului de observare vizuală, au fost făcute experimente cu un număr mare de observatori vizuali care nu au cunoștințe referitoare la procesul de observare vizuală. Descriem în cele ce urmează pe scurt un astfel de experiment.

Dacă se pune la dispoziția unui observator vizual o mulțime de corpuri de forme identice (ex. sfere, cuburi etc.) de aceeași mărime și cu suprafețe de aceeași structură, se constată că el poate să stabilească existența unor deosebiri între ele.

Caracteristica corpurilor prin care un observator vizual poate să stabilească existența unor deosebiri între două suprafețe adiacente de aceeași formă de dimensiuni egale și de structuri identice se numește culoare.

Energia radiantă care, ajungînd la retină, determină apariția senzației de culoare se numește *stimul de culoare*. Culoarea este o noțiune psiho-fizică deoarece la percepția ei, pe lîngă fenomene fizice iau parte și fenomene biologice și psihice.

Dacă se cere observatorului vizual să grupeze obiectele după ceva ce au comun în privința aspectului lor vizual, se constată că el adună corpurile în grupe după o caracteristică care a primit numele de *nuanță de culoare*. Prin definiție, nuanța de culoare este un atribut al culorii care poate fi exprimat prin cuvintele : roșu, galben, verde, galben-verzui, verde-albăstrui, gri etc. Nuanțele de gri corespund culorilor numite culori neutre.

Alegînd un grup de obiecte de culori neutre, observatorul se dovedește capabil să aranjeze obiectele într-un șir care are într-un capăt un corp negru iar în celălalt un corp alb. El demonstrează astfel că este capabil să diferențieze culorile după un atribut care a primit numele de *luminozitate*. El se dovedește capabil să sorteze după luminozitate și obiectele de altă nuanță decît cea neutră.

Observatorii vizuali demonstrează, de asemenea, că sînt capabili să diferențieze obiectele de aceeași nuanță și aceeași luminozitate, așezîndu-le într-un șir care începe cu un corp gri. El demonstrează în acest fel că este capabil să deosebească obiectele după un atribut al culorii care a primit numele de *saturație de culoare*. Prin definiție, saturația este un atribut al culorii prin care sînt diferențiate două culori de aceeași luminozitate și aceeași nuanță. Din teste de genul celui prezentat mai sus rezultă că pentru a determina o culoare trebuie stabilite trei atribute ale acesteia. Cu alte cuvinte pentru exprimarea unei culori sînt necesare trei mărimi diferite. Se poate afirma deci că culoarea este o mărime tridimensională.

c. *Fotometrie.* Un obiect poate fi văzut numai dacă este sursă primară sau secundară de radiații optice. Cu alte cuvinte stimulul de culoare (numit în general stimul de lumină sau simplu lumină) este determinat de radiația optică emisă sau reemisă de către obiecte. În aceste condiții se asociază stimulului de lumină o formă de energie care a primit numele de energie luminoasă. Energia luminoasă este considerată acea formă de energie radiantă care este capabilă să declanșeze impulsuri nervoase în nervii optici și să determine astfel senzații vizuale. Energia luminoasă se propagă cu viteza radiațiilor optice. În consecință, pentru a descrie cantitativ procese de transport de energie luminoasă sînt definite mărimi analoage cu mărimile energetice (v. 2.4 și 3.4) cum sînt fluxul $\varnothing_L$ și fluxul spectral $\varnothing_L(\lambda)$. Toate mărimile definite în baza noțiunii de energie luminoasă se numesc mărimi luminoase și vor fi notate cu indice (L). Mărimile luminoase sînt mărimi psiho-fizice. Dată fiind natura lor deosebită (față de cele mecanice, electrice și termice), s-a impus necesitatea unei convenții internaționale asupra unei surse etalon de energie luminoasă, asupra unei mărimi fundamentale și asupra unei unități de măsură în sistemul internațional de unități. Conferința de Măsuri și Greutăți a convenit ca sursa etalon de lumină să fie corpul absolut negru, mărimea fundamentală intensitatea luminoasă iar unitatea de măsură candela (*cd*).

Candela este intensitatea luminoasă, în direcția normală a unei suprafețe, cu aria $1/6 \cdot 10^{-5}$ metri pătrați a unui corp absolut negru, la temperatura de solidificare a platinei, sub presiunea de 101 325 newtoni pe metru pătrat (cea de a 13-a C.G.P.M. 1967, Rezoluția 5). Prin definirea unității de măsură a intensității luminoase au fost create condițiile pentru măsurarea mărimilor luminoase. Unitatea de măsură pentru fluxul luminos este lumenul (simbol lm). Dată fiind formula [2.4 (66)] scrisă sub forma

$$d\varnothing_L = I_L \cdot d\,\Omega \qquad (322)$$

putem scrie 1lm=1 cd. sr. În conformitate cu (322), lumenul este fluxul luminos emis într-un unghi solid de un steradian de o sursă care emite în toate direcțiile cuprinse în acest unghi solid lumină cu intensitatea de o candelă.

Unitatea de iluminare luminoasă este luxul (simbol lx). În conformitate cu [3.4 (657)]

$$E_L = \frac{d\varnothing_L}{d\Sigma} \qquad (323)$$

$$\text{și putem scrie } 1\ \text{lx} = 1\ \text{ln/m}^2 = \frac{1\ \text{cd.sr.}}{\text{m}^2}$$

În conformitate cu (323), iluminarea de un lux se obține dacă pe suprafața cu aria de un metru pătrat este repartizat uniform fluxul luminos de un lumen.

Domeniul din optică în care sînt elaborate, cercetate și utilizate metodele de măsurare a mărimilor luminoase se numește *fotometrie*. Mărimile luminoase se mai numesc și *mărimi fotometrice*.

Măsurarea mărimilor fotometrice se realizează în baza principiului care afirmă că *doi stimuli de culoare care provin de la două suprafețe adiacente sînt egali dacă la formarea imaginii vizuale a acestor suprafețe produc senzație vizuală de suprafețe adiacente de egală culoare (nuanță, luminozitate și saturație egală).*

Observatorul vizual are capacitatea de a stabili cu mare precizie existența egalității de culoare a două suprafețe adiacente. Rezultă că pentru a măsura mărimi luminoase sînt necesare aparate în care să se realizeze două suprafețe adiacente de aceeași formă și structură accesibile observației vizuale în condiții identice și care să poată fi iluminate cu fluxuri de energie luminoasă provenite din surse diferite. Astfel de aparate se numesc *fotometre*. Au fost realizate diverse tipuri de fotometre. Prezentăm în continuare unul din cele mai frecvent utilizate tipuri de fotometre.

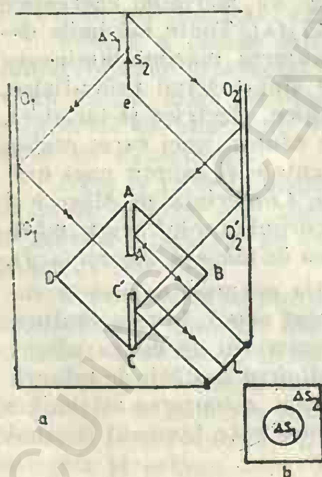


Fig. 67

Fotometrul Lummer-Brodhun. În Fig. 67 *a* este prezentată schema de principiu a unui fotometru Lummer-Brodhun (1889). Cu ajutorul ecranului *e* se realizează suprafețele ΔS_1 și ΔS_2 cu proprietăți cît mai apropiate de cele ale unui difuzor perfect pentru toate lungimile de undă ale stimulilor de culoare. Oglinzile $O_1O'_1$ și $O_2O'_2$ reflectă radiațiile optice reemise de suprafețele ΔS_1 și ΔS_2 spre cubul fotometric *ABCD*. Cubul fotometric este realizat din două prisme cu secțiunea normală triunghi dreptunghic isoscel. Aceste prisme sînt unite prin suprafața ipotenuză după ce una din aceste suprafețe ale prismei *DAC* în Fig. 67 a fost rectificată astfel încît contactul optic cu prisma *BAC* să se realizeze numai în regiunea *A'C'*.

În aceste condiții radiația reemisă de ΔS_1 trece prin suprafața *A'C'* și ajunge la observator prin lentila *L* iar radiația reemisă de ΔS_2 ajunge

la observator după ce s-a reflectat total în regiunea $AA'-CC'$. Lentila L și cu ochiul observatorului formează imagini vizuale ale unor porțiuni din suprafețele ΔS_1 și ΔS_2, așa cum rezultă din Fig. 67 *b*. Aspectul vizual al suprafețelor ΔS_1 și ΔS_2 poate fi apreciat prin intermediul imaginilor lor adiacente Fig. 67 *b*.

Dacă suprafețele fotometrului sînt iluminate astfel încît ele sînt văzute ca fiind de aceeași luminozitate, se consideră că iluminările lor sînt egale și, folosind (316), putem scrie:

$$\frac{d\varnothing_L}{dS_1} = \frac{d\varnothing_L^e}{dS_2} \tag{324}$$

Din (322), [2.4 (66)] și (324) pentru surse punctiforme rezultă:

$$I_L = \frac{R^2 \cos\alpha_e}{R_e^2 \cos\alpha} I_L^e \tag{325}$$

Formula (325) se numește *formula fotometrică*. Cu ajutorul acestei formule se poate măsura intensitatea luminoasă a unei surse cu ajutorul unei surse etalon de intensitate luminoasă I_L^e cunoscută.

6. *Sensibilitatea spectrală a ochiului*. Dacă în formula (321) pentru exprimarea cantitativă a senzației vizuale se folosește fluxul luminos spectral $\Delta\varnothing_L(\lambda)$ putem scrie:

$$K(\lambda) = \frac{\Delta\varnothing_L(\lambda)}{\Delta\varnothing(\lambda)} \; \frac{lm}{W} \tag{326}$$

Mărimea $K(\lambda)$ care exprimă sensibilitatea spectrală a receptorului vizual se numește *eficacitate luminoasă spectrală a radiației optice*. Ea a fost măsurată pentru un număr mare de observatori. Pentru aceasta observatorul vizual măsoară mărimea $\Delta\varnothing_L(\lambda)$ fotometric pentru un flux energetic $\Delta\varnothing(\lambda)$ măsurat în wați prin metode radiometrice (v. 7.4) și se calculează $K(\lambda)$ (319). Rezultatele obținute sînt diferite de la observator la observator. Au fost adoptate valorile medii pentru un număr mare de observatori. Aceste valori sînt tabelate prin intermediul mărimii:

$$V(\lambda) = \frac{K(\lambda)}{K_m} \tag{327}$$

numită eficacitate luminoasă relativă a radiațiilor optice. Graficul funcției $V(\lambda)$ corespunzător conurilor este reprezentat în Fig. 68.

Mărimea:

$$K_m = K(555) = 680 \, \frac{lm}{W} \tag{328}$$

este eficacitatea luminoasă maximă. Valoarea dată în (328) corespunde conurilor din fovea centrală și se realizează pentru $\lambda = 5555$ nm. Pentru bastonașe valorile mărimii $K(\lambda)$ sînt diferite de cele obținute pentru conuri. Pentru conuri $K(\lambda)$ este diferit de zero în primă aproximație în domeniul spectral limitat de valorile $\lambda_1 = 380$ nm, $\lambda_2 = 780$ nm. Acest domeniu spectral se numește domeniul radiațiilor optice vizibile.

Pentru măsurarea mărimilor luminoase cu aparate, acestea trebuie să fie realizate astfel încît sensibilitatea lor spectrală să corespundă mărimii $K(\lambda)$. Aparatele astfel realizate dacă măsoară iluminarea luminoasă se numesc *luxmetre*.

d. *Măsurarea culorilor*. Cercetările au arătat că prin intermediul bastonașelor, obiectele sînt văzute numai în culori neutre (alb, gri, negru). Vederea în culori de diferite nuanțe se realizează cu ajutorul conurilor. Cercetările efectuate au arătat de asemenea că stimulii de culoare cei mai simpli sînt aceia care se pot obține prin descompunerea spectrală a radiațiilor vizibile. Acești stimuli de culoare au primit numele de *stimuli spectrali*. Ei pot fi obținuți cu ajutorul monocromatoarelor sau al unor filtre optice.

În Fig. 69 este reprezentat schematic un dispozitiv cu ajutorul căruia pot fi studiați stimulii de culoare.

În dispozitivul prezentat în Fig. 69 sînt realizate condițiile ca suprafața ΔS_1 a unui fotometru Lummer-Brodhun să poată fi iluminată cu radiații de la o sursă S, iar suprafața ΔS_2 cu radiații de la trei surse S_1, S_2 și S_3, prin intermediul filtrelor optice F_1, F_2 și F_3 și al oglinzilor semitransparente O_1, O_2 și O_3. Dispozitivele R_1, R_2 și respectiv R_3 din Fig. 69 permit modificarea fluxurilor de radiații.

Să admitem că suprafața ΔS_1 este iluminată de sursa S cu fluxul spectral $\varnothing_i(\lambda)$. Dacă factorul de difuzie al suprafeței ΔS_1 este

$$\beta(\lambda) = \frac{\varnothing_d(\lambda)}{\varnothing_i(\lambda)} \qquad (329)$$

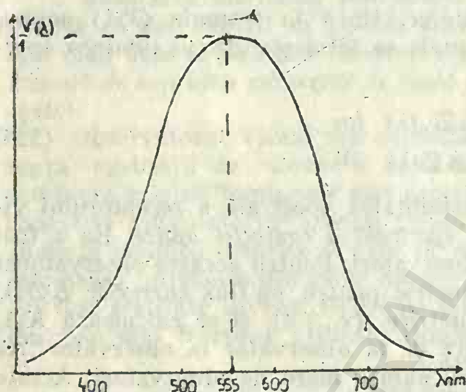


Fig. 68

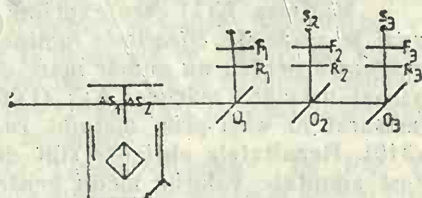


Fig. 69

atunci fluxul total difuzat este:

$$\varnothing_d = \int_0^\infty \varnothing_d(\lambda)\cdot d\lambda = \int_0^\infty \beta(\lambda)\cdot \varnothing_i(\lambda)\cdot d\lambda \qquad (330)$$

Fluxul luminos $\varnothing_d^L$ este stimulul de culoare corespunzător suprafeței ΔS_1. Cercetările experimentale au arătat că iluminînd ΔS_2 care are factorul de difuzie $\beta = 1$) cu trei radiații monocromatice potrivit alese, pentru valori determinate ale fluxurilor $\varnothing_1(\lambda)$, $\varnothing_2(\lambda)$ și $\varnothing_3(\lambda)$ se poate obține ca această suprafață să aibă aceeași culoare ca și ΔS_1 (aceeași nuanță, saturație și luminozitate). Acest rezultat arată încă o dată că culoarea este o mărime tridimensională. Ținînd seama de experimentele descrise mai sus putem scrie relația:

$$S(S) = X(X) + Y(Y) + Z(Z) \qquad (331)$$

Relaţia (324) exprimă faptul că S unităţi dintr-un stimul (S) produc aceeaşi senzaţie de culoare ca şi amestecul a X unităţi de stimul (X), cu Y unităţi de stimul (Y) şi Z unităţi de stimul (Z). Experimentul prezentat arată totodată că stimulii de culoare pot fi obţinuţi în două moduri : — prin compunere aditivă (cînd se amestecă doi sau mai mulţi stimuli de culoare), — prin compunere substractivă (cînd dintr-un stimul de culoare complex se elimină unul sau mai mulţi stimuli de culoare).

Eliminarea stimulilor de culoare în cel de al doilea procedeu se poate realiza prin absorbţie selectivă.

Studiile efectuate asupra stimulilor de culoare au permis stabilirea unor legităţi care au fost exprimate de către Grassmann astfel : — Ochiul uman poate stabili trei atribute ale culorilor : nuanţă, luminozitate şi saturaţie. — Dacă într-un amestec de stimuli de culoare fluxul unuia variază continuu, culoarea se schimbă continuu. — Amestecul a doi stimuli de aceeaşi culoare produce senzaţie de aceeaşi culoare ca şi stimulii componenţi, indiferent care este compoziţia spectrală a radiaţiilor optice ale acestor stimuli de culoare.

Această lege atrage după sine următoarele :

i. Dacă stimulul de culoare (S_1) este de aceeaşi culoare cu (S_2) iar (S_3) cu (S_4) amestecînd stimulul (S_1) cu (S_3) şi (S_2) cu (S_4) se obţin stimulii (S_1+ $+S_3$) şi (S_2+S_4) care au aceeaşi culoare. Această regulă este echivalentă cu regula matematică conform căreia, dacă la cantităţi egale se adaugă cantităţi egale se obţin cantităţi egale.

ii. Dacă stimulii de culoare complecşi (S_1) şi (S_2) sînt de aceeaşi culoare iar stimulul (S_3) este de aceeaşi culoare cu (S_4) şi se extrage (compunere substractivă) stimulul (S_3) din (S_1) şi (S_4) din (S_2) se obţin stimuli (S_3-S_1) şi (S_2-S_4) de aceeaşi culoare. Această regulă are în matematică echivalenta care afirmă că dacă din cantităţi egale se scad cantităţi egale se obţin cantităţi egale.

iii. Dacă o unitate de stimul (S_1) are aceeaşi culoare cu o unitate de stimul (S_2) atunci N unităţi de stimul (S_1) [stimulul $N(S_1)$] are aceeaşi culoare ca şi N unităţi de stimul (S_2) [stimulul $N(S_2)$]. Numărul N poate fi întreg sau fracţionar. Regula matematică echivalentă spune : dacă două cantităţi egale se înmulţesc sau se împart la numere egale se obţin cantităţi egale.

Date fiind aceste reguli de compunere a stimulilor de culoare şi relaţia (331) şi echivalenţa lor cu regulile operaţiilor matematice se poate construi un spaţiu al culorilor şi o geometrie a culorilor. Ţinînd seama de faptul că culoarea este o mărime psiho-fizică tridimensională într-un spaţiu al culorilor tridimensional, fiecărei culori îi va corespunde un punct. În aceste condiţii mărimea $S(S)$ din (331) poate fi interpretată ca reprezentînd un vector de poziţie în spaţiul culorilor. Atunci (X), (Y), (Z) sînt analoage sistemului de vectori de bază din spaţiul vectorial tridimensional şi se numesc stimuli de bază iar mărimile X, Y, Z sînt analoage componentelor vectorului în raport cu vectorii de bază şi se numesc *componente de culoare*. Astfel un stimul de culoare poate fi exprimat prin componentele lui de culoare. Dacă notăm

$$x=\frac{X}{S}, \quad y=\frac{Y}{S}, \quad z=\frac{Z}{S} \tag{332}$$

formula (331) poate fi scrisă sub forma :

$$(S)=x(X)+y(Y)+z(Z) \tag{333}$$

unde x, y, z sînt tăieturile planului unitar din spațiul culorilor pe axele sistemului de referință ale vectorilor de bază. Mărimile x, y, z arată cîte unități de stimuli de bază trebuie amestecate ca să se obțină o unitate de stimul (S) și se numesc *coordonate de culoare*. Între coordonatele de culoare (ca și între tăieturile planului unitar) există relația:

$$x+y+z=1 \tag{334}$$

Din (325) și (327) rezultă:

$$X+Y+Z=S \tag{335}$$

$$X=x\cdot S, \qquad Y=y\cdot S, \qquad Z=(1-x-y)S \tag{336}$$

În conformitate cu (336), în locul mărimilor X, Y, Z, pentru a exprima o culoare, se pot folosi mărimile:

$$x, \; y \text{ și } S \tag{337}$$

Folosind (337), o culoare poate fi reprezentată printr-un punct în planul xOy căruia i se asociază mărimea S.

Folosind, în calitate de stimuli de bază, stimulii (R) radiația monocromatică cu $\lambda_r=700$ nm, (G) $\lambda_g \pm 546{,}1$ nm și (B) $\lambda_b=435{,}8$ nm au fost determinate componentele de culoare $R(\lambda)$ $G(\lambda)$ și $B(\lambda)$ ale stimulilor spectrali. Deoarece au fost obținute și componente negative Comisia Internațională pentru Iluminarea (C.I.E.) a adoptat pentru observarea cu ajutorul conurilor (în cîmp de 2°) în 1931 un observator standard căruia i se asociază valorile medii $\bar{R}(\lambda)$. $G(\lambda)$ și $\bar{B}(\lambda)$ de la un număr mare de observatori.

În baza acestor mărimi au fost introduși stimuli de bază standard (X), (Y) și (Z) pentru care componentele medii $\bar{z}$, $\bar{y}$ și $\bar{z}$ ale stimulilor spectrali au numai valori pozitive. Valorile pentru aceste mărimi adoptate de C.I.E. în 1931 definesc observatorul colorimetric standard. Ele sînt tabelate pentru stimuli spectrali cu lungimi de undă cuprinse între 380 și 770nm din 5 în 5 nm. Stimulii de bază, pentru a defini acest sistem, au fost astfel aleși încît

$$\bar{y}(\lambda)=V(\lambda) \tag{338}$$

În sistemul (X), (Y), (Z) componentele de culoare ale stimulului corespunzător radiației cu spectru echienergetic sînt:

$$x_w=y_w=z_w=0{,}3333 \tag{339}$$

În figura 70 este prezentat graficul culorilor. În acest grafic stimulii de bază au coordonatele:

$$\begin{array}{lll} (X) & x=1 & y=0 \\ (Y) & x=0 & y=1 \end{array} \qquad (Z) \quad x=0 \quad y=0 \tag{340'}$$

Punctul $W(x_w, y_w, z_w)$ în Fig. 70 reprezintă culoarea neutră.

În figura 70 este reprezentat, prin curba întreruptă, graficul stimulilor de culoare spectrali. În grafic sînt marcate, prin puncte culorile ce corespund radiațiilor monocromatice cu lungimile de undă asociate acestor puncte.

În interiorul graficului stimulilor spectrali, punctele $C(x, y)$ reprezintă culori pentru stimuli complecşi. Dreapta CW intersectează curba stimulilor spectrali în punctele $D(x_d, y_d)$ şi $D(x_c, y_c)$. Poziţia punctului C pe segmentul DW poate fi exprimată prin formulele:

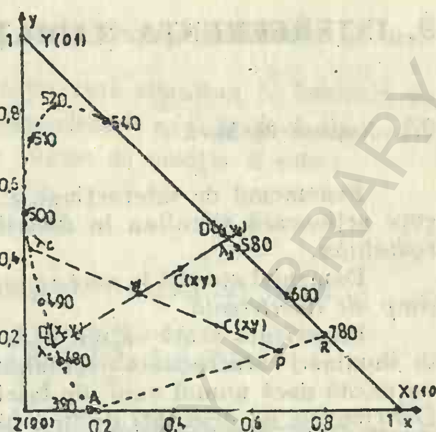


Fig. 70

$$\sigma = \frac{WC}{WD} = \frac{x - x_w}{x_d - x_w} = \frac{y - y_w}{y_d - y_w} \quad (340)$$

Toate punctele C de pe segmentul DW reprezintă stimuli de culoare care produc aceeaşi senzaţie de culoare ca şi amestecuri de stimuli D cu W în proporţia σ (340). Stimulul D se numeşte stimul de culoare dominant iar lungimea de undă λ_d *lungimea de undă a radiaţiei corespunzătoare stimulului spectral dominant*. Raportul σ se numeşte *saturaţia* sau *puritatea stimulului de culoare C*. În conformitate cu (340) saturaţia variază de la valoare $\sigma = 0$ pentru culoarea neutră W la valoarea $\sigma = 1$ pentru stimulul de culoare spectral care este stimul de saturaţia maximă a culorii. Din cele prezentate mai sus rezultă că un stimul de culoare C poate fi exprimat prin mărimile λ_d, σ şi S. În acest caz S exprimă luminozitatea culorii. Nuanţa culorii este dată prin λ_d.

Nuanţele stimulilor de saturaţie maximă (spectrali) se numesc: roşu, roşu-portocaliu, portocaliu, portocaliu-galben, galben, galben-verzui, galben-verde, verde-gălbui, verde, verde-albăstrui, albastru-verzui, albastru, albastru-purpuriu, violet, purpuriu, purpuriu-roşcat, roşu-purpuriu.

Pe segmentul DD_c se află puncte care reprezintă stimuli care produc senzaţie de culoare ca şi amestecul de stimuli spectrali D şi D_c în anumită proporţie. Rezultă că şi stimulul de culoare W poate fi obţinut prin amestecul stimulilor D şi D_c în anumită proporţie. Stimulul de culoare D_c se numeşte *stimul de culoare complementară lui D*. Lungimea de undă λ_c se numeşte *lungime de undă complementară lungimii de undă dominante* λ_d.

Dreapta AR este dreapta stimulilor de culoare care produc aceeaşi senzaţie de culoare ca şi amestecurile de stimul spectrali de nuanţă roşie şi violetă. Stimulii obţinuţi prin astfel de amestecuri se numesc stimuli de *nuanţe purpurii*. Stimulii purpurii nu sînt stimuli spectrali. Stimulii de pe dreapta PE care intersectează dreapta stimulilor de culoare purpurie sînt exprimaţi prin mărimile λ_c, σ şi S (unde λ_c este lungimea de undă a stimulului spectral complementar stimulului de culoare purpurie P).

Există stimuli de culoare care nu pot fi reprezentaţi în graficul culorilor. Aceştia corespund culorilor de nuanţe: maro, roz şi oliv.

În tabelul XIV sînt prezentate principalele nuanţe de culori spectrale cu lungimile de undă (în nm) care limitează în primă aproximaţie domeniile spectrale corespunzătoare.

TABELUL XIV

Roşu	$\lambda > 630$	Verde	560—490
Portocaliu	630—590	Albastru	400—450
Galben	590—560	Violet	$\lambda < 450$

9. INTERFERENȚA RADIAȚIILOR OPTICE

9.1. Noțiuni de bază

Fenomenul de interacțiune a două sau mai multe fascicule de radiații care acționează simultan în același domeniu spațial se numește *interferența radiațiilor*.

Domeniul spațial în care se produce interacțiunea radiațiilor se numește *cîmp de interferență*.

Experiența arată că uneori în cîmpul de interferență rezultă distribuții de iluminări caracterizate prin minime și maxime. Aceste tipuri de distribuții nu există dacă numai unul din fascicule acționează în cîmpul de interferență. Distribuțiile de densități de flux dintr-un cîmp de interferență caracterizate prin minime și maxime se numesc *franje de interferență*.

Dacă notăm cu $\varphi(\lambda, R)$ densitățile de flux spectrale dintr-un cîmp de interferență distribuțiile de flux pot fi exprimate prin suprafețele de nivel

$$\varphi(\lambda, \vec{R}) = \text{const.} \tag{1}$$

Pentru caracterizarea locală (în vecinătatea unui punct din cîmpul de interferență) a distribuțiilor de densități de flux se folosesc mărimile:

α. *Interfranja.* Interfranja $i(\vec{R})$ este distanța măsurată pe o suprafață dată între două maxime (minime) vecine situate cît mai aproape de punctul din cîmpul de interferență de vectorul de poziție $\vec{R}$.

β. *Vizibilitatea franjelor de interferență.* Conform cu definiția dată de Michelson în 1890 dacă folosim densitatea de flux, vizibilitatea în vecinătatea unui punct de vector de poziție $\vec{R}$ poate fi exprimată prin formula:

$$V(\vec{R}) = \frac{\varphi_M(\vec{R}) - \varphi_m(\vec{R})}{\varphi_M(\vec{R}) + \varphi_m(\vec{R})} \tag{2}$$

unde $\varphi_M(\vec{R})$ este densitatea de flux în maximul de densitate de flux iar $\varphi_m(\vec{R})$ în minimul de densitatea de flux situate cel mai aproape de punctul de vector de poziție $\vec{R}$.

i. Vizibilitatea

$$V = 0 \tag{3}$$

se obține în punctele în vecinătatea cărora

$$\varphi_M = \varphi_m \tag{4}$$

și indică lipsa franjelor de interferență.

ii. Vizibilitatea:

$$V = 1 \tag{5}$$

se obține acolo unde

$$\varphi_m = 0 \tag{6}$$

și reprezintă vizibilitatea maximă posibilă.

iii. Schimbarea semnului vizibilității arată trecerea maximelor de densități de flux în minime.

Dacă într-un cîmp de interferență acționează simultan N fascicule de radiații optice care produc intensități de cîmp electric $\vec{e}_j(\vec{R}, t)$ ($j=1, 2, ..., N$) intensitatea cîmpului total în punctul de vector de poziție $\vec{R}$ este:

$$\vec{e}(\vec{R}, t) = \sum_{j=1}^{N} \vec{e}_j(\vec{R}, t) \tag{7}$$

Folosind [2.4 (60) și (7)] densitatea de flux poate fi scrisă sub forma:

$$\begin{aligned} \varphi(\vec{R}) &= \frac{1}{c \cdot \mu} < e^2(\vec{R}, t) > = \chi < \left(\sum_{j=1}^{N} \vec{e}_j\right)\left(\sum_{m=1}^{N} \vec{e}_m\right) > = \\ &= \chi \sum_j < e_j^2 > + \chi \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq m}} \sum_{m=1} < \vec{e}_j \cdot \vec{e}_m > = \sum_j \varphi_j(\vec{R}) + \chi \sum_{\substack{j \\ j \neq m}} \sum_{m} < \vec{e}_j \cdot \vec{e}_m > \end{aligned} \tag{8}$$

În formula (8) $\varphi_j(\vec{R})$ reprezintă densitatea de flux produsă în punctul de vector de poziție $\vec{R}$ de fasciculul j ($j=1, 2, ..., N$) în lipsa celorlalte $N-1$ fascicule.

Dacă radiațiile dintr-un fascicul sînt necoerente cu radiațiile din toate celelalte $N-1$ fascicule, atunci

$$< \vec{e}_j \cdot \vec{e}_m > = < \vec{e}_j > \cdot < \vec{e}_m > = 0 \tag{9}$$

și din (8) rezultă:

$$\varphi(\vec{R}) = \sum_{j=1}^{N} \varphi_j(\vec{R}) \tag{10}$$

Formula (10) arată că pentru fascicule de radiații necoerente densitatea de flux totală este egală cu suma densităților de flux ale fasciculelor care interferă. Formula (10) exprimă astfel independența fasciculelor de radiații necoerente în procesele de transport de energie și de informații, exprimate prin distribuții de densități de flux. Dacă fasciculele de radiații sînt coerente atunci așa cum rezultă din (8) distribuțiile de densități în cîmpul de interferență sînt determinate pe lîngă mărimile $\varphi_j(\vec{R})$ și de funcțiile de coerență

$$\Gamma_{jm}(\vec{R}) = < \vec{e}_j(\vec{R}, t) \cdot \vec{e}_m(\vec{R}, t) > \tag{11}$$

9.2. Interferența a două fascicule de radiații optice generate într-o sursă punctiformă

Să admitem că radiațiile optice generate în sursa S (Fig. 71) punctiformă pot ajunge în punctul $P(\vec{R})$ pe două căi: calea A și calea B. Dacă notăm cu $\vec{e}_A(\vec{R}, t)$ și $\vec{e}_B(\vec{R}, t)$ intensitățile de cîmp electric care acționează în $P(\vec{R})$ la momentul t după ce au străbătut drumurile A și respectiv B putem scrie în conformitate cu (8) și (11)

$$\varphi(\vec{R}) = \varphi_A(\vec{R}) + \varphi_B(\vec{R}) + 2\chi\Gamma_{AB}(\vec{R}) \tag{12}$$

$$\Gamma_{AB}(\vec{R}) = < \vec{e}_A(\vec{R}, t) \cdot \vec{e}_B(\vec{R}, t) > \tag{13}$$

Să admitem că radiaţia este nepolarizată. În aceste condiţii descompunînd intensităţile de cîmp în componente $\vec{e}_{Ap}$ şi $\vec{e}_{Bp}$ paralele cu planul determinat de vectorii de undă $\vec{k}_A$ şi $\vec{k}_B$ şi componente $\vec{e}_{An}$ şi $\vec{e}_{Bn}$ normale la acest plan putem scrie (13) sub forma:

$$\Gamma_{AB}(\vec{R}) = \langle e_{An} \cdot e_{Bn} \rangle + \langle e_{Ap} \cdot e_{Bp} \rangle \cdot \cos\alpha \tag{14}$$

unde α este unghiul dintre vectorii $\vec{k}_A$ şi $\vec{k}_B$ (Fig. 71). Dacă drumul SAP este parcurs într-un timp mai scurt decît drumul SBP atunci intensităţile de cîmp generate simultan în S acţionează la momentul t, $\vec{e}_B$ în punctul $P(R)$ iar $\vec{e}_A$ în punctul $P_1(\vec{R}_1)$. Intensităţile de cîmp $\vec{e}_B(R, t)$ şi $\vec{e}_A(R_1, t)$ fiind generate în S simultan putem scrie:

$$\begin{aligned} &\vec{e}_{Bn}(\vec{R}, t) = B \cdot \vec{e}_{An}(\vec{R}_1, t); \qquad \vec{e}_{Bp}(\vec{R}, t) = A \cdot \vec{e}_{Ap}(\vec{R}_1, t) \\ &\varphi_{Bn}(\vec{R}) = B^2 \cdot \varphi_{An}(\vec{R}_1); \qquad \varphi_{Bp}(\vec{R}) = A^2 \cdot \varphi_{Ap}(\vec{R}_1) \end{aligned} \tag{15}$$

Deoarece intensităţile de cîmp $\vec{e}_A$ care acţionează la momentul t în $P_1(\vec{R}_1)$ acţionează la momentul $t-\Delta t$ în $P(\vec{R})$ putem scrie:

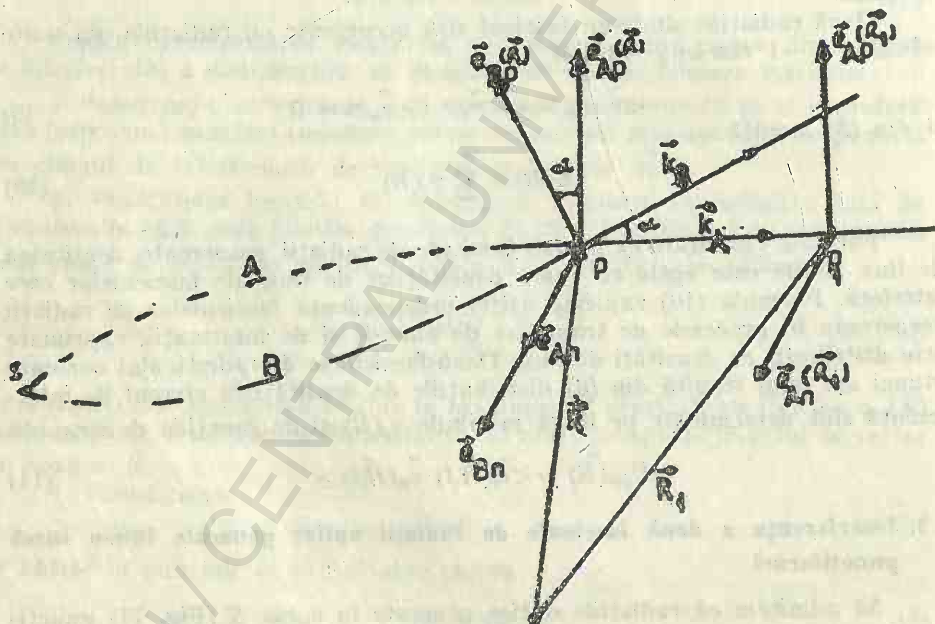


Fig. 71

$$\begin{aligned} &\vec{e}_{An}(\vec{R}_1, t) = C \cdot \vec{e}_{An}(\vec{R}, t-\Delta t); \qquad \varphi_{An}(\vec{R}_1) = C^2 \cdot \varphi_{An}(\vec{R}) \\ &\vec{e}_{Ap}(\vec{R}_1, t) = D \cdot \vec{e}_{Ap}(\vec{R}, t-\Delta t); \qquad \varphi_{Ap}(\vec{R}_1) = D^2 \cdot \varphi_{Ap}(\vec{R}) \end{aligned} \tag{16}$$

Pentru a scrie (16) am considerat procesele staţionare şi deci $\varphi_{An}(\vec{R})$ şi $\varphi_{Ap}(\vec{R})$ independente de timp.

Folosind (15) şi (16) putem scrie (14) sub forma:

$$\Gamma_{AB}(\vec{R})=\frac{\sqrt{\varphi_{Bn}(\vec{R})}}{\sqrt{\varphi_{An}(\vec{R})}}<e_{An}(\vec{R},t)\cdot e_{An}(\vec{R},t-\Delta t)+ \qquad (17)$$
$$+\frac{\sqrt{\varphi_{Bp}(\vec{R})}}{\sqrt{\varphi_{Ap}(\vec{R})}}<e_{Ap}(\vec{R},t)\cdot e_{Ap}(\vec{R},t-\Delta t)>\cos\alpha$$

Dacă radiaţia este nepolarizată

$$\varphi_{An}=\varphi_{Ap}=\frac{\varphi_A}{2},\qquad \varphi_{Bn}=\varphi_{Bp}=\frac{\varphi_B}{2} \qquad (18)$$

Funcţia de coerenţă temporală fiind determinată de compoziţia spectrală a radiaţiei şi cum compoziţia spectrală a componentelor normale şi paralele cu planul determinat de $\vec{k}_A$ şi $\vec{k}_B$ este aceeaşi, putem scrie:

$$\Gamma_A(\vec{R},\Delta t)=2<e_{An}(R,t)\cdot e_{An}(R,t-\Delta t)>= \qquad (19)$$
$$=2<e_{Ap}(\vec{R},t)\cdot e_{Ap}(R,t-\Delta t)>$$

Factorul 2 în (19) este introdus pentru ca $\Gamma_A(R,\Delta t)$ să corespundă cîmpului nepolarizat. Folosind (18) şi (19) putem scrie (17) sub forma:

$$\Gamma_{AB}(\vec{R})=\frac{1}{2}\frac{\sqrt{\varphi_B(R)}}{\sqrt{\varphi_A(\vec{R})}}\Gamma_A(\vec{R},\Delta t)(1+\cos\alpha)= \qquad (20)$$
$$=\frac{\sqrt{\varphi_A(R)}}{\sqrt{\varphi_A(\vec{R})}}\Gamma_A(\vec{R},\Delta t)\cdot\cos^2\frac{\alpha}{2}$$

Folosind (20) putem scrie (12) sub forma:

$$\varphi(\vec{R})=\varphi_A(\vec{R})+\varphi_B(\vec{R})+2\chi\frac{\sqrt{\varphi_B(\vec{R})}}{\sqrt{\varphi_A(\vec{R})}}\cdot\Gamma_A(\vec{R},\Delta t)\cdot\cos^2\frac{\alpha}{2} \qquad (21)$$

Formula (21) arată că prin măsurători în cîmpul de interferenţă asupra mărimilor $\varphi(\vec{R})$, $\varphi_A(\vec{R})$ şi $\varphi_B(\vec{R})$ în condiţiile în care $\cos^2\frac{\alpha}{2}\simeq 1$ pot fi determinate valorile funcţiei de coerenţă temporală $\Gamma_A(\vec{R},\Delta t)$ pentru diferite valori (Δt) În conformitate cu (21) în cazurile în care $\varphi_A(\vec{R})=\text{const}$, $\varphi_B(\vec{R})=\text{const}$. suprafeţele de nivel (1) se obţin în condiţia

$$\Delta t=\text{const}. \qquad (22)$$

Să admitem că drumul SAP presupune ca radiaţia să străbată drumurile geometrice $\Delta L_i(i=1,2,3,\ldots N_i)$ cu vitezele $v_i\left(v_i=\frac{n_1}{c}\right)$($n_i$ indicii de refracţie). În aceste condiţii timpul necesar ca radiaţia să ajungă din S în P este:

$$t_A = \sum_{i=1}^{N_i} t_i = \sum_{i=1}^{N_i} \frac{\Delta L_i}{v_i} = \frac{1}{c} \sum_{i=1}^{N_i} n_i \Delta L_i = \frac{(SAP)}{c} \tag{23}$$

unde (SAP) este drumul optic de la S la P pe drumul A.

În mod analog:

$$t_B = \frac{(SBP)}{c} \tag{24}$$

Din (23) și (24) rezultă:

$$\Delta t = \frac{(SBP)-(SAP)}{c} = \frac{\Delta_{AB}}{c} \tag{25}$$

unde Δ_{AB} este diferența de drum optic pentru drumurile B și A (Fig. 71).

Ținînd seama de (25) și (22) se poate afirma că suprafețele de nivel de densității de flux constante în cîmpul de interferență sînt locuri geometrice ale punctelor pentru care diferența de drum optic de la sursa S este constantă.

$$\Delta_{AB} = \text{const.} \tag{26}$$

9.3. Interferența a două fascicule de radiații optice armonice emise de o sursă punctiformă

Să admitem că radiația emisă de sursa S (Fig. 71) este armonică astfel că intensitatea cîmpului electric poate fi exprimată în cîmpul de interferență prin funcții de forma:

$$\vec{e}(\vec{R}\,.\,t) = \vec{E}(\vec{R})\,.\cos(\omega\,.\,t - \vec{k}\vec{R} + \varphi_0) \tag{27}$$

Pentru unde armonice folosind (27) putem scrie:

$$\Gamma_A(\vec{R}, \Delta t) = \langle e_A(\vec{R}, t)\,.\,\vec{e}_A(\vec{R}, t-\Delta t) = E_A^2(\vec{R}) \langle \cos(\omega\,.\,t - \vec{k}\,.\,\vec{R} + \Psi_0)$$

$$\cos\omega\,.\,(t-\Delta t) - \vec{k}\,.\,\vec{R} + \Psi_0) \rangle = \frac{E_A^2(\vec{R})}{2} \{ \langle \cos[2\,.\,(\omega\,.\,t - \vec{k}\,.\,\vec{R} + \Psi_0) - \omega\Delta t] + \cos\omega\,.\,\Delta t\} \tag{28}$$

Deoarece

$$\frac{E_A^2(\vec{R})}{2} = \frac{\varphi_A(\vec{R})}{\chi}, \qquad \langle \cos[2(\omega\,.\,t - \vec{k}\,.\,\vec{R} + \varphi_0) - \omega\,.\,\Delta t] \rangle = 0 \tag{29}$$

putem scrie (28) sub forma:

$$\Gamma_A(R, \Delta t) = \frac{\varphi_A(\vec{R})}{\chi} \cos\omega\,.\,\Delta t \tag{30}$$

Din (30) și (21) rezultă:

$$\varphi(\vec{R}) = \varphi_A(\vec{R}) + \varphi_B(\vec{R}) + 2\sqrt{\varphi_A(\vec{R})\,.\,\varphi_B(\vec{R})}\,.\cos^2\frac{\alpha}{2}\,.\cos\omega\,.\,\Delta t \tag{31}$$

α. Suprafețele de nivel de densitatea de flux constantă. Dacă în cîmpul de interferență în primă aproximație $\varphi_A(\vec{R}) = \text{const.}$ și $\varphi_B(\vec{R}) = \text{const.}$ în conformitate cu (25) și (31) suprafețele de nivel

$$\varphi(\vec{R}) = \text{const.} \tag{32}$$

sînt determinate în condiţiile

$$\omega \cdot \Delta t = \frac{\omega}{c} \Delta_{AB} = k_0 \cdot \Delta_{AB} = \text{const.} \tag{33}$$

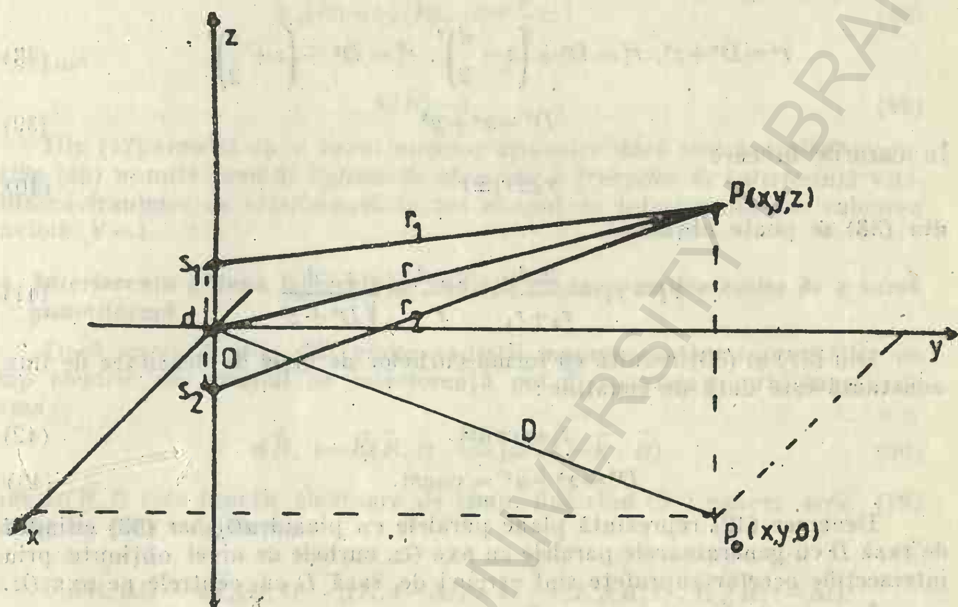


Fig. 72

Din (31) şi (33) rezultă că suprafeţele de nivel de densităţi de flux de valori extreme (maxime şi minime) sînt determinate prin mărimile:

$$\varphi_e(\vec{R}) = \varphi_A(\vec{R}) + \varphi_B(\vec{R}) \pm 2\sqrt{\varphi_A(\vec{R}) \cdot \varphi_B(\vec{R})} \cdot \cos^2 \frac{\alpha}{2} \tag{34}$$

$$k_0 \cdot \Delta_{AB} = m\pi \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots) \tag{35}$$

În (35) valorile pare $[m = 2p]$ corespund densităţilor de flux maxime $\varphi_M(\vec{R})$ $[e = M$ în (34)] iar valorile impare $[m = (2p+1)]$ corespund valorilor minime $\varphi_m(\vec{R})$ $[e = m$ în (34)]. Deoarece $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$ condiţiile (35) pot fi scrise şi sub forma:

$$\Delta_{AB} = m \frac{\lambda_0}{2} \tag{36}$$

Să admitem că divizarea fasciculului emis de sursa S (Fig. 71) se realizează astfel încît fasciculele care parcurg drumurile A şi respectiv B în cîmpul de interferenţă sînt omocentrice cu focarele în punctele S_1 $(0, 0, d/2)$, $S_2(0, 0, -d/2)$ (Fig. 72). Dacă pentru punctele S_1 şi S_2 diferenţa de fază este nulă atunci în conformitate cu Fig. 72 condiţia (36) poate fi scrisă sub forma:

$$\Delta_{AB}=n(r_2-r_1)=m\frac{\lambda_0}{2}\tag{37}$$

unde n este indicele de refracţie al substanţei în care se află cîmpul de interferenţă. Din Fig. 72 rezultă :

$$r^2=D^2+z^2,\ r_1^2=D^2+\left(z-\frac{d}{2}\right)^2,\ r_2^2=D^2+\left(z+\frac{d}{2}\right)^2\tag{38}$$

$$D^2=x^2+y^2\tag{39}$$

În cazurile în care

$$r_2\simeq r_1\simeq r\tag{40}$$

din (38) se poate obţine :

$$r_2-r_1=\frac{2zd}{r_2+r_1}=\frac{z\cdot d}{r}=\frac{z\cdot d}{\sqrt{D^2+z^2}}\tag{41}$$

Din (37) şi (33) rezultă că forma curbelor de nivel de densitate de flux constantă este dată de ecuaţiile :

$$z=\text{const.}\tag{42}$$

$$D^2=x^2+y^2=\text{const.}\tag{43}$$

Deoarece (42) reprezintă plane paralele cu planul xOy iar (53) cilindrii de rază D cu generatoarele paralele cu axa Oz, curbele de nivel obţinute prin intersecţiile acestor suprafeţe sînt cercuri de rază D cu centrele pe axa Oz.

În cazurile în care :

$$D>>z\tag{44}$$

din (37) şi (41) se obţine în primă aproximaţie :

$$\frac{z_m\cdot d}{D}=m\frac{\lambda_0}{2\cdot n}\tag{45}$$

Formula (43) arată că la distanţa D de focarele S_1 şi S_2 în apropierea planului xOy maximele şi minimele de densitate de flux în cîmpul de interferenţă sînt în primă aproximaţie segmente de dreaptă $z_m=\text{const.}$ Ţinînd seama de (43) interfranja pe o suprafaţă $D=\text{const.}$ este :

$$i=z_{p+1}-z_p=\frac{D}{d}\frac{\lambda_0}{n}\tag{44'}$$

În cazurile în care

$$z>>D\tag{45'}$$

din (41) şi (37) rezultă în primă aproximaţie că franjele de interferenţă pe un plan $z=\text{const.}$ sînt cercuri de rază

$$D_m=z\cdot\sqrt{2\left(1-\frac{m\cdot\lambda_0}{2\cdot n\cdot d}\right)}\tag{46}$$

β. *Vizibilitatea franjelor de interferenţă.* Din (34) şi (2) rezultă :

$$V(R)=\frac{2\sqrt{\varphi_A(\vec{R})\,.\,\varphi_B(\vec{R})}}{\varphi_A(\vec{R})+\varphi_B(\vec{R})}\cos^2\frac{\alpha}{2} \tag{47}$$

Din (47) în condițiile

$$\varphi_A(\vec{R})=\varphi_B(\vec{R}),\quad \cos\frac{\alpha}{2}\simeq 1 \tag{48}$$

se obține

$$V(\vec{R})=1 \tag{49}$$

Din (47) rezultă că în cazul undelor armonice dacă sînt îndeplinite condițiile (48) numite *condiții optime de observare a franjelor de interferență* vizibilitatea franjelor de interferență în tot cîmpul de interferență are valoarea maximă $V=1$.

9.4. Interferența a două fascicule de radiații monocromatice emise de o sursă punctiformă

Dacă sursa S (Fig. 72) emite radiații monocromatice, intensitățile de cîmp electric din cîmpul de interferență pot fi exprimate prin funcții de forma :

$$e(\vec{R},t)=\vec{E}(\vec{R},t)\,.\,\cos(\omega\,.\,t-\vec{k}\,.\,\vec{R}) \tag{50}$$

unde $\vec{E}(\vec{R},t)$ este funcție aleatoare de timp. Folosind (50) putem scrie (19) analog cu (28) sub forma :

$$\Gamma_A(\vec{R},\Delta t)=\langle\vec{e}_A(\vec{R},t)\,.\,\vec{e}_A(\vec{R},t-\Delta t)\rangle=\frac{1}{2}\langle E_A(\vec{R},t)\,.\,\vec{E}_A(\vec{R},t-\Delta t).$$

$$.\cos[(2\omega t-\vec{k}\vec{R})-\omega\,.\,\Delta t]\rangle+\frac{1}{2}\langle\vec{E}_A(\vec{R},t)\,.\,\vec{E}_A(\vec{R},t-\Delta t)\;.\cos\omega\,.\,\Delta t \tag{51}$$

În (51) avem :

$$\langle\vec{E}_A(\vec{R},t)\,.\,\vec{E}_A(\vec{R},t-\Delta t)\,.\cos\,[2(\omega\,.\,t-\vec{k}\,.\,\vec{R})-\omega\,.\,\Delta t]\rangle=0 \tag{52}$$

și deci

$$\Gamma_A(\vec{R},\Delta t)=\frac{1}{2}\langle\vec{E}_A(\vec{R},t)\,.\,\vec{E}_A(\vec{R},t-\Delta t)\rangle\,.\cos\,\omega\,.\,\Delta t \tag{53}$$

Deoarece (53) este de forma [2.5 (123)], folosind [2.5 (125)] sub forma :

$$\Gamma_A^0(\vec{R},\Delta t)=\gamma(\Delta t)\,.\,\Gamma_A(\vec{R},0) \tag{54}$$

unde în conformitate cu (51) și (53) (în condiția $\Delta t=0$)

$$\Gamma_A^0(\vec{R},0)=\frac{1}{2}\langle E_A^2(\vec{R},t)\rangle=\frac{1}{\chi}\varphi_A(\vec{R}) \tag{55}$$

putem scrie (21) sub forma :

$$\varphi(\vec{R})=\varphi_A(\vec{R})+\varphi_B(\vec{R})+2\sqrt{\varphi_A(\vec{R})\,.\,\varphi_B(\vec{R})}\,.\,\gamma_{11}(\Delta t)\,.\cos^2\frac{\alpha}{2}\,.\cos\omega\,.\,\Delta t \tag{56}$$

α. *Suprafețele de nivel de densitate de flux constantă.* Dacă în cîmpul de interferență $\varphi_A(\vec{R}) = \text{const.}$, $\varphi_B(\vec{R}) = \text{const.}$ din (56) rezultă că suprafețele de nivel

$$\varphi(\vec{R}) = \text{const.} \tag{57}$$

se obțin în condițiile:

$$\Delta t = \text{const.} \tag{58}$$

Din (58) și (33) rezultă că în cazul radiațiilor monocromatice, franjele de interferență (dacă fasciculele au aceeași structură geometrică) au aceeași formă ca și în cazul undelor electromagnetice armonice.

β. *Vizibilitatea franjelor de interferență.* În conformitate cu (56) valorile extreme ale densităților de flux sînt determinate de mărimile

$$\varphi_e(\vec{R}) = \varphi_A(\vec{R}) + \varphi_B(\vec{R}) \pm 2 \cdot \sqrt{\varphi_A(\vec{R}) \cdot \varphi_B(\vec{R})} \cdot \gamma_{11}(\Delta t) \cdot \cos^2\frac{\alpha}{2} \tag{59}$$

$$\omega \cdot \Delta t = m \cdot \pi, \quad \Delta_{AB} = m\frac{\lambda_0}{2} \tag{60}$$

Folosind (59) și (2) putem scrie:

$$V(R) = \frac{2\sqrt{\varphi_A(\vec{R}) \cdot \varphi_B(\vec{R})}}{\varphi_A(\vec{R}) + \varphi_B(\vec{R})} \cdot \gamma_{11}(\Delta t) \cdot \cos^2\frac{\alpha}{2} \tag{61}$$

În condițiile optime de observare a franjelor de interferență (v. 48) din (61) se obține:

$$V(\vec{R}) = \gamma_{11}(\Delta t) \tag{62}$$

În conformitate cu (62) în condițiile optime de observare a franjelor vizibilitatea franjelor (2) este egală cu gradul de coerență temporală a radiațiilor care interferă. Această caracteristică a procesului de interferență a fost stabilită de F. Zernike în 1938. În aceste condiții gradul de coerență temporală poate fi determinat experimental prin determinarea vizibilității franjelor în baza formulei (2).

Am arătat în (2.5 b) că radiația monocromatică are compoziția spectrală care poate fi exprimată prin funcția [2.5 (104)] unde $F(u)$ este funcția de fantă.

În aceste condiții putem obține (59) integrînd (31) pentru toate frecvențele conținute în radiația monocromatică luată în considerare și se obține:

$$\varphi(\vec{R}) = \varphi_A(\vec{R}) + \varphi_B(\vec{R}) + 2 \cdot \cos^2\frac{\alpha}{2}\int_0^\infty \sqrt{\varphi_A(\vec{R}, \nu) \cdot \varphi_B(\vec{R}, \nu)} \cdot \cos \omega \cdot \Delta t . d\nu \tag{63}$$

unde

$$\varphi_A(\vec{R}) = \int_0^\infty \varphi_A(\vec{R}, \nu) \cdot d\nu\,; \quad \varphi_B(\vec{R}) = \int_0^\infty \varphi_B(\vec{R}, \nu) \cdot d\nu \tag{64}$$

Pentru radiații monocromatice, considerînd în primă aproximație.

$$\varphi_A(\vec{R}) = \varphi_A(\vec{R}, \nu) \cdot \Delta\nu_s, \quad \varphi_B(\vec{R}) = \varphi_B(\vec{R}, \nu) \cdot \Delta\nu_s \tag{65}$$

unde $\Delta\nu_s = \nu_2 - \nu_1$ este semilățimea spectrală a radiației, putem scrie:

$$\int_0^\infty \sqrt{\varphi_A(\vec{R}, \nu) \cdot \varphi_B(\vec{R}, \nu)} \cdot \cos \omega\Delta t \cdot d\nu = \frac{\sqrt{\varphi_A(\vec{R}) \cdot \varphi_B(\vec{R})}}{\Delta\nu_s} \int_{\nu_1}^{\nu_2} \cos \omega \cdot \Delta t \cdot d\nu =$$

$$\frac{\sqrt{\varphi_A(\vec{R}) \cdot \varphi_B(\vec{R})}}{\Delta\nu_s} \frac{(\sin \omega_2\Delta t - \sin \omega_1 \cdot \Delta t)}{2\pi\Delta t} = \tag{66}$$

$$= \sqrt{\varphi_A(\vec{R}) \cdot \varphi_B(\vec{R})} \frac{\sin \pi\Delta\nu_s \cdot \Delta t}{\pi\Delta\nu_s \cdot \Delta t} \cos 2\pi\nu \cdot \Delta t$$

Folosind (66) putem scrie (63) sub forma:

$$\varphi(\vec{R}) = \varphi_A(\vec{R}) + \varphi_B(\vec{R}) + 2\sqrt{\varphi_A(\vec{R}) \cdot \varphi_B(\vec{R})} \cdot F(u) \cdot \cos^2 \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \omega \cdot \Delta t \tag{67}$$

unde

$$F(u) = \frac{\sin u}{u}; \quad u = \pi \cdot \Delta\nu_s \cdot \Delta t \tag{68}$$

Din (67), (58) și (56) rezultă:

$$V(\vec{R}) = \gamma_{11}(\Delta t) = \frac{\sin u}{u} \tag{69}$$

În aceste condiții avem:

$$V = 1 \text{ dacă } u = 0,\ \Delta t = 0 \tag{70}$$

$$V = 0 \text{ dacă } u = \pi,\ \Delta t_M = \frac{1}{\Delta\nu_s} = \tau \tag{71}$$

unde [2.5. b] τ este durata grupurilor de unde care compun radiația monocromatică și totodată durata de coerență a radiației. Date fiind (71), folosind (60) putem scrie: m_M = ordin max.

$$\Delta_M = m_M \frac{\lambda_0}{2}, \quad \omega \cdot \Delta t_M = \omega \cdot \tau = m_M \cdot \pi \tag{72}$$

Formulele (72) arată că există o diferență de drum optic maxim Δ_M care reprezintă limita superioară a diferențelor de drum optic pentru care se pot obține franje de interferență. În baza formulelor (72) se poate defini ordinul de interferență maxim cu ajutorul căruia se poate determina τ. Toate aceste mărimi precum și lungimea de coerență

$$\Delta L_0 = c \cdot \tau \tag{73}$$

sînt legate de semilățimea spectrală a radiației monocromatice și pot fi determinate prin fenomenul de interferență a radiațiilor optice. Deoarece:

$$\Delta\nu = \frac{c \cdot \Delta\lambda_0}{\lambda_0^2} \tag{74}$$

pentru ca să se obțină franje de interferență trebuie să fie îndeplinite condițiile:

$$\Delta \leqslant \Delta_M = c \cdot \tau = c \frac{1}{\Delta\nu_s} = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda_s}. \tag{75}$$

Astfel pentru radiația monocromatică $\lambda_0=500$ nm și $\Delta\lambda_s=0{,}1$ nm (valori întîlnite la radiațiile emise de gaze atomice) se obține $\Delta_M=0{,}5$ mm $m_M=5000$. Rezultă că pentru astfel de radiații se pot obține $N_M=2\,m_M+1=10001$ franje de interferență.

Pentru $\Delta\nu_s=25$ nm, $\Delta_M=10\,\mu m$, $N=41$ franje.

9.5. Interferența a două fascicule de radiații optice emise de o sursă de suprafață finită

Să admitem că o sursă de radiații optice de suprafață S (Fig. 73) emite din fiecare punct S radiații care ajung în punctul $P(R)$ din cîmpul de interferență pe două căi : SAP și SBP. Să admitem că radiațiile emise din vecinătatea punctului S sînt total necoerente față de radiațiile emise din celelalte puncte ale sursei. În aceste condiții, ținînd seama de (10) dacă sursa are luminanță constantă pe toată suprafața ei putem scrie :

$$\varphi_A(\vec{R},\nu)=A\,.\,\varphi_A(\vec{R},\nu)\,.\,\Delta S\,;\quad \varphi_B(\vec{R},\nu)=A\,.\,\varphi'(\vec{R},\nu)\Delta S \tag{76}$$

Dacă radiațiile emise din fiecare punct al sursei sînt armonice de aceeași frecvență folosind $\left(\cos\frac{\alpha}{2}\simeq 1\right)$ (3) și (33) și (76) putem scrie :

$$\varphi(\vec{R},\ \nu)=\varphi_A(\vec{R},\nu)+\varphi_B(\vec{R},\nu)+2.\,\mathcal{J}(\nu)\sqrt{\varphi_A(\vec{R}\,.\,\nu)\,.\,\varphi_B(\vec{R}\,.\,\nu)} \tag{77}$$

unde

$$\mathcal{J}(\nu)=\frac{1}{\Delta S}\int_{\Delta S}\cos\frac{2\pi}{\lambda_0}\Delta\,.\,dS \tag{78}$$

Pentru a calcula mărimea $\mathcal{J}(\nu)$ trebuie să se cunoască forma sursei și forma concretă a mărimii Δ funcție de coordonatele punctului S (Fig. 73)

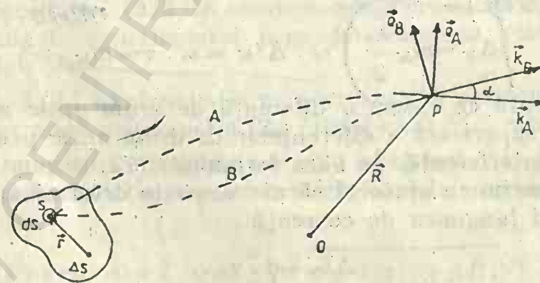


Fig. 73

Pentru radiații monocromatice procedînd ca în cazul formulelor (63) (64) și (65) putem obține din (76) formula :

$$\varphi(\vec{R})=\varphi_A(\vec{R})+\varphi_B(\vec{R})+2\sqrt{\varphi_A(\vec{R})\,.\,\varphi_B(\vec{R})}\int_{\nu_1}^{\nu_2}\mathcal{J}(\nu)\,.\,d\nu \tag{79}$$

9.6. Experimente de interferenţă a radiaţiilor optice

Există un număr mare de experimente în care se poate realiza interferenţa radiaţiilor optice astfel încît să se obţină franje de interferenţă. Vom prezenta în cele ce urmează numai trei astfel de experimente.

a. *Experimentul Young.* Primul experiment în care au fost obţinute franje de interferenţă a fost realizat de T. Young (1802). Dispozitivul experimental folosit de Young este prezentat schematic în Fig. 74. Să admitem că sursa este plană ortogonală la axa Oy. Din fiecare punct al ei $S(x_s, y_s, z_s)$ ajung în cîmpul de interferenţă în punctul $P(x, y, z)$ radiaţii prin orificiile $0_1\left(0,\ 0,\ \frac{d}{2}\right)$ şi $0_2\left(0,\ 0,\ -\frac{d}{2}\right)$ dintr-un ecran opac e infinit care coincide cu planul xOz. Folosind formula (41) putem scrie:

$$\Delta = n(r_2 - r_1) + n(s_2 - s_1) = n\left[\frac{z \cdot d}{\sqrt{D^2+z^2}} + \frac{z_s \cdot d}{\sqrt{D_s^2+z_s^2}}\right] \tag{80}$$

În cazurile în care sînt îndeplinite condiţiile

$$D >> z \quad D_s >> z_s \tag{81}$$

din (80) se poate obţine în primă aproximaţie

$$\Delta\Psi = \frac{2\pi\Delta}{\lambda_0} = \frac{2\pi}{\lambda_0} n \frac{d}{D} z + \frac{2\pi}{\lambda_0} n \frac{d}{D_s} z_s = A + Bz_s \tag{82}$$

unde

$$A = \frac{2\pi}{\lambda_0} n \frac{d}{D} z, \quad B = \frac{2\pi}{\lambda_0} n \frac{d}{D_s} \tag{83}$$

Folosind (82) putem scrie (78) sub forma:

$$\mathcal{J}(\nu) = \frac{1}{\Delta S}\int_{\Delta S} \cos(A + Bz_s)dS \tag{84}$$

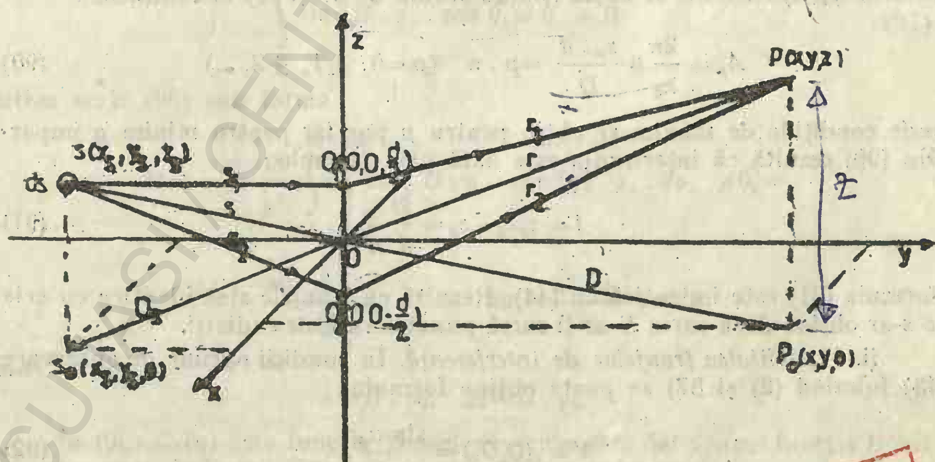


Fig. 74

α. *Sursă dreptunghiulară.* Dacă sursa este de formă dreptunghiulară centrată pe axa Oy cu laturile paralele cu axele Oz și Ox și de lungimi z_0 și respectiv x_0 putem scrie:

$$\Delta S = x_0 \cdot z_0, \quad dS = dx_s \cdot dz_s \tag{85}$$

Folosind (85) putem scrie (84) sub froma:

$$\mathcal{J}(\nu) = \frac{1}{x_0 \cdot z_0} \int_{-\frac{x_0}{2}}^{+\frac{x_0}{2}} \int_{-\frac{z_0}{2}}^{+\frac{z_0}{2}} \cos(A + Bz_s) dx_s \cdot dz_s \tag{86}$$

$$= \frac{1}{z_0} \int_{-\frac{z_0}{2}}^{+\frac{z_0}{2}} \cos(A + Bz_s) \cdot dz_s = \cos A \frac{\sin \frac{B \cdot z_0}{2}}{\frac{B \cdot z_0}{2}} \tag{86}$$

Folosind (86) putem scrie (77) sub forma:

$$\varphi(\vec{R}, \nu) = \varphi_A(\vec{R}, \nu) + \varphi_B(\vec{R}, \nu) + 2\sqrt{\varphi_A(\vec{R}, \nu) \cdot \varphi_B(\vec{R}, \nu)} \cdot \frac{\sin u_0}{u_0} \cos A \tag{87}$$

unde ținînd seama de (83)

$$u_0 = \frac{B \cdot z_0}{2} = \frac{\pi}{\lambda_0} \cdot n \cdot \frac{d}{D_s} \cdot z_0 \tag{88}$$

i. *Suprafețele de nivel de densitate de flux constantă.* În conformitate cu (87) suprafețele de nivel de densitate de flux constantă se obțin în condiția

$$A = \text{const.} \tag{89}$$

Valorile $\varphi_e(R)$ extreme se obțin (ținînd seama de 87 și 83) în condițiile:

$$A_p = \frac{2\pi}{\lambda_0} n \frac{z_p \cdot d}{D} = p \cdot \pi \quad (p = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots) \tag{90}$$

unde condițiile de maxim se obțin pentru p par iar pentru minim p impar. Din (90) rezultă că interfranja este dată prin formula:

$$i = z_{p+1} - z_p = \frac{D}{d} \frac{\lambda_0}{n} \tag{91}$$

Formula (91) este indentică cu (44). Rezultă că franjele sînt identice cu cele ce s-ar obține dacă sursa S ar fi sursă punctiformă de radiații.

ii. *Vizibilitatea franjelor de interferență.* În condiții optime de observare (48) folosind (2) și 87) se poate obține formula:

$$V = \gamma(O_1 O_2) = \frac{\sin u_0}{u_0} \tag{92}$$

unde $\gamma(O_1O_2)$ este gradul de coerență a radiațiilor optice care interferă [v. (62)]. Ținînd seama de faptul că formula (87) este obținută pentru radiații armonice pentru care $\gamma_{11}(\Delta l)=1$ [v. (49)] și că pentru $z=0$ drumurile optice de la O_1 la O_2 la planul xOy sînt egale $[\gamma_{11}(0)=1]\gamma(O_1O_2)$ pentru puncte din vecinătatea planului xOy exprimă gradul de coerență spațială a intensităților de cîmp care acționează simultan în punctele O_1 și O_2. Din (92) și (88) rezultă că gradul de coerență spațială pentru punctele O_1 și O_2 depinde de lățimea z_0 a sursei (prin mărimea u_0), Din tabelul I și formulele (88) și (92) se pot obține următoarele date :

$$u_0 \simeq \frac{1}{4}\pi, \quad V=\gamma(O_1,O_2)\simeq 0{,}88, \quad z_0=\frac{D_0}{4d}\frac{\lambda_0}{n} \tag{93}$$

$$u_0=\pi, \quad V=\gamma(O_1O_2)=0, \quad (z_0)_M=\frac{D_s}{d}\frac{\lambda_0}{n} \tag{94}$$

Din cele prezentate mai sus rezultă că pentru a obține franje de interferență cu vizibilitate bună ($V\simeq 0{,}88$) în cazul dispozitivului Young se poate folosi în calitate de sursă o fantă de lățime mică (93). Astfel dacă $\mathcal{D}_s=10$ cm, $d=1$ mm pentru $\lambda=500$ nm în aer $n=1$ pentru a se obține $V=0{,}88$ trebuie ca $z_0=0{,}013$ mm. In acest caz dacă $(z_0)_M=0{,}05$ mm vizibilitatea franjelor este de valoare zero [v. (94)].

β. Sursă circulară. Dacă sursa este plană circulară centrată pe axa Oy (Fig. 74) de rază ρ_0 folosind coordonate polare ρ_s, θ_s putem scrie

$$z_s=\rho_s \cdot \cos\theta_s, \quad \Delta S=\pi\cdot\rho_0^2, \quad dS=\rho_s\cdot d\rho_s\cdot d\theta_s \tag{95}$$

Folosind (95) putem scrie (84) sub forma :

$$I(\nu)=\frac{1}{\pi\rho_0^2}\int_0^{\rho_0}\int_0^{2\pi}\cos(A+B\cdot\rho_s\cdot\cos\theta_s)\rho_s\cdot d\rho_s\cdot d\theta_s \tag{96}$$

Deoarece :

$$\int_0^{2\pi}\sin(B\cdot\rho_s\cdot\cos\theta_s)d\,\theta_s=0 \tag{97}$$

putem scrie (96) sub forma :

$$I(\nu)=\frac{\cos A}{\pi\cdot\rho^2}\cdot\int_0^{\rho_0}\int_0^{2\pi}\cos(B\cdot\rho_s\cdot\cos\theta_s)\cdot\rho_s\cdot d\rho_s\cdot d\theta_s=$$
$$=\frac{\cos A}{\pi\cdot u_0^2}\int_0^{u_0}\mathcal{J}_0(u)\cdot u\cdot du=\frac{2I_1(u_0)}{u_0}\cos A \tag{98}$$

unde

$$u=B\cdot\rho_s, \quad u_0=B\cdot\rho_0 \tag{99}$$

În (98) $\mathcal{J}_0(u)$ este funcția Bessel de ordin zero iar $\mathcal{J}_1(u_0)$ funcția Besel de ordin unu. Folosind (98) putem scrie (77) sub forma :

$$\varphi(R, \nu)=\varphi_A(\vec{R}, \nu)+\varphi_B(\vec{R}, \nu)+2\sqrt{\varphi_A(\vec{R}, \nu) \cdot \varphi_B(\vec{R}, \nu)} \cdot \frac{2\mathcal{J}_1(u_0)}{u_0} \cos A \quad (100)$$

i. *Suprafețele de nivel de densitate de flux constantă.* În conformitate cu (100), (98) și (83) suprafețele de nivel de densitate de flux constantă se obțin în condiția (89) și au deci aceeași formă ca și în cazul sursei dreptunghiulare. Rezultă de asemenea că interfranja este exprimată și în acest caz prin formula (91).

ii. *Vizibilitatea franjelor de interferență.* În condițiile optime (48) de observare a franjelor folosind (2) și (100) se poate obține:

$$V=\gamma(O_1, O_2)=\frac{2 \cdot \mathcal{J}_1(u_0)}{u_0} \quad (101)$$

În conformitate cu (98) și (83)

$$u_0=\frac{2 \cdot \pi}{\lambda_0} n \frac{d}{D_s} \rho_0 \quad (102)$$

Din (102) și (101) rezultă că gradul de coerență spațială $\gamma(O_1O_2)$ al intensităților de cîmp care acționează simultan în punctele O_1 și O_2 măsurat prin vizibilitatea franjelor de interferență în vecinătatea planelor xOy, $(O_1P=O_2P)$ depinde de raza sursei de radiații optice.

În tabelul XV sînt date cîteva valori ale funcției $2 \cdot \mathcal{J}_1(u_0)/u_0$. Din acest tabel și formulele (101) și (102) rezultă:

$$u_0=1, \quad V=\gamma(O_1O_2)=0{,}88, \quad \rho_0=\frac{D_s}{d} \frac{\lambda_0}{2 \cdot \pi \cdot n} \quad (103)$$

$$u_0=3{,}832, \quad V=(O_1O_2)=0 \quad \rho_{0M}=0{,}61 \frac{D_s}{d} \frac{\lambda_0}{n} \quad (104)$$

TABELUL XV

u_0	$\frac{2\mathcal{J}_1(u_0)}{u_0}$	u_0	$\frac{2\mathcal{J}_1(u_0)}{u_0}$	u_0	$\frac{2\mathcal{J}_1(u_0)}{u_0}$
0,000	+1,000	3,832	0,000	7,015	0,000
0,500	+0,969	5,000	−0,131	8,000	+0,059
1,000	+0,880	5,136	−0,132	8,417	+0,064
2,000	+0,577	6,000	−0,092	9,000	+0,055
3,000	+0,226			10,173	0,000

b. *Interferometrul stelar Michelson.* Franjele de interferență obținute pentru surse circulare (v. 86γ, α) pot fi folosite pentru determinarea diametrului unghiular al stelelor. Dispozitivul propus de Michelson pentru a realiza acest lucru este prezentat schematic în Fig. 75. El este format dintr-un ecran Young *e*, astfel realizat încît distanța dintre orificiile (sau fantele) O_1 și O_2

să fie variabilă. Sursa de radiații este steaua pentru care se intenționează determinarea diametrului unghiular:

$$\varepsilon = \frac{2 \cdot \rho_0}{D_s} \qquad (105)$$

unde ρ_0 este raza stelei iar D_s distanța de la stea la pămînt. Oglinzile M_1, M_2, M_1', M_2' au rolul de a dirija radiațiile spre luneta formată din lentilele L_1 și L_2. Dispozitivul este astfel orientat încît să se obțină în planul $\pi_{F_1'}'$, sistemul de franje de interferență produs de radiații emise de stea și care ajung în acest plan prin orificiile O_1 și O_2. Observatorul privește planul $\pi_{F_1'}'$, prin L_2 și un filtru verde, în vecinătatea franjei de ordin zero.

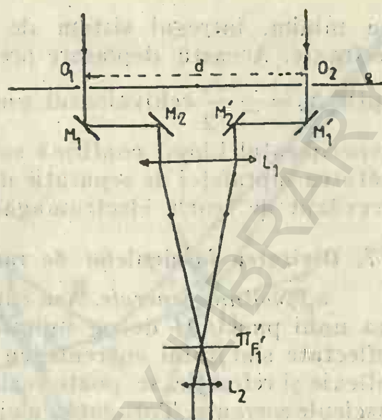


Fig. 75

Dacă se modifică d pînă cînd vizibilitatea în vecinătatea franjei de ordin zero este egală cu zero pentru valoarea d obținută în acest fel se poate folosi relația (104) care poate fi scrisă sub forma:

$$\varepsilon = \frac{2 \cdot \rho_{0M}}{D_s} = \frac{1{,}22}{d} \cdot \lambda_v \qquad (106)$$

unde λ_v este lungimea de undă de bază a radiației monocromatice transmisă de filtru.

Utilizînd acest procedeu, Michelson a determinat diametrul unghiular pentru un număr mare de stele. El a obținut valori inferioare valorii $\varepsilon = 0{,}05''$. Pentru această valoare $d = 270$ cm. În aceste condiții dacă luneta are obiectivul de diametru mai mic decît d sînt necesare în dispozitiv oglinzile $M_1 M_2 M_1'$ și M_2'.

c. *Experimentul Lloyd.* În experimentul de interferență a radiațiilor optice elaborat de H. Lloyd (1839) pentru a obține un cîmp de interferență este utilizată oglinda plană din substanță dielectrică O_1O_2 (Fig. 76). Într-un punct P din cîmpul de interferență ajung radiații emise de sursa S pe două căi: calea SP și SIP. Deoarece dacă S' este focarul fasciculului reflectat pe oglinda O_1O_2 atunci $SI = S'I$ și putem scrie:

$$\Delta = n(SIP) - n(SP) = n(r_2 - r_1) \qquad (107)$$

Dacă sursa este punctiformă ținînd seama de (107), condiția de valori extreme ale densităților de flux este (37). Pentru radiații monocromatice franjele de interferență la nivelul planului π (Fig. 76) trebuie să fie de forma unor segmente de dreaptă paralele cu planul oglinzii.

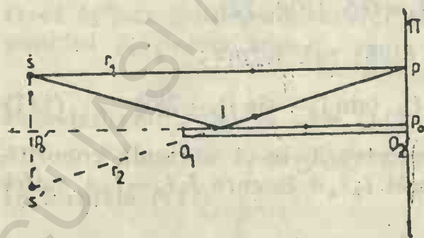


Fig. 76

În conformitate cu (107) maximul de ordin zero ($r_2 = r_1$) trebuie să treacă prin punctul P_0 (Fig. 76). Experimentul realizat a arătat însă că în vecinătatea planului oglinzii (punctul P_0) se formează

un minim, întregul sistem de franje fiind deplasat cu o jumătate de interfranje. Această deplasare presupune introducerea unei diferențe de drum optic $\Delta_s = \pm \frac{\lambda_0}{2}$ echivalentul unei diferențe de fază $\Delta\psi_s = \pm \pi$. În acest fel experimentul Lloyd confirmă saltul de fază în procesul de reflexie în vecinătatea suprafeței de separație dintre două substanțe dielectrice dacă $(n_1 < n_2)$ prevăzut de teoria electromagnetică a radiațiilor optice.

9.7. Divizarea fasciculelor de radiații optice prin reflexie și refracție

a. *Noțiuni generale.* Așa cum rezultă din [3.1. (567) și (564)] în vecinătatea unui punct M de pe suprafața de separație a două substanțe radiațiile reflectate sînt total coerente cu radiațiile transmise. În aceste condiții prin reflexie și refracție se poate realiza divizarea fasciculelor de radiații optice în fascicule coerente. Totodată cu ajutorul unui strat de substanță pot fi realizate condițiile ca radiațiile generate într-un punct din sursă să ajungă pe două căi în cîmpul de interferență. În acest scop se poate folosi un strat de substanță transparentă. În Fig. 77 este reprezentat schematic printr-o secțiune normală un strat de substanță cu suprafețele de separație plane π_1 și π_2. Suprafețele π_1 și π_2 formează un unghi diedru α. Substanțele care formează sistemul optic au indicii de refracție n_1, n_2 și $n_3 = n_1$. De la sursa punctiformă S într-un punct P, datorită reflexiei pe suprafețele π_1 și π_2 pot ajunge radiații pe două căi : SI_xP și SI_2P. Densitatea de flux în punctul P depinde [v. (24) și (26)] de diferența de drum optic pentru aceste căi. Din Fig. 77 rezultă :

$$\Delta = (SI_2P) - (SI_xP) = n_1 SI_1 + n_2(I_1I_2 + I_2I_3) + n_1 I_3P - \\ - n_1(SI_x + I_xP) = n_2(I_1I_2 + I_2I_3) - n_1(SI_x - SI_1) - n_1(PI_x - PI_3). \tag{108}$$

Dacă BI_1 este un arc de cerc cu centrul în S iar CI_3 un arc de cerc cu centrul în P, atunci în primă aproximație I_1BI_x și I_3CI_x sînt triunghiuri dreptunghice și putem scrie :

$$SI_x - SI_1 = BI_x = I_1I_x \cdot \sin i_1 = (I_1I_3 - I_3I_x) \cdot \sin i_1 \\ PI_x - PI_3 = CI_x = I_3I_x \cdot \sin i_3 \tag{109}$$

În conformitate cu legea refracției

$$n_1 \cdot \sin i_1 = n_2 \cdot \sin i_2 \\ n_1 \cdot \sin i_3 = n_2 \cdot \sin (i_2 \pm 2\alpha) \tag{110}$$

În (110) semnul (+) corespunde la punctele de incidență pentru care $OI_1 > ON$ iar semnul (−) pentru cazurile în care $OI_1 < ON$ (Fig. 77).

Folosind (109) și (110), putem scrie (108) sub forma :

$$\Delta = n_2(I_1I_2 + I_2I_3 - I_1I_3 \cdot \sin i_2) + n_2I_3I_x \cdot (\sin i_2 - \sin (i_2 \pm 2\alpha)) \tag{111}$$

Dacă prelungim segmentul I_1I_2 pînă intersectează în A normala coborîtă din I_3 pe planul π_2 obținem triunghiul isoscel I_3I_2A în care $I_2I_3 = I_2A$ astfel că putem scrie :

$$I_1I_2 + I_2I_3 = I_1A \tag{112}$$

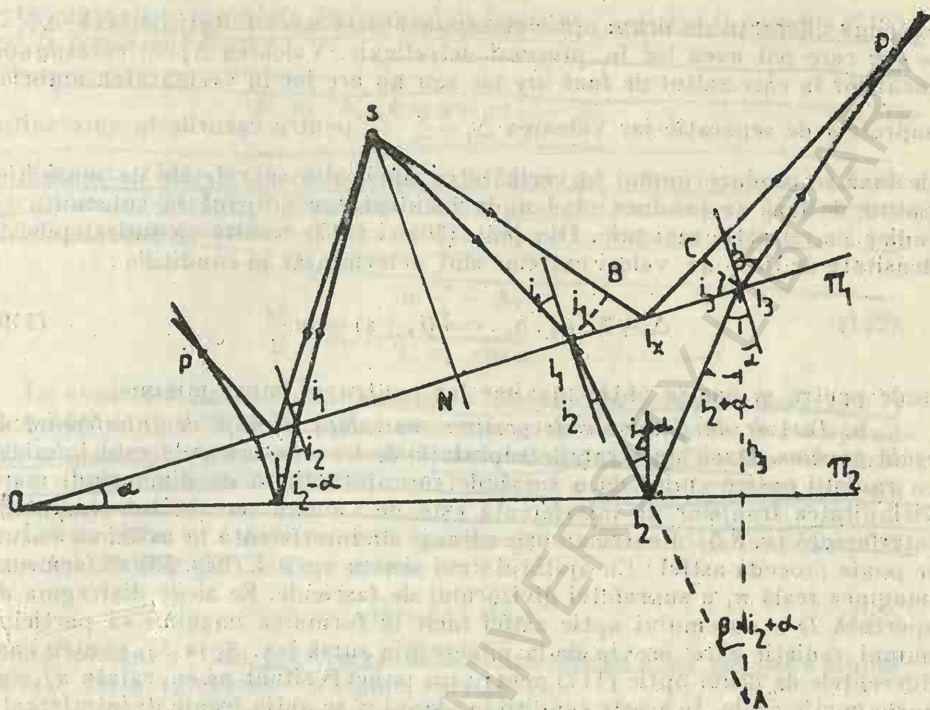


Fig. 77

Din triunghiul I_1AI_3 folosind teorema sinusurilor putem scrie:

$$\frac{I_1A}{\cos\alpha}=\frac{I_1I_3}{\sin(i_2\pm\alpha)}=\frac{2\,h_3}{\cos i_2} \tag{113}$$

Folosind (112) şi (113) putem scrie:

$$I_1I_2+I_2I_3-I_1I_3\,.\,\sin i_2=\frac{2\,h_3}{\cos i_2}\,[\cos\alpha-\sin i_2\,.\,\sin(i_2\pm\alpha)]=2\,.\,h_3\,.\,\cos(i_2\pm\alpha) \tag{114}$$

Din (111) şi (114) se poate obţine:

$$\Delta=2n_2\,.\,\cos(i_2\pm\alpha)\,(h_3\pm I_3I_x\sin\alpha) \tag{115}$$

Dacă h_3 este grosimea stratului de substanţă pentru punctul i_3 iar h_x pentru punctul I_x putem scrie:

$$h_3-h_x=I_xI_3\,.\,\sin\alpha \tag{116}$$

Folosind (116), putem scrie (115) sub forma:

$$\Delta=2\,.\,n_2\,.\,h_x\,.\,\cos(i_2\pm\alpha)\pm\Delta_s \tag{117}$$

În formula (117)

$$\Delta_s=0,\quad\pm\frac{\lambda_0}{2} \tag{118}$$

exprimă diferența de drum optic corespunzătoare unor salturi de fază $\Delta\psi_s = \pm\pi$ care pot avea loc în procesul de reflexie. Valoarea $\Delta_s = 0$ corespunde cazurilor în care saltul de fază are loc sau nu are loc în vecinătatea ambelor suprafețe de separație iar valoarea $\Delta_s = \pm \frac{\lambda_0}{2}$ pentru cazurile în care saltul de fază se produce numai în vecinătatea uneia din suprafețele de separație. Saltul de fază se produce cînd unda incidentă se propagă în substanța cu indice de refracție mai mic. Din (36), (60) și (117) rezultă că suprafețele de densitate de flux de valori extreme sînt determinate în condițiile:

$$\Delta_s + 2 \cdot n_2 \cdot h_x \cdot \cos(i_2 \pm \alpha) = m \frac{\lambda_0}{2} \tag{119}$$

unde pentru m par se obțin maxime iar pentru m impar minime.

b. *Divizor de fascicule de grosime variabilă. Franje de interferență de egală grosime.* Dacă un strat de suprafață divizor de fascicule este iluminat cu radiații optice emise de o sursă de suprafață finită de dimensiuni mari, vizibilitatea franjelor de interferență este de valoare zero în tot cîmpul de interferență (v. 8.5). Pentru a obține franje de interferență în astfel de cazuri se poate proceda astfel: Cu ajutorul unui sistem optic L (Fig. 78) se formează imaginea reală π_1' a suprafeței divizorului de fascicule. Se alege diafragma de apertură D a sistemului optic astfel încît la formarea imaginii să participe numai radiații care provin de la puncte din sursă (ex. S_1 la S_2) pentru care diferențele de drum optic (117) pentru un punct P situat pe suprafața π_1 sînt aproximativ egale. În aceste condiții în planul π_1' se obțin franje de interferență chiar dacă pe suprafața π_1 vizibilitatea este egală cu zero. În astfel de experimente deoarece punctul P se află pe suprafața π_1 pentru toate perechile de raze care interferă în acest punct $h_x = h =$ const. și variația $\delta\Delta$ a diferenței de drum în conformitate cu (117) poate fi exprimată prin formula:

$$\delta\Delta = 2 \cdot n_2 \cdot h \cdot \sin(i_2 \pm \alpha) \cdot \delta i_2 \tag{120}$$

Deoarece în conformitate cu (110) $\delta i_2 = \frac{n_1}{n_2} \frac{\cos i_1}{\cos i_2} \cdot \delta i_1$ relația (120) arată că prin limitarea unghiului de incidență la valori cuprinse între i_1 și $i_1 \pm \delta i_1$ astfel încît δi_1 să fie suficient de mic ca $\delta\Delta << \lambda_0$ se poate obține ca densitatea de flux produsă de toate razele care interferă în P să fie aproximativ de aceeași valoare. Ca urmare a acțiunii diafragmei D se poate obține o limitare a sursei de radiații care contribuie la formarea franjelor în imaginea π_1', a suprafeței divizorului, astfel încît să se asigure o vizibilitate bună a franjelor de interferență. Rolul sistemului optic L poate fi jucat de sistemul optic al ochiului. Dacă observarea franjelor de interferență se realizează pe

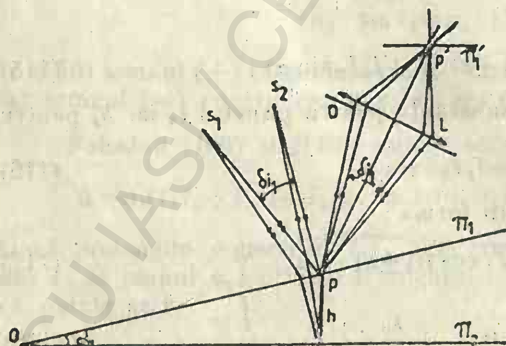


Fig. 78

direcție normală la suprafața divizorului de fascicule $i_1=0$, $i_2=0$, formula (117) poate fi scrisă sub forma:

$$2 \cdot n_2 \cdot h_m \cdot \cos\alpha = m\frac{\lambda_0}{2} - \Delta_s \tag{121}$$

Formula (121) arată că densități de flux de valori extreme în acest caz se obțin în punctele P de pe suprafața divizorului de fascicule pentru care grosimea stratului de substanță are valori. date prin formula:

$$h_m = \frac{m\dfrac{\lambda_0}{2} - \Delta_s}{2 \cdot n_2 \cdot \cos\alpha} \tag{122}$$

În conformitate cu (122) maximele $(m=2p)$ și minimele $(m=2p+1)$ de densități de flux sînt locuri geometrice ale punctelor P cărora le corespund grosimi h_m de valori constante ale divizorului de fascicule. Din această cauză franjele observate în aceste condiții se numesc *franje de interferență de egală grosime.*

Dacă notăm cu z distanța de la muchia D a divizorului de fascicule pînă la punctul P (Fig. 78) atunci putem scrie:

$$\Delta h = \Delta z \cdot \sin\alpha \tag{123}$$

În conformitate cu (122), la trecerea de la un maxim la altul (de la un minim la altul) vecin, grosimea stratului variază cu:

$$\Delta h_i = \frac{\lambda_0}{2 \cdot n_2 \cdot \cos\alpha} \tag{124}$$

Folosind (123) și (124) se obține pentru interfranje formula:

$$i = \Delta z_i = \frac{\Delta h_i}{\sin\alpha} = \frac{\lambda_0}{n_2 \cdot \sin 2\alpha} \tag{125}$$

În conformitate cu (123) dacă suprafețele π_1 și π_2 formează un unghi diedru de valori α franjele de interferență sînt segmente de dreaptă paralele cu muchia O a unghiului diedru. În acest caz maximele și minimele sînt echidistante (i= const.).

Franjele de interferență de egală grosime pot fi utilizate pentru:

α. *Determinarea lungimii de undă* a radiațiilor optice monocromatice în baza relației (124) unde i_1, n_2 și α sînt măsurabile.

β. *Determinarea grosimii straturilor* de substanță în baza relației (122).

γ. *Controlul suprafețelor șlefuite.*

Pentru controlul suprafețelor șlefuite este necesară o suprafață de reper. Aceasta poate fi suprafața AB a unei lame (Fig. 79 a). Această suprafață trebuie să aibă abateri de la planietate $\Delta h < \dfrac{\lambda_0}{20}$.

Lama L este așezată pe suprafața de controlat Σ astfel încît la nivelul muchiei A să se realizeze contact optic între suprafețele AB și Σ. În aceste condiții se formează între aceste suprafețe un strat de aer care iluminat cu

Fig. 79

radiații monocromatice cu lungimi de undă cunoscute λ_0 pentru observare pe direcție normală, determină formarea unor franje de egală grosime, liniare echidistante (Fig. 79 b). În regiunea cb în care suprafața Σ prezintă abateri de la planietate, franjele se curbează, indicînd locul geometric al punctelor de egală grosime a stratului de aer. În conformitate cu formulele (123) și (125) notînd cu Δz_x abaterea franjei de la forma liniară, putem scrie:

$$\frac{\Delta z_x}{i} = \frac{2\Delta h}{\lambda_0}, \quad \Delta h = \frac{\Delta z_x}{i} \frac{\lambda_0}{2} \tag{126}$$

Dacă i este suficient de mare se pot aprecia abateri $\Delta z_x = i/10$ și din (126) rezultă:

$$\Delta h = \frac{\lambda_0}{20} \tag{127}$$

În conformitate cu (127), dacă $\lambda_0 = 500$ nm prin metoda prezentată mai sus pot fi observate abateri de la planietate a suprafeței Σ pînă la valori $\Delta h = 25$ nm. Din curbarea franjei se poate deduce sensul abaterii de la planietate (spre suprafața AB sau în sens invers). Astfel în cazul prezentat în Fig. 79 dacă franja este curbată spre muchia A, deplasarea este astfel încît ea determină creșterea grosimii stratului de aer, iar dacă este curbată ca în figură denivelarea duce la micșorarea grosimii stratului de aer.

c. *Divizor de fascicule de grosime constantă. Franje de interferență de egală înclinație.* Să admitem că divizorul de fascicule este un strat de substanță de grosime constantă cu suprafețele de separație π_1 și π_2 (Fig. 80). În acest caz $\alpha = 0$ și formula (119) ia forma:

$$\Delta_s + 2\, n_2 \,.\, h \,.\, \cos i_{2m} = m \frac{\lambda_0}{2} \tag{128}$$

Pentru astfel de divizoare de fascicule din fiecare rază incidentă se obțin două raze paralele. Pentru astfel de raze se poate obține un cîmp de interferență dacă se utilizează o lentilă L cu axa optică ortogonală la suprafețele π_1 și π_2. Cîmpul de interferență astfel obținut coincide cu planul focal π'_F, al lentilei. Într-un punct P din planul focal al lentilei se intersectează toate razele care sînt paralele între ele și formează unghiul i_1 cu axa optică principală OF. Curbele de nivel de densitate de flux extremă sînt determinate în conformitate cu (128) și legile refracției ($\sin i_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin i_1$) în condițiile:

$$i_{1m} = \text{const.} \tag{129}$$

Relația (129) arată că franjele de interferență sînt circulare concentrice cu centrul în F' deoarece.

$$PF' = f \cdot \operatorname{tg} i_1 \qquad (130)$$

Franjele de interferență astfel obținute se numesc (ținînd seama de 129) *franje de interferență de egală înclinație*.

În cazul franjelor de egală înclinație sursa poate avea orice dimensiune fără a influența vizibilitatea deoarece toate perechile de raze care provin din diverse raze incidente (v. Fig. 80 unde sînt reprezentate două astfel de perechi raze) care ajung în același punct P le corespunde aceeași diferență de drum optic. În conformitate cu (128) pentru incidență normală pentru maxime putem scrie:

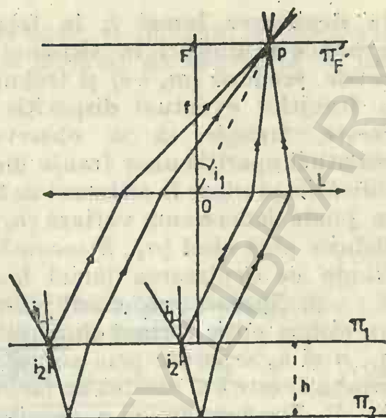


Fig. 80

$$2n_2h + \Delta_s = (m_0 + e) \cdot \lambda_0 \qquad (131)$$

unde m_0 este întreg iar $0 \leqslant e \leqslant 1$.

Deoarece $\cos i_2 \leqslant 1$ ordinul de interferență $m \leqslant m_0$. În locul ordinului de interferență se poate introduce în (129) indicele p de numerotare a franjelor (m luînd valoarea 1 pentru prima franjă (maximă) de la centrul sistemului de (franje) prin relația:

$$m = m_0 - p + 1 \qquad (132)$$

Scăzînd (128) (pentru maxime) din (131) și folosind (132) se poate obține:

$$4 \cdot h \cdot \sin h \frac{i_{2p}}{2} = (p + e + 1) \cdot \lambda_0 \qquad (133)$$

α. *Controlul straturilor de substanță de grosime optică constantă.* Franjele de interferență de egală înclinație pot fi folosite pentru controlul lamelor de grosime optică constantă necesare la realizarea compensatoarelor de drum optic (4.1. α).

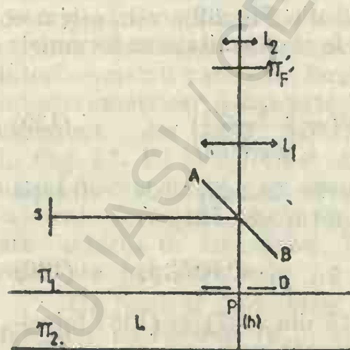


Fig. 81

În acest scop se poate folosi un dispozitiv care este prezentat schematic în Fig. 81. În calitate de sursă poate fi folosită o lampă cu vapori de sodiu care emite în vizibil radiația monocromatică cu $\lambda_0 = 589{,}3$ nm. Radiația de la sursa S este dirijată spre lama L cu ajutorul unei lame semitransparente AB. Franjele de egală înclinație se obțin în planul focal π'_F, al unei lunete formată de lentile L_1 și L_2. Diafragma D delimitează divizorul de fascicule L în vecinătatea punctului P unde grosimea optică a lamei este $(h) = n_2h$. În aceste condiții în planul focal $\pi'_{F'}$, se formează un număr mic de franje. În conformitate cu formula (131) dacă

la deplasarea lamei L în fața diafragmei D, (h) variază trebuie să se producă modificări în sistemul de franje de interferență. Astfel dacă (h) scade, scade și (m_0+e) și trebuie să se constate micșorarea razei de curbură a franjelor eventual dispariția unor franje în centrul sistemului. Dacă (h) crește, trebuie să se observe creșterea razei de curbură a franjelor eventual apariția unor franje din centrul sistemului de franje. Astfel din modificările produse în sistemul de franje la deplasarea lamei în fața diafragmei D se poate deduce cum variază $(n_2 \cdot h)$ și se poate supune lama unor procese de șlefuire pînă cînd $(n_2 \cdot h)$=const. fapt evidențiat de invarianța sistemului de franje de deplasarea lamei în fața diafragmei D.

β. *Straturi subțiri antireflectante.* În figura 82 este reprezentat schematic un sistem optic format din trei substanțe transparente de indici de refracție n_1, n și n_2 separate prin suprafețele Σ_1 și Σ_2. Distanța dintre suprafețele de separație este h și acestea au factorii de reflexie și de transmisie R_1, T_1, respectiv R_2, T_2. Dacă notăm cu φ_i densitatea de flux a fasciculului incident putem scrie [3.4 (672)].

$$\varphi_2 = T_1 \cdot T_2 \cdot \varphi_i ; \quad \varphi_4 = T_1 \cdot T_2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot \varphi_i \tag{134}$$

În condiții de incidență normală punctele I_2 și I_4 coincid și prin interferență pentru radiații armonice în conformitate cu (31) se poate scrie :

$$\varphi_t = \varphi_2 + \varphi_4 + 2\sqrt{\varphi_2 \cdot \varphi_4} \cos k_0 \cdot \Delta \tag{135}$$

Ținînd seama de (135), (134) și de faptul că la incidență normală $\Delta = 2 \cdot n \cdot h$ și cu $\Delta_s = \pm \frac{\lambda_0}{2}$ densitatea de flux transmisă este maximă $(k_0 \cdot \Delta^m = 2\,m\pi)$ dacă :

$$h = \frac{(2m+1) \cdot \lambda_0}{4 \cdot n} \tag{136}$$

și este determinată prin formula :

$$(\varphi_t)_M = T_1 \cdot T_2 (1 + \sqrt{R_1 \cdot R_2})^2 \cdot \varphi_i \tag{137}$$

Dacă $h = 0$ în sistem stratul de substanță de indice de refracție n lipsește (suprafețele Σ_1 și Σ_2 coincid și au factorul de reflexie R și factorul de transmisie T putem scrie :

$$\varphi_t' = T \cdot \varphi_i = = (1-R)\varphi_i \tag{138}$$

i. *Exemplu numeric.* Să admitem că sistemul din Fig. 82 are $n_1 = 1$, $n = 1{,}38$ și $n_2 = 1{,}68$. În condiții de incidență normală în conformitate cu formulele lui Fresnel [3.1. (567) și (570)].

$$R_1 = \left(\frac{n - n_1}{n + n_1}\right)^2, \quad R_2 = \left(\frac{n_2 - n}{n_2 + n}\right)^2, \quad R = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}\right)^2 \tag{139}$$

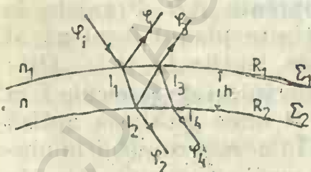


Fig. 82

Folosind (139) și valorile indicilor de refracție din (137) și (139) se obțin valorile :

$$\varphi_t = 0{,}9955\ \varphi_i, \quad \varphi_t' = 0{,}9358 \varphi_i \tag{140}$$

După cum rezultă din (137) și (138) folosirea unui strat de substanță cu $n_1 < n < n_2$ de grosime dată prin condiția (136) poate servi la crește-

rea factorului de transmisie a unui sistem optic și implicit la reducerea pierderilor de energie prin reflexie. Astfel de straturi de substanță se numesc *straturi antireflectante*.

Condiții optime se obțin dacă:

$$R_1 = R_2 \tag{141}$$

ceea ce se realizează cînd

$$n = \sqrt{n_1 \cdot n_2} \tag{142}$$

Astfel în exemplul numeric prezentat mai sus din (142) rezultă $n = 1{,}296 \simeq 1{,}3$. Cu această valoare în condiția (141) din (137) se obține:

$$\varphi_t = \varphi_i \cdot (1 - R^2)^2 = 0{,}9998 \cdot \varphi_i \tag{143}$$

În lipsa substanțelor solide transparente cu indicii de refracție de valori apropiate de valoarea cerută de (142) se folosesc pentru realizarea straturilor antireflectante florura dublă de aluminiu și sodiu (creolită) cu $n = 1{,}35$ și mai ales florura de magneziu cu $n = 1{,}38$.

Condiția (136) pentru radiații monocromatice presupune pentru a nu scădea gradul ce coerență o valoare cît mai mică pentru h. Ea poate fi îndeplinită numai pentru o valoare dată a lui λ_0. Pentru sistemele optice construite pentru observare vizuală se folosește $\lambda_0 = 555$ nm. În aceste cazuri stratul este în reflexie de culoare purpurie deoarece pentru radiații roșii și violete factorul de reflexie este mai mare (nu este îndeplinită condiția (138) cu suficientă precizie) decît pentru $\lambda_0 = 555$ nm. Reducerea pierderilor prin reflexie este necesară în cazul sistemelor optice care sînt formate dintr-un număr mare de lentile. Astfel pentru un sistem optic cu patru lentile (8 suprafețe de separație) aer-sticlă) din (138) și (140) rezultă $\varphi_t = T^8 \cdot \varphi_i = 0{,}5879\ \varphi_i$ și deci numai aproximativ 60 % din fluxul incident al fasciculelor ajung în spațiul imaginei. Pentru creșterea factorului de transmisie mai mult decît indică formula (137) pot fi realizate straturi subțiri multiple. Pot fi realizate de asemenea straturi subțiri reflectate multiple cu factori de reflexie de valori în jur de $R_t = 0{,}98$.

d. *Interferometrul Michelson.* Fenomenul de interferență are aplicații multiple. Aplicațiile au la bază relațiile care exprimă condițiile de fomare a densităților de flux de valori extreme și vizibilitatea franjelor de interferență. Aparatele realizate pentru a produce interferența radiațiilor optice în scopul determinării unor mărimi fizice sau geometrice se numesc *interferometre*. Există o gamă variată de interferometre. În cele ce urmează este prezentat un tip de interferometru care este larg utilizat în diverse variante, pentru măsurători interferometrice. Acest interferometru a fost conceput de Michelson și este cunoscut din 1882. Interferometrul Michelson este prezentat schematic în Fig. 83. El este format din două oglinzi plane O_1 și O_2 care formează un unghi diedru de 90° și un divizor de fascicule AB. Planul suprafeței divizoare de fascicule formează unghi de 45° cu planele oglinzilor. Divizorul de fascicule are factorul de transmisie $T \simeq 30\%$ și nu introduce defazaj între fasciculele rezultate prin divizare.

Un fascicul omocentric cu focarul în punctul sursă S este divizat în două fascicule cu focarele în S_1 și S. Din fasciculul cu focarul în S după reflexie pe oglinda O_2 se obține un fascicul cu focatul în S_2 iar din aceasta, după reflexie n vecinătatea suprafeței divizoare AB un fascicul cu focatul în S_2'. Din fasci-

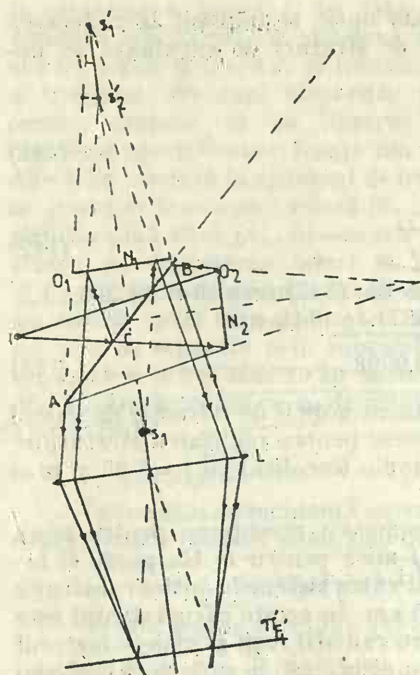


Fig. 83

culul cu focarul în S_1 după reflexie pe oglinda O_1 se obține un fascicul omocentric cu focarul în S_1'. În cîmpul de interferență acționează în aceste condiții fasciculele omocentrice cu focarele în S_1' și S_2'. Dacă se folosește o lentilă L_1 se pot obține în planul $\pi_{F_1'}$ franje de egală înclinație. Deoarece S_1 este imaginea lui S în AB iar S_1' imaginea lui S_1 în O_1 putem scrie:

$$\begin{aligned} S_2'S_1' &= CS_2' - CS_1' = CS_2 - (CN_1 + \\ &+ N_1S_1) = (CN_2 + N_2S_2) - (2 \cdot CN_1 + \\ &+ C\,S_1) = (2 \cdot CN_2 + CS) - (2CN_1 + \\ &+ CS) = 2(CN_2 - CN_1) \end{aligned} \tag{144}$$

Ținînd seama de faptul că distanța între focarele fasciculelor care interferă este dată de (144) diferența de drum între două raze paralele care formează cu dreapta $S_1'S_2'$ unghiul i este:

$$\Delta = 2 \cdot (CN_2 - CN_1) \cos i \tag{145}$$

Valorile extreme ale densităților de flux în planul $\pi_{F_1'}$ se obțin în condițiile:

$$2(CN_2 - CN_1) \cdot \cos i_p = p\frac{\lambda_0}{2} \tag{146}$$

Formula (146) este analoagă cu (128).

Să admitem că oglinda O_2 poate fi deplasată pe direcția CN_2. Atunci pentru razele pentru care $i=0$ din (146) rezultă:

$$\Delta CN_2 = \frac{\lambda_0}{4} \cdot \Delta p \tag{147}$$

Relația (147) arată că deplasările oglinzii O_2 pot fi măsurate prin lungimea de undă a radiației care interferă dacă se determină variația Δp a ordinului de interferență în centrul sistemului de franje de interferență la deplasarea oglinzii. Formula (147) poate fi folosită pentru determinarea lungimilor pe direcția CN_2.

Formula (147) permite prin numărarea franjelor care apar sau dispar în centrul sistemului de franje la deplasarea oglinzii O_2 să se determine ordinul maxim de interferență. p_M precum și diferența de drum maximă $\Delta_M = L$ pentru o radiație monocromatică dată. Cu ajutorul acestor mărimi

se poate determina semilățimea spectrală a radiației (71 și 72).

În figura 84 este reprezentat schematic un interferometru Michelson la care ca urmare a rotirii oglinzii O_1 oglinzile formează un unghi diedru de valoare $90 \pm \alpha$. În această figură sînt reprezentate razele care se obțin în cîmpul de interferență prin divizarea unei raze care ajunge la divizorul AB. Cîmpul de interferență este obținut în locul în care se formează imaginea O_1' a oglinzii O_1 produsă de lentila L_1. În aceste condiții în conformitate cu principiul lui Fermat [5.1.bγ] putem scrie:

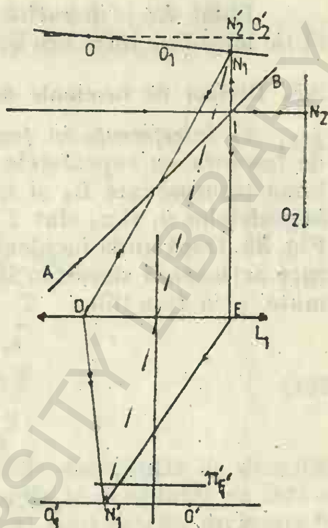


Fig. 84

$$(N_1DN_1') = N_1I + (IEN_1') \qquad (148)$$

Diferența de drum optic pentru razele care interferă în N_1 este:

$$\Delta = IN_1 + (N_1ND_1') - [2(IN_2) + (IEN_1')] \qquad (149)$$

Cum $IN_2 = IN_2'$ din (148) și (149) rezultă:

$$\Delta = 2(IN_2' - IN_1) = 2N_1N_2' \qquad (150)$$

Rezultă că în aceste condiții se obțin franje de egală grosime cu densități de flux de valori extreme determinate în condițiile:

$$2N_1N_2' = p\frac{\lambda_0}{2} \qquad (151)$$

Franja de ordin zero se obține pe un segment de dreaptă care trece prin punctu O', imaginea punctului O unde este îndeplinită condiția $N_1N_2' = 0$. Cu oglinz astfel orientate interferometrul permite determinarea grosimii unor straturi de substanță depuse pe una dintre oglinzile O_1 sau O_2.

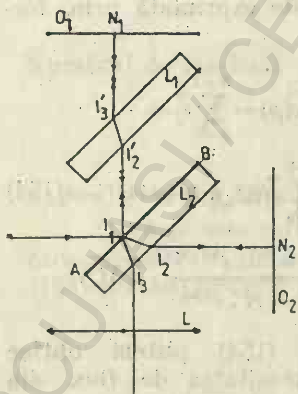


Fig. 85

α. Divizorul de fascicule al interferometrului Michelson. Modul de funcționare a divizorului de fascicule al interferometrului Michelson poate fi dedus din Fig. 85. Suprafața divizoare AB este realizată prin depunderea unui strat semitransparent pe o lamă din substanța izotropă transparentă (sticlă) L_2. Dacă ar fi folosită numai această lamă deoarece razele reflectate pe oglindă O_2 străbat lama de trei ori iar razele reflectate pe O_1 numai o dată divizoruı introduce o diferență de drum optic mare între razele care interferă. Această diferență de drum optic este compensată cu lama L_1 identică cu lama L_2.

Lama L_1 prin rotire adecvată poate compensa mici diferențe de drum optic introduse între fasciculele care interferă [4.1.d.α].

9.8. Divizor de fascicule de grosime constantă.

a) *Interferența în fascicule multiple.* Să luăm în considerare un divizor de fascicule cu suprafețele divizoare π_1 și π_2 plane paralele realizate pe două lame transparente L_1 și L_2 (Fig. 86). Factorii de transmisie și de reflexie a suprafețelor π_1 și π_2 sînt T și R. Divizarea razelor are loc așa cum rezultă din Fig. 86. Dacă unda incidentă este plană armonică intensitățile de cîmp electric care acționează simultan în punctele $M_i(i=1, 2, ...)$ din planul π pot fi exprimate prin funcțiile:

$$\begin{aligned} \vec{e}_0 &= T \cdot \vec{e}_{0i} \cdot e^{i\psi(M_0)} = T\vec{e}(M_0) \\ \vec{e}_1 &= T \cdot R \cdot \vec{e}(M_0) \cdot e^{i\cdot\Delta\psi} \\ e_i &= T \cdot R^2 \cdot \vec{e}(M_0) \cdot e^{i\cdot 2\cdot\Delta\psi} \\ e_{N-1} &= T \cdot R^{N-1} \cdot \vec{e}(M_0) \cdot e^{i(N-1)\cdot\Delta\psi} \end{aligned} \tag{152}$$

unde $\vec{e}(M_0)$ este intensitatea de cîmp electric care acționează în punctul M_0 iar dacă nu există salturi de fază la suprafețele π_1 și π_2.

$$\Delta\Psi = k_0(2n \cdot I_2I_3 - I_2'M) = k_0\left(n\frac{2\cdot h}{\cos i} - 2 \cdot h \cdot \operatorname{tg} i \cdot \sin i\right) = \frac{4\pi}{\lambda_0} \cdot n \cdot h \cdot \cos i \tag{153}$$

este diferența de faza dintre intensitățile de cîmp electric care acționează în două puncte M_j vecine. În formula (153) h este distanța între suprafețele π_1 și π_2 iar n indicele de refracție a substanței dintre aceste suprafețe.

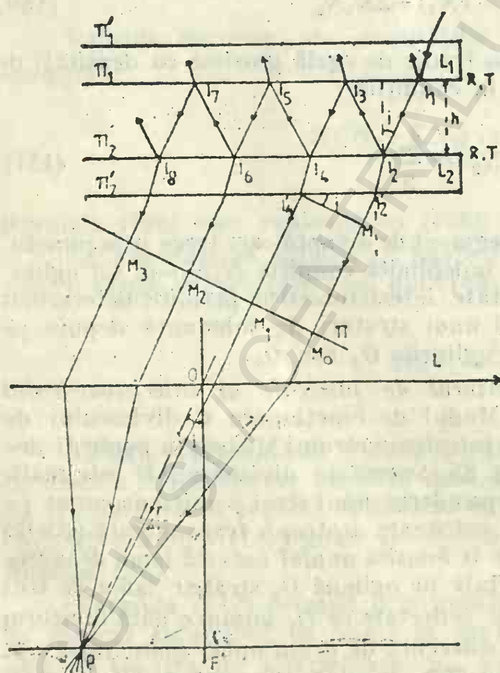


Fig. 86

Deoarece în conformitate cu teorema lui Hamilton [5.1.b.α] de la suprafața π pînă la punctul P drumurile optice sînt egale intensitatea de cîmp electric în punctul P este exprimată prin formula:

$$\begin{aligned} \vec{e}(p) &= \sum_{j=0}^{N-1} \vec{e}_j = \\ &= T \sum_{j=0}^{N-1} \vec{e}(M_0)[R \cdot e^{i\Delta\psi}]^j = \\ &= T\frac{1 - R^N \cdot e^{iN\cdot\Delta\psi}}{1 - R \cdot e^{i\Delta\psi}} \cdot \vec{e}(M_0) \end{aligned} \tag{154}$$

Folosind (154) putem obține pentru densitatea de flux din punctul P formula:

$$\varphi(P)=\chi \cdot E(P) \cdot E^*(P)=\chi \cdot E_0 \cdot E_0^* \cdot T^2 \frac{1+R^{2N}-2R^N \cdot \cos N\Delta\Psi}{1+R^2-2R \cdot \cos \Delta\Psi} \tag{155}$$

Formula (155) poate fi adusă la forma:

$$\varphi(P)=\varphi_i \cdot F_1 \cdot F_2 \tag{156}$$

unde

$$\varphi_i=\chi \cdot E_0 \cdot E_0^* \tag{157}$$

$$F_1=(1-R^N)^2+4 \cdot R^N \cdot \sin^2 \frac{N \cdot \Delta\Psi}{2} \tag{158}$$

$$F_2=\frac{1}{1+\frac{4R}{(1-R)^2} \cdot \sin^2 \frac{\Delta\Psi}{2}} \tag{159}$$

În conformitate cu (156), (157), (158) și (159) distribuția de densități de flux în planul focal ale lentilei L este determinată de densitatea de flux φ_i a fasciculului incident, de factorul de reflexie R al suprafețelor divizoare π_1 și π_2 și de diferența de fază $\Delta\Psi$. Valorile extreme ale funcțiilor F_1 și F_2 sînt determinate de mărimile:

$$(F_1)_{\max}=(1+R^N)^2, \sin\frac{N\Delta\Psi}{2}=\pm 1, \quad \Delta\Psi=(2p+1)\frac{\pi}{N}$$

$$(F_1)\min=(1-R^N)^2, \quad \sin\frac{N\Delta\Psi}{2}=0 \tag{160}$$

$$(F_2)_{\max}=1, \quad \sin\frac{\Delta\Psi}{2}=0 \quad \Delta\Psi=2p$$

$$(F_2)_{\min}=\frac{1-R^2}{1+R} \quad \sin\frac{\Delta\Psi}{2}=\pm 1 \tag{161}$$

Totodată

$$\lim_{N\to\infty} F_1=1 \tag{162}$$

Numărul de fascicule care interferă în P în conformitate cu [4.1.(671)] este

$$N=\frac{L}{2 \cdot h \cdot \operatorname{tg} i} \tag{163}$$

unde L exprimă dimensiunile suprafețelor π_1 și π_2.

Dacă N este suficient de mare, funcția F_1 are valori maxime și minime care nu diferă mult de valoarea unu și densitatea de flux în conformitate cu (153) și (159) poate fi exprimată prin formula:

$$\varphi(P)=\varphi_i \frac{1}{1+\frac{4R}{(1-R)^2} \cdot \sin\frac{\Delta\Psi}{2}} \tag{164}$$

În aceste condiții în conformitate cu (162) și (153) densitățile de flux maxime se obțin în condițiile:

$$2\,n\,.\,h\,.\cos i_p = p\,.\,\lambda_0 \tag{165}$$

Formula (165) arată că franjele obținute sînt de egală înclinație (i = const) Din (2), (164) și (161) rezultă că vizibilitatea franjelor poate fi exprimată prin formula:

$$V = \frac{1-\left(\dfrac{1-R}{1+R}\right)^2}{1+\left(\dfrac{1-R}{1+R}\right)^2} = \frac{2R}{1+R^2} \tag{166}$$

Din (166) rezultă că pentru a obține vizibilitate mare R trebuie să aibă valori apropiate de unu. Semilățimea $\Delta\Psi_s$ a maximelor se obține în condiția:

$$\frac{\varphi_p(2p\pi \pm \Delta\Psi^1/_2)}{\varphi_p(2p\,.\,\pi)} = \frac{1}{1+\dfrac{4R}{(1-R)^2}\,.\sin^2\left(p\,.\,\pi \pm \dfrac{\Delta\Psi^1/_2}{2}\right)} = \frac{1}{2} \tag{167}$$

Din (167) se poate obține în primă aproximație

$$\Delta\Psi_s = 2\Delta\Psi^1/_2 \simeq 4\,.\sin\frac{\Delta\Psi^1/_2}{2} = \frac{2(1-R)}{\sqrt{R}} \tag{168}$$

Semilățimea $\Delta\Psi_s$ (168) este obținută pentru radiații armonice și se numește *semilățimea instrumentală* fiind determinată de caracteristicile divizorului de fascicule.

α. *Exemplu numeric.* Pentru $R=0{,}04$ din (166), (168) și (161) rezultă:

$$V=0{,}08, \quad \Delta\Psi_s=9{,}6\,, \quad \frac{\Delta\Psi_{p,p+1}}{\Delta\Psi_s} = \frac{2\pi}{9{,}6} = 0{,}65 \tag{169}$$

Iar pentru $R=0{,}9$

$$V=0{,}99, \quad \Delta\Psi_s=0{,}21, \quad \frac{\Delta\Psi_{p,p+1}}{\Delta\Psi_p} = \frac{2\pi}{0{,}21} \simeq 30 \tag{170}$$

Din acest exemplu numeric rezultă că pentru suprafețe π_1 și π_2 transparente (sticlă $n=1{,}5$, aer $n=1$) vizibilitatea franjelor este foarte mică iar pentru suprafețele cu $R>0{,}9$ vizibilitatea franjelor este $V\simeq 1$ iar maximele sînt înguste și separate prin spații relativ mari (de aproximativ 30 de ori mai mari decît semilățimea maximelor) cu densități de flux de valori apropiate de zero [din (161) și (164) rezultă pentru $R=0{,}9$, $\varphi_m=0{,}003\,.\,\varphi_i$].

b. *Interferometrul Fabry-Perot.* Din (165) rezultă că pentru două radiații armonice cu lungimile de undă λ_0 și $\lambda_0'=\lambda_0+\Delta\lambda$ în planul focal al lentilei L (Fig. 86) trebuie să se formeze două sisteme de franje de interferență ale căror maxime sînt determinate în condițiile:

$$\begin{aligned} 2\,.\,n\,.\,h\,.\cos i_{p_i} &= p\,.\,\lambda_0 \\ 2\,.\,n\,.\,h\,.\cos i_p' &= p(\lambda_0+\Delta\lambda) \end{aligned} \tag{171}$$

În baza acestor relații interferența în fascicule multiple poate fi utilizată pentru a studia compoziția spectrală a radiațiilor optice.

În 1897 A. Fabry și Ch. Perot au realizat un astfel de dispozitiv, dispozitiv bazat pe fenomenul de interferență în fascicule multiple. El se numește interferometrul Fabry-Perot. În Fig. 87 este prezentat schematic un tip de interferometru Fabry-Perot. El este format din două plăci L_1 și L_2 de sticlă (sau cuarț topit) cilindrice cu suprafețele de separație șlefuite optic. Suprafețele divizoare de fascicule π_1 și π_2 au factori de reflexie de valori cuprinse între 0,9 și 0,95. Distanța dintre ele este fixată cu ajutorul a trei bile D sau cilindri realizate din material cu coeficient de dilatare termică foarte mic. Distanțoarele D sînt prinse într-un inel, astfel încît să fie plasate în vîrfurile unui triunghi echilater. Suprafața transparentă AB nu este paralelă cu suprafețele de divizare pentru a se evita pătrunderea în cîmpul de interferență a radiației reflectate în vecinătatea ei. Lama L_2 este prinsă cu trei pîrghii P. Cu ajutorul piulițelor C se poate modifica presiunea exercitată de pîrghiile P pe lama L_2 pentru a se realiza paralelismul între suprafețele π_1 și π_2. Interferometrul Fabry-Perot poate fi folosit într-un sistem optic realizat așa cum este arătat schematic în Fig. 88.

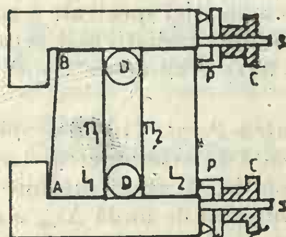


Fig. 87

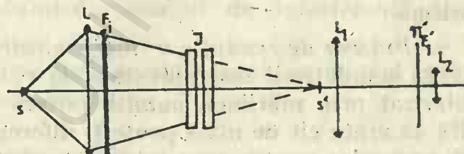


Fig. 88

Lentila L formează imaginea sursei S în S'. Interferometrul J se plasează între lentilă și imaginea S' a sursei de radiații. În felul acesta se realizează condiții mai bune de divizare multiplă a razelor de radiații. Franjele se obțin în luneta formată din lentilele L_1 și L_2. În Fig. 88 F_1 reprezintă un filtru de radiații optice.

α. *Dispersia unghiulară a interferometrului Fabry-Perot.* Din (171) pentru dispersia unghiulară [61.1 (248)] se poate obține formula :

$$\frac{di_p}{d\lambda} = -\frac{p}{2 \, . \, n \, . \, h \, . \sin i_p} = \frac{p}{\sqrt{4 \, . \, x^2 \, . \, h^2 - 4 \, . \, x^2 \, . \, h^2 . \cos^2 i_p}} =$$
$$= -\frac{p}{\sqrt{4 \, . \, n^2 \, . \, h^2 - p^2 \, . \, \lambda_0^2}} \qquad (172)$$

Formula (172) arată că pentru un interferometru dat (n și h dați) dispersia unghiulară crește o dată cu creșterea ordinului de interferență adică spre centrul sistemului de franje.

β. *Domeniul de dispersie.* Din (172) rezultă că dacă $\Delta\lambda$ crește, maximul de ordin p pentru $\lambda_0' = \lambda_0 + \Delta\lambda$ se deplasează spre maximul de ordin $(p+1)$ corespunzător lungimii de undă λ_0 și coincide cu aceasta (au aceeași valoare

$2nh \cos i$) în condiția :

$$(p+1)\lambda_0 = p(\lambda_0 + \Delta\lambda_M) \tag{173}$$

Din cele arătate și din (173) rezultă că dacă $\Delta\lambda$ este mai mare decît

$$\Delta\lambda_M = \frac{\lambda_0}{p} \tag{174}$$

maximele de ordin p ale celor două sisteme de franje nu mai sînt vecine ci se amestecă cu maxime de alt ordin de interferență. Mărimea $\Delta\lambda_M$ se numește domeniu de dispersie al interferometrului Fabry-Perot. Dacă divizorul de fascicule are $n=1$ și $h=1$ cm în apropierea centrului sistemului de franje $\cos i \simeq 1$ pentru $\lambda_0=500$ nm din (172) și (174) se obține :

$$p = 4.10^4, \quad \Delta\lambda_M = 1{,}3.10^{-2}\text{nm} \tag{175}$$

Din (175) rezultă că un astfel de interferometru produce sisteme de franje pentru care maximele de același ordin p sînt vecine numai pentru radiații de lungimi de undă de valori din intervalul $\lambda_0=500$ nm, $\lambda_0'=500{,}013$ nm. Datorită domeniului de dispersie de valoare foarte mică interferometrul Fabry-Perot se utilizează în special pentru cercetarea compoziției spectrale a radiațiilor monocromatice (structura liniilor spectrale). Aceste radiații sînt separate din radiația emisă de sursă cu filtre optice (F_i, Fig. 88) sau cu aparate spectrale cu prismă.

γ. *Puterea de rezoluție a interferometrului Fabry-Perot.* Ținînd seama de existența semilățimii instrumentale de valoare finită interferometrul trebuie caracterizat prin mărimea numită putere de rezoluție. Această mărime este menită să arate cît de mică poate fi diferența de lungimi de undă $\Delta\lambda_m$ a două radiții armonice pentru care interferometrul formează două sisteme de franje de interferență în care maximele de ordin p sînt distincte. Puterea de rezoluție R a aparatelor spectrale este definită prin formula :

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda_m} \tag{176}$$

Puterea de rezoluție se determină în baza unei convenții care admite că două maxime corespunzătoare radiațiilor de lungimi de undă λ_0 și $\lambda_0+\Delta\lambda_m$ sînt distincte dacă centrele lor sînt la distanță mai mare decît semilățimea spectrală instrumentală. În baza acestei convenții pentru determinarea mărimii $\Delta\lambda_m$ putem folosi egalitatea :

$$\Delta\Psi_p = \Delta\Psi_s \tag{177}$$

unde $\Delta\Psi_p$ reprezintă variația mărimii (153) cînd lungimea de undă variază cu $\Delta\lambda_m$.

$$\Delta\Psi_p = k_0 p \,.\, (\lambda_0 + \Delta\lambda_m) - k_0 p \,.\, \lambda_0 = 2\pi \,.\, p\,\frac{\Delta\lambda_m}{\lambda_0} \tag{178}$$

Din (176), (177), (178) și (169) se poate obține :

$$R = \frac{\pi \cdot p \cdot \sqrt{R}}{1-R} \tag{179}$$

Pentru $n=1$, $h=1$ cm, $\cos i_p \simeq 1$, $R=0,9$, $\lambda_0=500$ nm folosind (157) se obține

$$R=1,3.10^6, \quad \Delta\lambda_m=\frac{\lambda_0}{R}\simeq 4.10^{-4}\text{nm} \tag{180}$$

Rezultă astfel că un interferometru cu $h=1$ cm poate separa două radiații de lungime de undă $\lambda_0=500$ nm și $\lambda_0'=500,0004$ nm.

9.9. Interferența radiațiilor cu spectru echienergetic emise de o sursă punctiformă

Dacă în cîmpul de interferență acționează simultan două fascicule omocentrice care provin de la o sursă punctiformă de radiații cu spectru echienergetic

$$\varphi_w(\lambda)=\text{const} \tag{181}$$

și avem

$$\varphi_A(\lambda)=\varphi_B(\lambda)=\varphi_w(\lambda) \tag{182}$$

pentru o componentă armonică din această radiație în condiția $\cos^2\frac{\alpha}{2}=1$ din (31) rezultă:

$$\varphi(\vec{R},\lambda)=2\,.\,\varphi_w(\lambda)\,(1+\cos k_0\,.\,\Delta) \tag{183}$$

Formula (183) [ținînd seama de (181)] exprimă compoziția spectrală a radiațiilor obținute prin interferența a două fascicule de radiații cu spectru echienergetic în vecinătatea punctului din cîmpul de interferență de vector cu poziția $\vec{R}$.

Densitățile de flux de valori extreme se obțin acolo unde sînt îndeplinite condițiile (35) care pot fi scrise sub forma:

$$\Delta=m\frac{\lambda_0}{2} \tag{184}$$

Pentru franja de ordin zero $m=0$, $\Delta=0$ și din (183) rezultă:

$$\varphi(\vec{R},\lambda)=4\,.\,\varphi_w(\lambda) \tag{185}$$

În conformitate cu (185) în franja de ordin zero radiația este cu spectru echienergetic și în observație vizuală trebuie să fie de culoare neutră.

Pentru punctele $P(\vec{R})$ din cîmpul de interferență pentru care Δ are o valoare determinată în conformitate cu (184) pentru lungimile de undă

$$\lambda_M=\frac{\Delta}{p}\;(p=0,\ 1,\ 2,\ \ldots) \tag{186}$$

se obțin densități de flux maxime iar pentru lungimile de undă

$$\lambda_m=\frac{2\Delta}{2p+1}(p=0,1,2\ldots) \tag{187}$$

se obțin minime de valoare zero.

Pentru valori mici ale mărimii Δ se obțin maxime și minime pentru un număr mic de lungimi de undă și în observație vizuală locul geometric al punctelor cu Δ dat este văzut într-o culoare dată. Culoarea izocromatelor poate fi dedusă din valorile λ_M și λ_m calculate pentru Δ dat și din graficul culorilor (Fig. 70).

Pentru Δ de valori mari se obţin radiaţii cu spectru canelat. În observaţie vizuală aceste puncte sînt de culoare neutră (alb de ordin superior).

10. DIFRACŢIA RADIAŢIILOR OPTICE

10.1. Noţiuni de bază

Un rol important în determinarea modului de desfăşurare a proceselor de propagare a radiaţiilor optice îl au obiectele aflate în spaţiul de propagare. Astfel un corp opac determină un domeniu spaţial numit umbră în care pătrunderea energiei radiante este limitată.

În conformitate cu principiul de propagare rectilinie a radiaţiilor optice pentru o sursă punctiformă (Fig. 89), umbra trebuie să fie net delimitată de suprafaţa conică care are drept generatoare dreapta SA ce trece prin sursă şi este tangentă la suprafaţa corpului opac Ob. Umbra astfel delimitată se numeşte *umbră geometrică*.

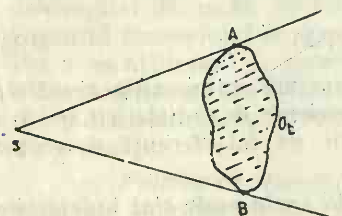


Fig. 89

F. M. Grimaldi a fost primul care a arătat că în anumite condiţii, energia luminoasă pătrunde în umbra geometrică a corpurilor. De asemenea a arătat că în apropierea graniţei umbrei geometrice se pot produce distribuţii caracteristice de densităţi de flux. Aceste constatări au fost publicate în 1665 la doi ani după moartea lui Grimaldi.

Procesele de pătrundere a energiei radiante în umbra geometrică a corpurilor şi de producere a unor distribuţii caracteristice de desnităţi de flux, ca urmare a reducerii spaţiului de propagare a radiaţiilor prin acţiunea unor corpuri se numesc *procese de difracţie a radiaţiilor optice*.

Elaborarea de modele pentru explicarea fenomenelor de difracţie s-a dovedit a fi una din cele mai dificile activităţi din domeniul opticii. Se poate considera că în explicarea fenomenelor de difracţie au fost parcurse trei etape:

a. Prima etapă s-a dezvoltat pe baza contribuţiilor lui Fresnel la explicarea fenomenelor de difracţie. El a arătat că fenomenele de difracţie pot fi experimentate cantitativ dacă se acceptă modelul propus de Huygens pentru mecanismul de propagare din aproape în aproape a undelor luminoase şi principiul de interferenţă al lui Young.

Principiul lui Huygens afirmă că fiecare particulă de eter (mediu ipotetic de propagare a luminii) la care ajunge lumina devine sursă punctiformă secundară de lumină care produce unde sferice.

În conformitate cu principiul de interferenţă al lui Young undele luminoase sînt procese periodice care prin interferenţă pot produce distribuţii caracteristice de lumină. Exprimarea fenomenului de difracţie în baza acestor principii pentru unde scalare poate fi realizată în felul următor:

Se admite în baza principiului lui Huygens că undele emise de sursa $S(\vec{a})$ (Fig. 90) prin mărimea

$$e(S_0, t) = l(\vec{\rho}) \cdot \frac{E_0}{s} e^{(i\omega \cdot t - k \cdot s + \psi_0)} \tag{1}$$

induc în punctul S_0 de pe suprafaţa Σ arbitrar aleasă o sursă ipotetică punctiformă de radiaţii optice. În (1) $t(\vec{\rho})$ este un factor de transmisie a radiaţiilor de la S la S_0.

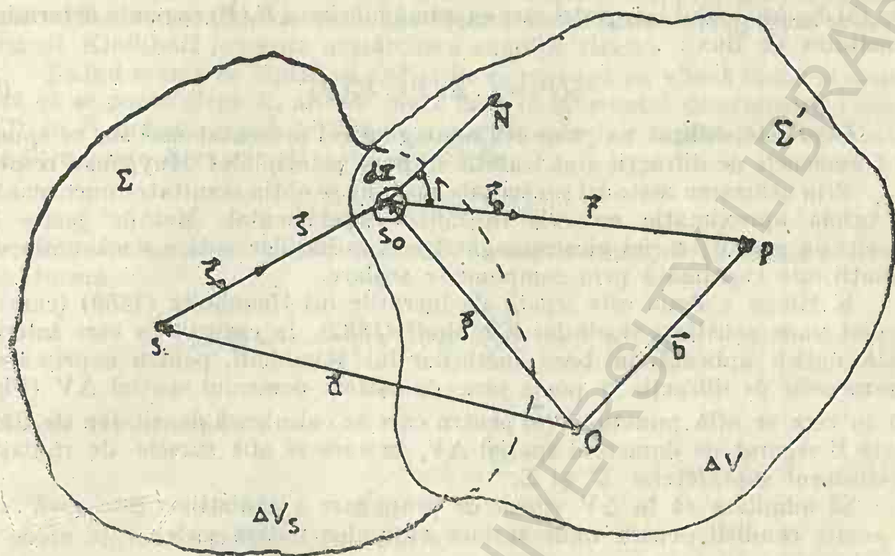


Fig. 90

Sursa punctiformă S_0 produce în $P(\vec{b})$ radiaţii ce corespund unei unde sferice pe care le exprimăm prin mărimea :

$$e(P, t) = \frac{e(S_0, t)}{r} e^{-ikr} \tag{2}$$

Pentru toate sursele punctiforme de pe elementul de suprafaţă $d\Sigma$ se poate considera $s = \text{const.}$, $r = \text{const.}$, $t(\vec{\rho}) = \text{const.}$ şi folosind (1) şi (2) putem scrie :

$$de(P \,.\, t) = q(i) \cdot t(\vec{\rho}) \cdot \frac{E_0}{r \,.\, s} \cdot e^{i[\omega t - k(s+r) + \psi_0]} d\Sigma \tag{3}$$

unde $q(i)$ este un factor prin care se exprimă faptul că sursa de suprafaţă $d\Sigma$ nu este omogenă. Astfel această sursă pentru a exprima realitatea nu trebuie să emită radiaţii spre sursa S. Pentru a exprima modul de desfăşurare a fenomenelor în realitate trebuie să se admită că

$$q(i) = 0 \text{ dacă } i \geqslant \frac{\pi}{2} \tag{4}$$
$$q(i) \text{ este maxim dacă } i = 0$$

unde i este unghiul format de versorii $\vec{N}$ şi $\vec{r_0}$ (Fig. 90). Pentru toate sursele punctiforme induse pe suprafaţa Σ din (3) se poate obţine :

$$e_i(P, t)=E_i(P)\cdot e^{i(\omega t+\psi_0)}=e^{i(\omega t+\psi_0)}\int\limits_{\Sigma} q(i)\cdot i(\vec{\rho})\frac{\vec{E}_0}{r\cdot s}e^{-ik(s+r)}\,d\Sigma \qquad (5)$$

Din (5) după calculul integralei care exprimă mărimea $E_i(P)$ se poate determina densitatea de flux:

$$\varphi(P)=\chi\cdot E_i(P)\cdot E_i^*(P) \qquad (6)$$

Cînd este utilizat un procedeu analog cu cel prezentat mai sus se spune că fenomenele de difracție sînt tratate în baza principiului Huygens-Fresnel.

Prin utilizarea metodei prezentate mai sus se obțin rezultate concordante în primă aproximație cu cele obținute experimental. Metoda poate fi folosită în cadrul teoriei electromagnetice a radiațiilor optice dacă unda de radiații este exprimată prin componente scalare.

b. Etapa a doua este legată de lucrările lui Helmholtz (1859) (care a studiat unde acustice) și ale lui Kirchhoff (1882). În cazurile în care interesează optica aplicată, în baza lucrărilor lui Kirchhoff, pentru exprimarea fenomenelor de difracție se poate proceda astfel: domeniul spațial ΔV (Fig. 90) în care se află punctul $P(\vec{b})$ pentru care se calculează densitatea de flux poate fi separat de domeniul spațial ΔV_s în care se află sursele de radiații cu ajutorul suprafețelor Σ' și Σ,

Să admitem că în ΔV viteza de propagare a radiațiilor este $v=k\cdot\omega$. În aceste condiții pentru unde scalare armonice putem scrie:

$$e(\vec{s},\ t)=E(\vec{s})\ e^{i\cdot\omega\cdot t} \qquad (7)$$

unde $e(\vec{s}, t)$ este elongația undei într-un punct S_0 de pe suprafața Σ sau Σ'. Pentru unde armonice (7) ecuația de propagare [2.1 (7)] poate fi scrisă sub forma:

$$\nabla^2 E=-k^2\cdot E \qquad (8)$$

Să admitem de asemenea că funcția

$$F(r)=\frac{1}{r}e^{-ikr} \qquad (9)$$

satisface ecuația:

$$\nabla^2 F=-k^2\cdot F \qquad (10)$$

Din (8) și (10) se poate obține ecuația:

$$\int\limits_{\Delta V}(F\cdot\nabla^2 E-E\cdot\nabla^2 F)\,dV=0 \qquad (11)$$

Integrala (11) se poate transforma în integrală de suprafață și se poate obține formula:

$$E(P)+\frac{1}{4\pi}\int\limits_{\Sigma+\Sigma'}(F\cdot\nabla E-E\cdot\nabla F)\cdot\vec{N}\cdot d\Sigma=0 \qquad (12)$$

unde $\vec{N}$ este versorul normalei în punctele suprafeței $\Sigma+\Sigma'$ care închid volumul ΔV, orientat spre interiorul acestui volum.

Formula (12) arată că amplitudinea $E(P)$ a intensității cîmpului electric în punctul P poate fi calculată dacă se cunosc valorile funcțiilor F, ∇F și ale mărimilor E și ∇E în toate punctele suprafeței $\Sigma + \Sigma'$ care închid volumul ΔV. Formula (12) exprimă o soluție generală a ecuației de propagare a undelor scalare. Ea se numește formula lui Helmholtz. Pentru a simplifica această formulă Kirchhoff folosește următoarea condiție fizică:

Ținînd seama de faptul că radiațiile se propagă cu viteză finită, el consideră că se poate alege R_0 atît de mare încît în momentul determinării valorii $E(P)$ în P, radiația emisă de S să nu ajungă la punctele suprafeței Σ'. Această condiție poate fi exprimată prin egalitățile:

$$E(P_0)=0, \quad \nabla E(P_0)=0 \tag{13}$$

unde P_0 este un punct pe suprafața Σ'. În aceste condiții (12) poate fi scrisă sub forma:

$$E(P) = -\frac{1}{4\pi}\int_{\Sigma}(F \cdot \nabla E - E \cdot \nabla F) \cdot \vec{N} \cdot d\Sigma \tag{14}$$

Folosind (9) în condiția

$$\frac{1}{r} << k = \frac{2\pi}{\lambda} \tag{15}$$

se poate obține în primă aproximație

$$\nabla_0 F(\vec{r}) = -i \cdot k \frac{e^{-ikr}}{r} \vec{r}_0 \tag{16}$$

unde $\vec{r}_0$ este versorul vectorului de poziție

$$\vec{r} = \vec{b} - \vec{\rho} \tag{17}$$

Dacă notăm cu $t(\vec{\rho})$ coeficientul de transmisie a intensităților de cîmp electric produsă de S în S_0 putem scrie:

$$E(S_0) = t(\vec{\rho}) \cdot E_0(S_0) \tag{18}$$

unde $E_0(S_0)$ este intensitatea de cîmp electric produsă de S în S_0 în lipsa oricărui obstacol. Dacă sursa este punctiformă

$$E_0(S_0) = \frac{E_0}{s} e^{-iks} \tag{19}$$

Folosind (19) în primă aproximație $\left(\text{dacă } \frac{1}{s} << \frac{2\pi}{\lambda_0}\right)$ se poate obține

$$\nabla E_0(S_0) = i \cdot k \cdot \frac{e^{-iks}}{s} \vec{s}_0 = i \cdot k \cdot E_0(S_0) \cdot \vec{s}_0 \tag{20}$$

unde $\vec{s}_0$ este versorul vectorului

$$\vec{s} = \vec{\rho} + \vec{a} \tag{21}$$

Din (18) şi (20) se poate obţine:

$$\nabla E(S_0)=E_0(S_0)\,.\,\nabla t+t\,.\,\nabla E_0(S_0)=(\nabla t+ik\,.\,t\,.\,\vec{s}_0)\,.\,E_0(S_0) \tag{22}$$

Dacă este îndeplinită condiţia

$$\nabla t<<\frac{2\pi}{\lambda}t \tag{23}$$

din (20) şi (22) în primă aproximaţie rezultă:

$$\nabla E(S_0)=ik\,.\,t(\vec{\rho})\,.\,\frac{E_0}{s}\,.\,e^{-iks}\,.\,\vec{s}_0 \tag{24}$$

Folosind (16) şi (24) putem scrie (14) sub forma:

$$E(P)=-\frac{iE_0}{\lambda}\int_{\Sigma}t(\vec{\rho})\frac{\vec{r}_0\,.\,\vec{N}+\vec{S}_0\,.\,\vec{N}}{2}\,\frac{e^{-i\cdot k(r+s)}}{r\,.\,s}\,d\Sigma \tag{25}$$

În condiţia

$$q(i)=\frac{i}{\lambda}\,\frac{\vec{r}_0\vec{N}+\vec{s}_0\,.\,\vec{N}}{2} \tag{26}$$

formula (25) este identică cu (5).
Din această cauză formula (26) poartă numele de formula Fresnel-Kirchhoff.

c. Etapa a treia este legată de lucrările lui Poincaré (1891) şi ale lui Sommerfeld (1896). În aceste lucrări se arată că exprimarea corectă din punct de vedere matematic a fenomenelor de difracţie poate fi realizată prin obţinerea soluţiilor ecuaţiilor lui Maxwell cu condiţii la limită pe suprafeţele corpurilor aflate în spaţiul de propagare. Dacă corpurile au muchii ascuţite sînt necesare şi aşa-numitele „condiţii de muchii". Din cauza dificultăţilor întîmpinate, soluţiile exacte ale ecuaţiilor lui Maxwell au fost obţinute numai pentru un număr mic de modele simple de sisteme în care au loc fenomene de difracţie. Din compararea rezultatelor obţinute în rezolvarea riguroasă cu cele obţinute cu ajutorul formulei Fresnel-Kirchhoff rezultă că ele concordă pentru domenii de observare situate la distanţe mari de obstacole în apropierea graniţei umbrei geometrice.

În aceste condiţii, în domeniul opticii aplicate se utilizează cu succes formula Fresnel-Kirchhoff.

d. *Difracţia radiaţiilor optice. Aproximaţia Fresnel. Aproximaţia Fraunhofer.* Din formulele (17) şi (21) se poate obţine:

$$r=b\sqrt{1+\frac{\rho^2}{b^2}-2\frac{\vec{\rho}\,.\,\vec{b}}{b^2}},\quad s=a\sqrt{1+\frac{\rho^2}{b^2}+2\frac{\vec{\rho}\,.\,\vec{a}}{a^2}} \tag{27}$$

Limitîndu-ne la cazurile în care

$$\frac{\rho}{a}<1,\quad \frac{\rho}{b}<1 \tag{28}$$

şi dezvoltînd în serie (27) se poate obţine în primă aproximaţie:

$$r=b+\frac{\rho^2}{2b}-\frac{\vec{\rho}\,.\,\vec{b}}{b},\quad s=a+\frac{\rho^2}{2a}+\frac{\vec{\rho}\,.\,\vec{a}}{a} \tag{29}$$

Din (29) se poate obține :

$$k(r+s)=k(b+a)+\frac{k\cdot\rho^2}{2}\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{a}\right)+k\cdot\vec{\rho}\left(\frac{\vec{a}}{a}-\frac{\vec{b}}{b}\right)=k(b+a)+\Delta\psi \quad (30)$$

unde :

$$\Delta\psi=V\cdot\rho^2+k\cdot\vec{\rho}\cdot(\vec{a}_0-\vec{b}_0),\quad V=\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{a}\right),$$
$$\vec{a}_0=\frac{\vec{a}}{a},\qquad \vec{b}_0=\frac{\vec{b}}{b} \quad (31)$$

Folosind (30) putem scrie (25) sub forma :

$$E(P)=-\frac{i\cdot E_0\cdot e^{-ik(a+b)}}{\lambda}\int_{\Sigma}\frac{1}{r\cdot s}\cdot l(\vec{\rho})\,\frac{\vec{r}_0\cdot\vec{N}+\vec{s}_0\cdot\vec{N}}{2}\,e^{-i\Delta\psi}d\Sigma \quad (32)$$

α. Despre sistemele optice pentru care se obțin rezultate bune în exprimarea fenomenelor de difracție cînd se folosesc relațiile (31) și (32) se spune că sînt tratate *în aproximația Fresnel*. Fenomenele de difracție care pot fi exprimate în această aproximație se numesc *fenomene de difracție Fresnel*.

β. Dacă în sistemele studiate este îndeplinită inegalitatea

$$V\cdot\rho^2=\rho^2_{max}\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)<<2\pi \quad (33)$$

atunci

$$e^{-i\cdot V\cdot\rho^2}\simeq 1 \quad (34)$$

Despre sistemele optice pentru care în exprimarea difracției se obțin rezultate bune folosind formulele (34) și (32) se spune că sînt tratate *în aproximația Fraunhofer*. Fenomenele de difracție care pot fi exprimate în această aproximație se numesc *fenomene de difracție Fraunhofer*. Deoarece condiția (33) este îndeplinită cînd $a=\infty$ și $b=\infty$ se consideră atunci cînd sursa și locul de cercetare a distribuției de flux se află la distanțe infinite de obstacol au loc fenomene de difracție Fraunhofer. Condiția (34) este îndeplinită și atunci cînd $b=-a$. În consecință și situațiile în care sursa și locul de observare a distribuțiilor de densități de flux sînt la aceeași distanță de obstacol iar distribuțiile de densități de flux sînt virtuale, fenomenele de difracție sînt de timpul Fraunhofer.

Între difracția Fresnel și difracția Fraunhofer nu există deosebiri de principiu, ele reprezentînd două moduri aproximative de exprimare a fenomenului de difracție care țin seama de particularitățile sistemelor optice în care are loc fenomenul de difracție. În cele ce urmează vom arăta cum pot fi folosite aceste modele în studiul sistemelor de difracție.

10.2. Difracția radiațiilor armonice în cazul unui ecran plan opac în care există o zonă circulară transparentă

În Fig. 91 este reprezentat un ecran e plan opac care acoperă planul xOy al unui sistem de coordonate triortogonale cu excepția unei zone delimitate de cercurile de raze ρ_1 și ρ_2 care au centrele în punctul O. O sursă puncti-

formă S situată pe axa Oz la distanța z de O emite radiații optice armonice de lungime de undă λ. Pentru a evalua densitatea de flux $\varphi(P)$ produsă de această sursă în punctul P putem folosi formula (32). Suprafața Σ poate fi aleasă convenabil astfel încît să coincidă cu suprafața ecranului e aflată în umbra lui geometrică. În aceste condiții dacă ecranul este opac iar zona circulară perfect transparentă putem scrie:

$$\begin{aligned} t(\vec{\rho}) &= 0 \text{ dacă } \rho > \rho_2 \text{ sau } \rho < \rho_1 \\ t(\vec{\rho}) &= 1 \text{ dacă } \rho_1 < \rho < \rho_2 \end{aligned} \tag{35}$$

Integrala (32) fiind în condițiile (35) extinsă numai la zona circulară putem scrie elementul de suprafață sub forma:

$$d\Sigma = \rho \, . \, d\rho \, . \, d\theta = \frac{1}{2} d(\rho^2) \, . \, d\theta \tag{36}$$

Dacă luăm în considerare numai cazurile în care ρ_{max} și $\vec{r'}$ au valori mici putem scrie în primă aproximație

$$\vec{s_0}\vec{N} = 1, \quad \vec{r_0} \, . \, \vec{N} = 1 \quad s \, . \, r = a \, . \, b \tag{37}$$

Din figura 91 rezultă

$$\frac{r'}{b} = \sin\beta, \quad \vec{\rho} \, . \, \frac{\vec{b}}{b} = \vec{\rho} \, \frac{\vec{r'} + \vec{z'}}{b} = \frac{\vec{\rho} \, . \, \vec{r'}}{b} = \frac{\vec{\rho} \cdot \vec{r'}}{b} \cos(\theta - \theta') \tag{38}$$

Folosind (30), (35), (36), (37) și (38) putem scrie (32) sub forma:

$$E(P) = -\frac{i \, . \, E_0}{2 \, . \, \lambda} \frac{e^{-ik(a+b)}}{z \, . \, z'} \int_{\rho_1}^{\rho_2} \int_0^{2\pi} e^{-i \cdot V \cdot \rho^2} \, . \, e^{ik \cdot \rho \cdot \sin\beta \cdot \cos(\theta - \theta')} \, d\rho^2 d\theta \tag{39}$$

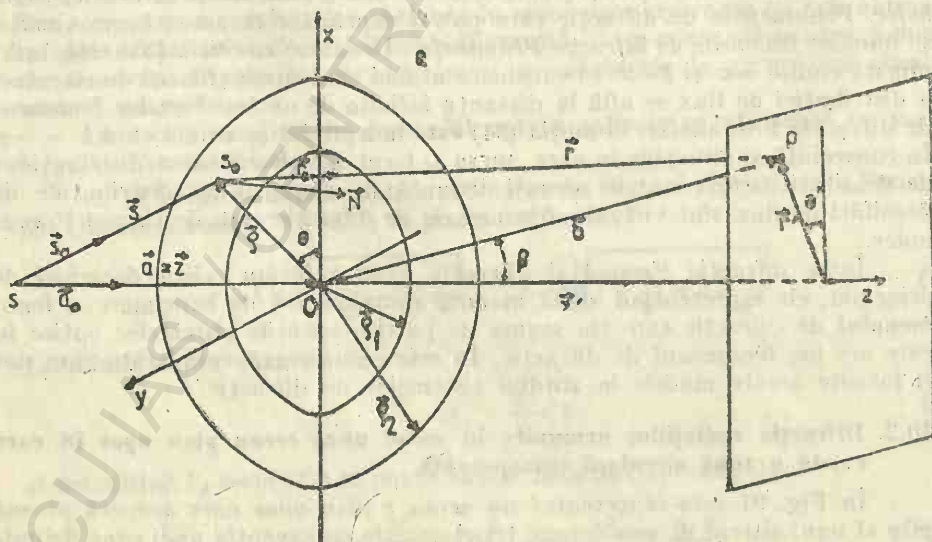


Fig. 91

Formula (39) exprimă amplitudinea intensității cîmpului electric în punctul P în aproximația Fresnel. În conformitate cu această formulă, $E(P)$ depinde numai de unghiul β și în consecință distribuțiile de densități de flux, calculate în baza ei au curbele de nivel de densitate de flux constantă de formă circulară (β = const.) centrate pe axa Oz. Pentru puncte P situate pe axa Oz

$$\beta = 0 \tag{40}$$

și (39) ia forma:

$$E_z(P) = -\frac{i\cdot E_0}{2\cdot\lambda}\,\frac{e^{-ik(z+z')}}{z\cdot z'}\int_{\rho_1}^{\rho_2}\int_0^{2\pi} e^{-iV\cdot\rho^2}\,d\rho^2\cdot d\theta = \frac{\pi\cdot E_0}{\lambda}\,\frac{e^{-ik(z+z')}}{z\cdot z'}\,\frac{1}{V}\left(e^{-iV\rho_2^2}-e^{-i\cdot V\cdot\rho_1^2}\right) \tag{41}$$

Folosind (31), (6) și (41) putem scrie:

$$\varphi_z(P)=2\cdot\varphi_p(P)\,[1-\cos V\cdot(\rho_2^2-\rho_1^2)] \tag{42}$$

unde

$$\varphi_p(P)=\chi\cdot E_p\cdot E_p^*,\quad E_p=\frac{E_0\cdot e^{-ik(z+z')}}{z+z'} \tag{43}$$

În conformitate cu (43) φ_p este densitatea de flux produsă în punctul P de sursa S în lipsa ecranului e.

În conformitate cu (42) densitățile de flux pe axa Oz au valori extreme exprimate prin mărimile:

$$\varphi_0(P),\quad \begin{matrix}\varphi_M(P)=4\cdot\varphi_p, & \cos V(\rho_2^2-\rho_1^2)=-1,\\ \varphi_m(P)=0, & \cos V(\rho_2^2-\rho_1^2)=1\end{matrix}\qquad V(\rho_2^2-\rho_1^2)=m\pi \tag{44}$$

Ținînd seama de (44) și (31) valorile extreme ale densităților de flux se obțin în punctele pentru care sînt îndeplinite condițiile:

$$\left(\frac{1}{z}+\frac{1}{z'_m}\right)(\rho_2^2-\rho_1^2)=m\cdot\lambda\ (m=0,\ \pm1,\ \pm2,\ \pm3,\ldots) \tag{45}$$

În (45) pentru m par ($m=2p$) se obțin minime iar pentru m impar ($m=2p+1$) se obțin maxime.

Din (42) rezultă că energia radiațiilor optice pătrunde în umbra geometrică a porțiunii centrale de rază ρ_1 a ecranului e și produce acolo distribuții de densități de flux caracteristic prin maxime și minime [v. 44]. Aceste distribuții caracteristice de densități de flux din umbra geometrică a corpurilor sau din vecinătatea graniței umbrei geometrice se numesc *franje de difracție*. Din (44) rezultă că densitățile de flux în anumite puncte din umbra geometrică pot fi mai mari [$\varphi(P)=4\cdot\varphi_p$] decît acele care sînt produse în aceste puncte în lipsa obstacolului căruia îi aparține umbra geometrică.

10.3. Difracția Fresnel în cazul unui ecran plan opac în care există un orificiu transparent

Dacă în ecranul opac e (Fig. 91) există un orificiu circular $\rho_1=0$, $\rho_2=\rho_0$ (unde ρ_0 este raza orificiului) și dacă sursa S se află situată la distanță infinită

față de ecran, $z=\infty$, formula (45) ia forma:

$$\frac{\rho_0^2}{z'_m}=m\cdot\lambda \quad (46)$$

Din (46) rezultă că dacă ρ_0 crește continuu de la valoarea zero, această relație (pentru z'_m dat) este îndeplinită alternativ pentru m par și m impar. Rezultă deci că într-un punct P la distanța z'_m de ecran o dată cu creșterea razei orificiului, densitatea de flux variază, trecînd prin maxime și minime succesiv.

Exemplu numeric. Să admitem că $\lambda=500$ nm, $z'_m=2$ m. Cu aceste valori din (46) pentru diferiți m se poate obține:

m	$=1$	3	5 11	
ρ_0(mm)	$=1,$	1,73	2,24. . . 3,32	(47)
m	$=0$	2	4 12	
ρ_0(mm)	$=0$	1,41	2 3,46	

Dacă luăm $\rho_0=1$ mm din (46) rezultă:

$m=1$	4	5		(48)
$z_m(m)=2$	0,67	0,4		

Din valorile prezentate în (47) rezultă $\rho_0<<z'$ relația care justifică aproximațiile (37). Constatăm totodată că și în cazul unui ecran în care există un orificiu circular există puncte (48) în care se produce o concentrare maximă de energie radiantă de densitate de flux $\varphi(P)=4\cdot\varphi_p$ și puncte în care densitatea de flux este $\varphi(P)=0$ (condițiile 48 pentru $m=2p$).

10.4. Rețelele de difracție zonate

Să admitem că în ecranul opac e (Fig. 91 și Fig. 92) există N zone circulare transparente delimitate de cercuri concentrice cu centrele pe axa Oz și de raze $\rho_1, \rho_2, \rho_3 \ldots \rho_n \ldots \rho_{2N}$. Dacă alegem suprafața Σ să coincidă cu suprafața din umbră a ecranului e atunci $t(\vec{\rho})=0$ pentru toate punctele S_0 care se află pe porțiuni opace ale ecranului și

$$t(\vec{\rho})=1 \text{ dacă } \rho_1<\rho<\rho_2,\ \rho_3<\rho<\rho_4 \ldots \rho_{2N-1}<\rho<\rho_{2N} \quad (49)$$

Ținînd seama de (49) putem scrie (făcînd uz de aproximațiile 37) integrala (32) sub forma:

$$E(P)=-\frac{i\cdot E_0}{\lambda}\frac{e^{ik(z+z')}}{z\cdot z'}\sum_{j=1}^{N}\int_{\Delta\Sigma_j} e^{-i\Delta\psi_j}\,d\Sigma \quad (50)$$

Pentru puncte de pe axa OZ, pentru fiecare zonă, conform cu (38), (39) și (41) putem scrie:

$$\int_{\Delta\Sigma_j} e^{-iV\rho^2}d\Sigma=\left(e^{-iV\rho^2_{j}}-e^{-iV\rho^2_{j-1}}\right)\frac{i\pi}{V} \quad (51)$$

Folosind (51) şi (43) putem scrie (50) sub forma :

$$E(P) = -E_p[(e^{-i\cdot V\cdot\rho_2^2} - e^{-i\cdot V\cdot\rho_1^2}) + (e^{-i\cdot V\cdot\rho_4^2} - e^{i\cdot V\cdot\rho_3^2}) + \ldots(e^{-i\cdot V\cdot\rho_{2N}^2} - e^{-i\cdot V\cdot\rho_{2N-1}^2}) = -E_p \sum_{m=1}^{2N}(-1)^m e^{-i\cdot V\cdot\rho_m^2} \tag{52}$$

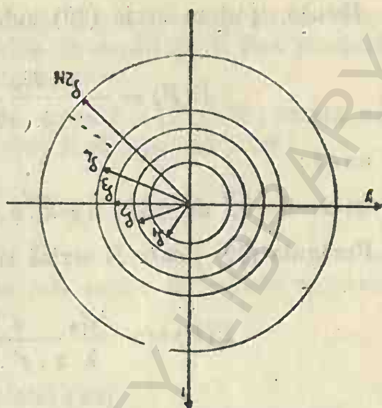


Fig. 92

Folosind (52) şi (6) se poate obţine :

$$\varphi(P) = \varphi_p\left(\sum_{m=1}^{2}(-1)^m e^{-i.V\cdot\rho_m^2}\right)\cdot\left(\sum_{p=1}^{2N}(-1)^p e^{-iV\cdot\rho_p^2}\right) = \varphi_p \sum_p \sum_m -(-1)^m.(-1)^p.\cos V.(\rho_p^2-\rho_m^2) \tag{53}$$

Funcţia (53) are valori maxime

$$\varphi_M(P) = (2N)^2 . \varphi_p \tag{54}$$

dacă sînt îndeplinite pentru toate valorile j şi m în condiţiile :

$$(-1)^p(-1)^m . \cos V(\rho_p^2-\rho_m^2) = 1 \tag{55}$$

sau

$$V(\rho_p^2-\rho_m^2) = (p-m)\pi \tag{56}$$

Un sistem de zone transparente ca cele prezentate schematic în Fig. 92 şi pentru care sînt îndeplinite condiţiile (56) se numeşte *reţea zonată.*

După cum rezultă din (54), o reţea zonată poate produce prin difracţie concentrarea energiei radiante în anumite puncte de pe normala la ecran care trece prin centrul zonelor. Una din soluţiile cerute de (55) se obţine în condiţiile :

$$V(\rho_p^2-\rho_1^2) = (p-1)\pi \tag{57}$$

Dacă reţeaua are în centru un orificiu, $p_1=0$ şi (57) poate fi scrisă sub forma :

$$\rho_p = \sqrt{\frac{1}{V}(p-1)\,\pi} = \sqrt{\frac{z.\,z'}{z+z'}(p-1)\cdot\lambda} \tag{58}$$

Reţele zonate pot fi obţinute prin fotografierea unui desen realizat în tuş, pe hîrtie albă ; cercurile care delimitează zonele avînd raze ce pot fi calculate cu (48). Negativul acestui desen realizat astfel încît să fie satisfăcute condiţiile (58) este o reţea zonată pentru z, şi z' daţi.

10.5. Difracţia radiaţiilor optice armonice în cazul unui ecran plan opac în care există o zonă circulară transparentă. Aproximaţia Fraunhofer

a. *Ecran cu zonă circulară transparentă.* Să admitem că în sistemul reprezentat schematic în Fig. 91 sursa S şi cîmpul punctelor P se află la distanţe suficient de mari de ecranul e, astfel încît să fie satisfăcute cu suficientă precizie condiţiile de aproximaţie Fraunhofer (33), (34). Dacă aceste condiţii sînt satis-

făcute, putem scrie (39) sub forma:

$$E(P) = -\frac{i \,.\, E_0}{\lambda} \frac{e^{-ik(a+b)}}{z \,.\, z' \,.\, k^2 \,.\, \sin\beta} \int\limits_{u_1}^{u_2}\int\limits_{e}^{2\pi} e^{iu\cdot\cos\alpha} u \,.\, du \,.\, d\alpha \tag{59}$$

unde:

$$\alpha=\theta-\theta', \quad d\alpha=d\theta \quad u=k \,.\, \rho \,.\, \sin\beta, \quad u_1=k \,.\, \rho_1 \sin\beta, \quad u_2=k \,.\, \rho_2 \,.\, \sin\beta \tag{60}$$

Formula (59) poate fi scrisă sub forma):

$$E(P) = -\frac{iE_0}{\lambda} \frac{e^{-ik(a+b)}}{z \,.\, z' \,.\, k^2 . \sin^2\beta} \left[\int\limits_0^{u_2}\int\limits_0^{2\pi} e^{iu\cdot\cos\alpha} u \,.\, du \,.\, d\alpha - \right.$$

$$\left. - \int\limits_0^{u_1}\int\limits_0^{2\pi} e^{iu\cdot\cos\alpha} u \,.\, du \,.\, d\alpha = \right. \tag{61}$$

$$= -\frac{i \,.\, \pi \,.\, E_0}{\lambda} \frac{e^{-ik(a+b)}}{z \,.\, z'} \left[\rho_2^2 \frac{2\mathcal{J}_1(u_2)}{u_2} - \rho_1^2 \frac{2\mathcal{J}_1(u_1)}{u_1} \right]$$

Din (6) și (61) se poate obține:

$$\varphi(P) = -\chi \frac{E_0^2}{\lambda^2} \frac{\pi^2}{z^2 \,.\, z'^2} \left[\rho_2^2 \frac{2\mathcal{J}_1(u_2)}{u_2} - \rho_2^2 \frac{2\mathcal{J}_1(u_1)}{u_1} \right]^2 \tag{62}$$

α. Teorema lui Babinet. Din tabelul XV rezultă că:

$$\lim_{\rho_2\to\infty} \left[\rho_2^2 \frac{2\cdot\mathcal{J}_1(u_2)}{u_2} \right] = 0, \quad \lim_{\rho_1\to 0} \left[\rho_1^2 \frac{2 \,.\, \mathcal{J}_1(u_1)}{u_1} \right] = 0 \tag{63}$$

Ținînd seama de (63) dacă în ecranul e există un orificiu de rază ρ_2, ($\rho_1=0$) din (62) se obține:

$$\varphi_{0r}(P) = \varphi_2 \left[\frac{2 \,.\, \mathcal{J}_1(u_2)}{u_2} \right]^2, \quad \varphi_2 = \frac{\pi^2 \,.\, E_0^2 \,.\, \rho_2^4}{\lambda^2 \,.\, z^2, \; z'^2} \tag{64}$$

În conformitate cu (63) dacă ecranul e se reduce la un disc opac de rază ρ_1($\rho_2\to\infty$) din (62) rezultă:

$$\varphi_{\text{disc}}(P) = \varphi_2 \left[\frac{2 \,.\, \mathcal{J}_1(u_1)}{u_1} \right]^2, \quad \varphi_2 = \frac{\pi^2 \,.\, E_0^2 \rho_2^4}{\lambda^2 \,.\, z^2 \,.\, z'^2} \tag{65}$$

Dacă $\rho_1=\rho_2=\rho_0$ din (64) și (65) rezultă:

$$\varphi_{0r}(P) = \varphi_{\text{disc}}(P) \tag{66}$$

Un ecran disc opac de rază ρ_0 se numește ecran complementar unui ecran plan opac de dimensiuni infinite în care există un orificiu de rază ρ_0.

Egalitatea (66) arată că distribuțiile de densități de flux produse prin difracție de două ecrane complementare sînt identice. Acest adevăr este cunoscut sub denumirea de *teorema lui Babinet*. Ea a fost demonstrată și pentru ecrane

complementare de altă formă decît cea circulară. Ţinînd seama de teorema lui Babinet este suficient să cercetăm distribuţiile de densităţi de flux produse de ecrane infinite în care există porţiuni transparente.

b. *Ecran cu orificiu transparent.* Dacă în ecranul e (Fig. 91) există un orificiu circular de rază ρ_0 în conformitate cu (64) şi (60) putem scrie :

$$\varphi(P)=\varphi_0\left[\frac{2\cdot\mathcal{J}_1(u_0)}{u_0}\right]^2,\quad u_0=\frac{2\pi}{\lambda}\rho_0\cdot\sin\beta \tag{67}$$

În tabelul XVI sînt prezentate cîteva date referitoare la valorile extreme ale funcţiei $F(u_0)=\dfrac{2\mathcal{J}_1(u_0)}{u_0}$.

În figura 93 este prezentat graficul funcţiei (93).

În figura 94 este reprezentată schematic o secţiune (a sistemului din Fig. 91) care conţine axa Oz.

Pentru fascicule de raze paralele cu incidenţă normală pe ecranul e umbra geométrică în planul π' situat la distanţă z' de ecran are graniţă un cerc cu centrul în O' şi de rază $O'A'=\rho_0$. Distribuţia de densităţi în planul π' în conformitate cu (67) pentru $D_0=2\cdot\rho_0$ dat depinde numai de distanţă

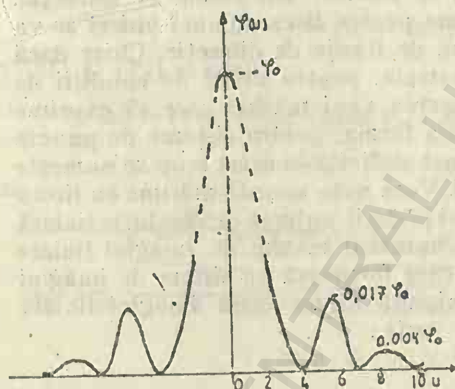


Fig. 93

TABEL XVI

u_0	$F_{max}(u_0)$	$F_{min}(u_0)$
0	1	—
3,832	—	0
5,136	0,0173	—
7,016	—	0
8,417	0,0042	—
10,174	—	0
11,620	0,0016	—

$$r'=OP\cdot\sin\beta \tag{68}$$

În aceste condiţii franjele de difracţie sînt circulare cu centrul în O'. Primul minim de valoare zero corespunde direcţiei determinate (v. Tabelul XVI) prin formula :

$$\sin\beta_1=\frac{r_1'}{OP}=\frac{3,832}{\pi}\frac{\lambda}{D_0}=1,22\frac{\lambda}{D_0} \tag{69}$$

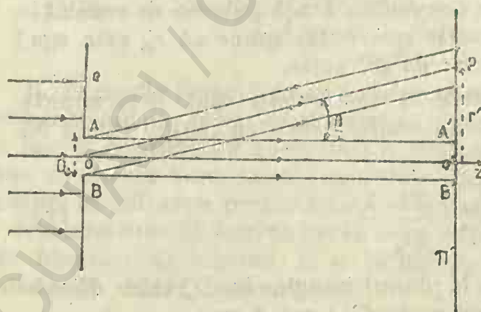


Fig. 94

După cum rezultă din figura 94 cea mai mare parte a energiei care trece

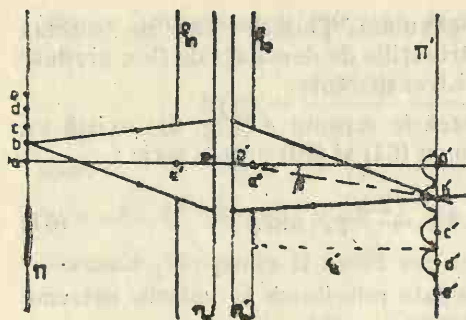


Fig. 95

prin orificiu se propagă în interiorul conului cu vîrful O şi de deschidere

$$\alpha_1 = 2 \cdot \beta_1 \simeq 2{,}44 \frac{\lambda}{D_0} \tag{70}$$

unde β_1 este determinat prin (69).

Exemplu numeric. Dacă $D_0 = 0{,}01$ mm, $\lambda = 500$ nm [din (69) rezultă $\sin \beta_1 = 0{,}06$] şi $OP = 2$ m atunci $r' = 12$ cm. Rezultă că în planul π' la 2 metri de ecran în acest caz în loc de o suprafaţă iluminată circulară cu diametru $A'B' = D_0 = 0{,}01$ mm se obţine o suprafaţă circulară de diametru $D' = 2\,r' = 24$ cm.

c. *Puterea de rezoluţie a sistemelor optice centrale.* Conform cu principiile de bază ale opticii geometrice, un sistem optic central poate forma imaginea unui obiect punct cu punct. Astfel pentru un sistem de puncte $a, b, c, d, \ldots$ (Fig. 95) se obţin imaginile punctiforme $a', b', c', d' \ldots$ Fasciculele de radiaţii care contribuie la formarea imaginilor au însă apertură finită determinată de diafragma de apertură. Ca urmare a trecerii lor printr-un orificiu dintr-un ecran opac (prin diafragma de apertură) se produce fenomenul de difracţie. În consecinţă în loc de imagini punctiforme pentru fiecare punct obiect se va obţine în planul imagine π' cîte un sistem de franje de difracţie. Chiar dacă luăm în considerare numai maximele centrale, pentru astfel de condiţii de formare a imaginilor se impune introducerea unei mărimi care să exprime cantitativ capacitatea sistemului optic de a forma, pentru sisteme de puncte obiect, sisteme de imagini distincte. Mărimea definită în acest scop se numeşte *putere de rezoluţie a sistemului optic central.* Vom nota această mărime cu litera R. La fel ca în cazul receptorilor de imagini [7.5a.i] puterea de rezoluţie liniară este definită ca fiind o mărime egală cu numărul maxim de imagini liniare (punctiforme) de pe unitatea de lungime care formează un sistem de imagini distincte. Dacă notăm cu r'_m distanţa minimă dintre două imagini liniare (punctiforme) care sînt distincte putem scrie:

$$R = \frac{1}{r'_m}\ m^{-1} \tag{71}$$

Distanţa r'_m este stabilită printr-o convenţie. Dacă puterea de rezoluţie este determinată de fenomenul de difracţie convenţia spune că r'_m este egal cu raza r_1 a maximului central al franjelor de difracţie.

Deoarece în spaţiul imagine aperturile fasciculelor sînt determinate de pupila de ieşire în prima aproximaţie în conformitate cu (69) şi figura 95 putem scrie:

$$r'_m = r'_1 \simeq \beta \cdot z'_a = z'_a \frac{1{,}22 \cdot \lambda}{D''_p} \tag{72}$$

unde z'_a este distanţa de la pupila de ieşire la planul imagine iar D''_p este diametrul pupilei de ieşire. Folosind (72) putem scrie (71) sub forma:

$$R = \frac{1}{z'_a}\,\frac{D''_p}{1{,}22\,.\,\lambda} \tag{73}$$

Putem de asemenea defini puterea de rezoluție unghiulară

$$R_u = \frac{1}{\beta_m}\ \mathrm{rad}^{-1} \tag{74}$$

unde β_m este unghiul minim dintre două fascicule care formează imagini punctiforme distincte. Din (72) și (74) rezultă:

$$R_u = \frac{D''_p}{1{,}22\,.\,\lambda} \tag{75}$$

10.6. Difracția radiațiilor optice în cazul unui ecran cu margini rectilinii

a. *Noțiuni generale.* Integrala (32) poate fi scrisă în coordonate carteziene. Pentru aceasta se poate alege o suprafață Σ', astfel încît să coincidă cu planul xOy. În aceste condiții se poate scrie:

$$d\Sigma = dx\,.\,dy \quad \vec{\rho} = x\,.\,\vec{i} + y\,.\,\vec{j}$$

$$\vec{a}_0 = \cos\alpha_x \vec{i}_e \cos\alpha_y\,.\,\vec{j} + \cos\alpha_z\,.\,\vec{k} \tag{74'}$$

$$\vec{b}_0 = \cos\beta_x \vec{i} + \cos\beta_y\,.\,\vec{j} + \cos\beta_z\,.\,\vec{k}$$

Din (31) și (74) rezultă:

$$\begin{aligned}\Delta\psi &= V(x^2+y^2) + k[(\cos\alpha_x - \cos\beta_x)x + (\cos\alpha_y - \cos\beta_y)y] = \\ &= V(x^2+y^2) - u_x x - u_y y\end{aligned} \tag{75'}$$

unde

$$u_x = \frac{2\pi}{\lambda}(\cos\beta_x - \cos\alpha_x), \quad u_y = \frac{2\pi}{\lambda}(\cos\beta_y - \cos\alpha_y) \tag{76}$$

În cazurile în care putem considera

$$r\,.\,s \simeq a\,.\,b, \quad \vec{r}_0.\vec{N} + \vec{s}_0\,.\,\vec{N} = \mathrm{const.} \tag{77}$$

folosind (74) putem scrie (32) sub forma:

$$E(P) = \frac{i\,.\,E\,.\,(\vec{r}_0\,.\,\vec{N} + \vec{s}_0\,.\,\vec{N})}{2\,.\,\lambda}\int_{\Delta\Sigma} t(\rho)\,.\,e^{-i\cdot V\cdot(x^2+y^2)} e^{i\cdot u_x\cdot x} e^{i\cdot u_y\cdot y}\,dx\,dy \tag{78}$$

b. *Difracția Fraunhofer în cazul unui ecran în care există un sistem periodic unidimensional de suprafețe dreptunghiulare transparente.* În cele ce urmează vom lua în considerare aproximația Fraunhofer pentru difracția produsă de ecrane opace în care există suprafețe transparente dreptunghiulare. Astfel de cazuri de difracție prezintă interes deosebit pentru optica aplicată.

Să admitem că într-un ecran opac e (Fig. 96) există N suprafețe transparente identice de lungimi x_0 și lățimi y_0 care formează un sistem periodic cu distanța dintre centrele lor

$$C_{j+1}C_j = d = y_e + y_0 \tag{79}$$

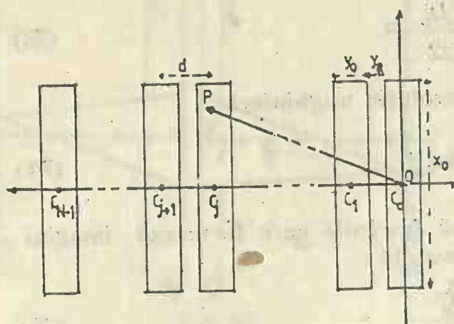


Fig. 96

unde y_e este lățimea porțiunii opace dintre două suprafețe transparente vecine

Mărimea

$$n=\frac{1}{d}\,m^{-1} \tag{80}$$

exprimă frecvența sistemului, adică numărul de suprafețe transparente situate pe unitatea de lungime.

Dacă ecranul acoperă planul xOy al unui sistem de coordonate triortogonale și suprafața Σ' coincide cu suprafața din umbră a ecranului, $t(\vec{\rho})$ va fi egal cu zero pentru toate punctele situate pe ecranul opac și

$$t(\vec{\rho})=1 \quad \text{dacă} \quad -\frac{x_0}{2}<x<\frac{x_0}{2}, \quad -\frac{y_0}{2}<y<\frac{y_0}{2}$$

$$d-\frac{y_0}{2}<y<d+\frac{y_0}{2}, \ldots, -\frac{y_0}{2}<jd+\frac{y_0}{2} \tag{81}$$

Ținînd seama de (81) putem scrie (78) în aproximația Fraunhofer sub forma :

$$E(P)=-\frac{t\,.\,E_0(\vec{r}_0\,.\,\vec{N}+\vec{s}_0\cdot N)}{2}\int_{-\frac{x_0}{2}}^{+\frac{x_0}{2}} e^{i\cdot u_x x}\,dx\left[\sum_{j=0}^{N-1}\int_{j\cdot d-\frac{y_0}{2}}^{j\cdot d+\frac{y_0}{2}} e^{i\cdot u_y y}\,dy\right] \tag{82}$$

Deoarece

$$\int_{j\cdot d-\frac{y_0}{2}}^{j\cdot d+\frac{y_0}{2}} e^{i\cdot u_y y}\,dy=\frac{e^{i\cdot u_y y}}{i\,.\,u_y}\Bigg|_{j\cdot d-\frac{y_0}{2}}^{j\cdot d+\frac{y_0}{2}}=e^{i\cdot u_y(j\cdot d)}\,\frac{2\,.\,\sin u_y\dfrac{y_0}{2}}{u_y} \tag{83}$$

și

$$\int_{-\frac{x_0}{2}}^{+\frac{x_0}{2}} e^{i\cdot u_x x}\,dx=\frac{2\,.\,\sin u_x\dfrac{x_0}{2}}{u_x} \tag{84}$$

putem scrie (82) sub forma :

$$E(P)=\frac{i\,.\,E_0(\vec{r}_0\,.\,\vec{N}+\vec{s}_0\,.\,\vec{N})}{2}\,(x_0\,.\,y_0)\,\frac{\sin\dfrac{u_x x_0}{2}}{\dfrac{u_x x_0}{2}}\,\frac{\sin\dfrac{u_y y_0}{2}}{\dfrac{u_y y_0}{2}}\left(\sum_j e^{i\cdot j\cdot u_y\cdot d}\right) \tag{85}$$

Cum

$$S_N=\sum_{j=0}^{N=1} e^{i \cdot j \cdot u_y \cdot d}=\frac{1-e^{i \cdot N \cdot u_y \cdot d}}{1-e^{i \cdot u_y \cdot d}}$$

notînd

$$\varphi_0=\frac{E \cdot E^*}{\lambda^2}(x_0 \cdot y_0)^2$$

$$F(u_x)=\frac{\sin^2 \dfrac{u_x \cdot x_0}{2}}{\left(\dfrac{u_x \cdot x_0}{2}\right)^2}, \quad F(u_y)=\frac{\sin^2 \dfrac{u_x \cdot y_0}{2}}{\left(\dfrac{u_y \cdot y_0}{2}\right)^2}$$

$$F(N, u_y)=S_N \cdot S_N^*=\frac{1-\cos N \cdot u_y \cdot d}{1-\cos u_y \cdot d}=\frac{\sin^2 N \dfrac{u_y \cdot d}{2}}{\sin^2 \dfrac{u_y \cdot d}{2}} \tag{86}$$

putem obține din (83)

$$\varphi(P)=\varphi_0 \frac{(\vec{r}_0\vec{N}+\vec{s}_0\vec{N})^2}{4} F(u_x) \cdot F(u_y) \cdot F(N, u_y) \tag{87}$$

Funcția

$$F(u)=\frac{\sin^2 u}{u^2} \tag{88}$$

are următoarele caracteristici:

$$\lim_{u \to 0} F(u)=1 \quad \lim_{u \to \infty} F(u)=0 \tag{89}$$

are derivata

$$\frac{dF(u)}{du}=\frac{2 \cdot \sin u\,(u \cdot \cos u-\sin u)}{u^3} \tag{90}$$

are valori extreme $\left(\dfrac{dF(u)}{du}=0\right)$ în condițiile:

$$\sin u=0, \quad u_q=q \cdot \pi, \quad (q=\pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots) \tag{91}$$

$$u_p=\operatorname{tg} u_p \tag{92}$$

Ținînd seama de (88) condițiile (91) determină minime de valori

$$F(u_q)=0 \tag{93}$$

iar (92) cu soluțiile

$$\begin{array}{lllll} p=0 & 1 & 2 & 3 \\ u_p=0 & 0{,}955\,\dfrac{3\pi}{2} & 0{,}985\,\dfrac{5\pi}{2} & 0{,}991\,\dfrac{7\pi}{2} \end{array} \tag{94}$$

determină maxime de valori

$$F(u_p)=\frac{\sin^2 u_p}{u_p^2}=\frac{\operatorname{tg}^2 u_p}{u_p^2(1+\operatorname{tg}^2 u_p)}=\frac{1}{1+u_p^2} \tag{95}$$

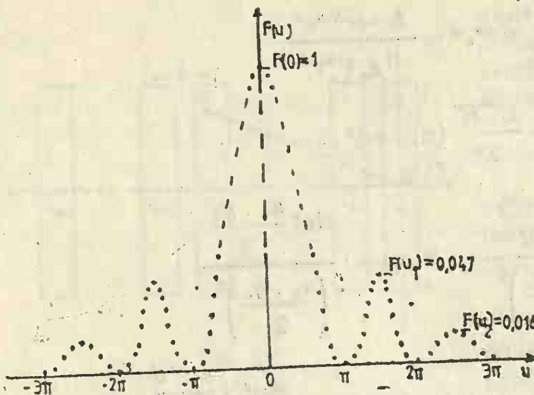


Fig. 97

În figura 97 este reprezentat graficul funcției $F(u)$.

Funcția

$$F(N,V) = \frac{\sin^2 N \cdot V}{\sin^2 V} \qquad (96)$$

are caracteristici

$$\lim_{V \to 0} F(N,V) = N^2 \qquad (97)$$

are derivata

$$\frac{dF(N,V)}{dV} = \frac{2 \sin N \cdot V[N \cdot \cos (N \cdot V) \cdot \sin V - \sin (NV) \cos V]}{\sin^3 V} \qquad (98)$$

are extremele în condițiile

$$\sin (N, V) = 0 \quad N \cdot V_m = m\pi \qquad (99)$$

$$N \cdot \mathrm{tg}\, V_k = \mathrm{tg}\,(N \cdot V_k) \qquad (100)$$

În conformitate cu (96) în condițiile (99) se obțin minime de valori

$$F(NV_m) = 0 \qquad (101)$$

În condițiile (100) se obțin maxime de valori

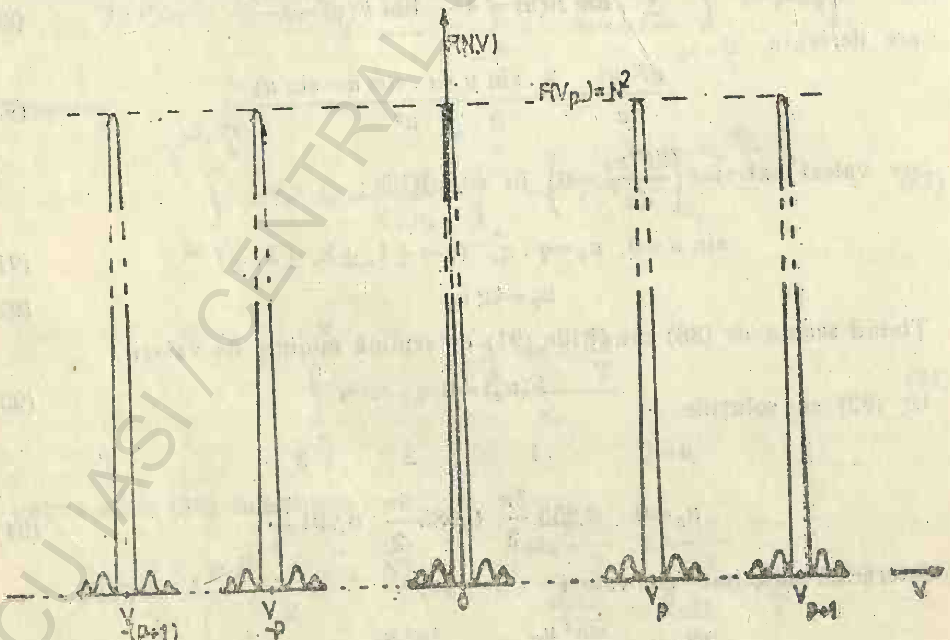


Fig. 98

$$F(N\,.\,V_k)=\frac{\mathrm{tg}^2\,(N\,.\,V_k)}{1+\mathrm{tg}^2(N\,.\,V_k)}\cdot\frac{1}{\sin^2 V_k}=\frac{N^2}{1+(N^2-1)\,.\,\sin^2 V_k} \tag{102}$$

Din (102) rezultă că în condițiile

$$\sin^2 V_p=0,\ \ V_p=p\,.\,\pi\ \ (p=0,\ \pm1,\ \pm2,\ldots) \tag{103}$$

se obțin maxime de valori

$$F(N\,.\,V_k)=N^2 \tag{104}$$

În figura 98 este prezentat graficul funcției (96).

c. *Difracția Fraunhofer în cazul unei fante liniare.* Condițiile de desfășurare a fenomenelor de difracție Fraunhofer pot fi realizate dacă se folosește un sistem optic format dintr-un colimator și un obiectiv [5.5 a . β Fig. 47]. În figura 99 a este reprezentat schematic un astfel de sistem prin fanta F a colimatorului, lentilele L_1 și L_2 și planul focal $\pi'_{F'_2}$ al lentilei obiectiv. Sistemul este reprezentat în secțiune ortogonală la fanta colimatorului. În Fig. 99 b este reprezentat planul focal imagine $\pi'_{F'_1}$ al obiectivului. Un astfel de sistem formează imaginea geometrică a fantei colimatorului în planul focal al obiectivului. Această imagine este reprezentată în Fig. 99 b prin dreptunghiul de lățime $h'=Mh$, $(M=f_2/f_1)$ și lungime $l'=M\,.\,l$ (h lățimea iar l lungimea fantei colimatorului), centrată pe focarul principal imagine al obiectivului.

Să admitem că un ecran e este plasat între L_1 și L_2 astfel orientat încît are axa Oz a unui sistem de coordonate triortogonale normală la planul ecranului și formează cu axa optică a sistemului unghiul β iar axa Ox este paralelă cu lungimea fantei colimatorului.

Dacă în ecran există o singură suprafață transparentă ($N=1$) în conformitate cu (86)

$$F(N\,.\,u_y)=1 \tag{104'}$$

După cum rezultă din tabelul I, funcția $F(u)$ ia valori apreciabile numai în intervalul 0, π, adică în cazul funcției $F(U_x)$ (74) atunci cînd :

$$\cos\alpha_x-\cos\beta_x<<\frac{\lambda}{x_0} \tag{105}$$

În conformitate cu (105), dacă avem $\lambda=500$ nm și $x_0=0{,}5$ cm $=5.10^3\mu$m putem scrie (105) sub forma :

$$\cos\alpha_x-\cos\beta_x<<10^{-4} \tag{106}$$

Formula (105) și exemplul numeric de mai sus (formula 106) arată că dacă una din dimensiunile suprafeței transparente este mult mai mare decît lungimea de undă a radiației optice în conformitate cu (87) și (88) densitatea

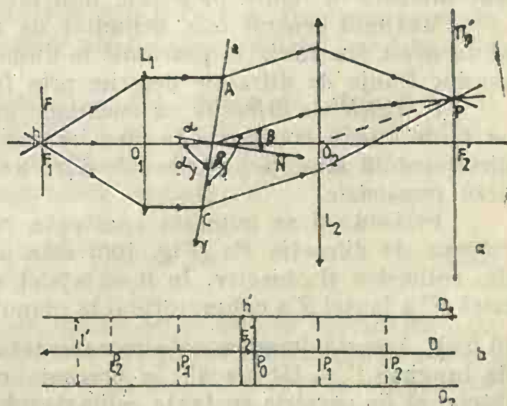


Fig. 99

de flux este diferită de zero numai în afara limitelor umbrei geometrice a ecranului ($\alpha_x = \beta_x$).

Să admitem că în cazul luat în considerare

$$x_0 >> \lambda, \quad F(u_x) = 1 \tag{107}$$

În aceste condiții ținînd seama de (107) (101) și (85) putem scrie (87) sub forma:

$$\varphi(P) = \varphi_0 \frac{\vec{r}_0\vec{N} + \vec{s}_0\vec{N}}{4} \frac{\sin^2 \frac{u_y \cdot y_0}{2}}{\left(\frac{u_y \cdot y_0}{2}\right)^2} \tag{108}$$

Ținînd seama de (105) densități de flux diferite de zero pot exista în planul focal π'_{F_2} numai în spațiul delimitat de dreptele D_1 și D_2 paralele între ele și situate la distanța l' una de alta. Deoarece pentru un punct P din acest spațiu

$$P'_2P = f_2 \cdot \operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) \tag{109}$$

iar

$$\alpha_y = \alpha \pm 90^\circ \qquad \beta_y \pm \beta = 90^\circ$$
$$\cos \alpha_y = \sin \alpha \qquad \cos \beta_y = \sin \beta \tag{110}$$

putem scrie:

$$u_y \frac{y_0}{2} = \frac{\pi}{\lambda} (\sin \alpha - \sin \beta) \, , y_0 \tag{111}$$

Folosind (110) și ținînd seama de (91) putem scrie pentru minimele densității de flux de valori

$$\varphi(P_q) = 0 \tag{112}$$

Condițiile:

$$y_0 \cdot (\sin \alpha - \sin \beta_q) = q \cdot \lambda \tag{113}$$

În conformitate cu (109), (110) și (86) densitățile de flux pe direcția D (Fig. 99 b) corespund graficului din figura 97. Minimele determinate de (112) sînt marcate în figura 99 b prin linii întrerupte și punctele P_q.

Maximul central este delimitat de minimele P_{+1} și P_{-1}. Rezulta deci că în acest caz radiația pătrunde în umbra geometrică a ecranului e și că se produc franje de difracție descrise prin funcția de fantă (u_y).

d. *Rețele de difracție cu modulație în amplitudine.* Un ecran opac plan cu fante liniare transparente identice care formează un sistem periodic pe o direcție dată se numește *rețea de difracție plană cu modulație în amplitudine prin transmisie.*

Perioada d se numește constanta rețelei de difracție. Să admitem că rețeaua de difracție Re (Fig. 100) este plasată într-un sistem optic format din colimator și obiectiv. În lipsa rețelei, sistemul formează imaginea geometrică F' a fantei F a colimatorului în planul focal π'_{F_2} a obiectivului (Fig. 100 a) [9.6.c]. Această imagine este reprezentată în figura 100 b prin dreptunghiul de lungime l' și lățime h'. În prezența rețelei orientată astfel încît fantele rețelei să fie paralele cu fanta colimatorului, densități de flux diferite de zero pot exista în limitele suprafeței delimitate de dreptele D_1 și D_2 (Fig. 100 b).

Dacă este îndeplinită condiția (107) și se ține seama de (110) distribuția de densități de direcția D (Fig. 100 b) în conformitate cu (87), (85) și (86) este exprimată prin funcția:

$$\varphi(P)=\varphi_0\left(\frac{\vec{s}_0\vec{N}+\vec{r}_0\vec{N}}{2}\right)^2 \frac{\sin^2\frac{u_y \cdot y_0}{2}}{\left(\frac{u_y \cdot y_0}{2}\right)^2} \frac{\sin^2 N\frac{u_y \cdot d}{2}}{\sin^2\frac{u_y \cdot d}{2}} \tag{114}$$

unde

$$u_y=\frac{2 \cdot \pi}{\lambda}(\sin\alpha-\sin\beta) \tag{115}$$

În conformitate cu (89), (115) și respectiv (113) densități de flux minime de valori zero se obțin pe direcțiile pentru care sînt îndeplinite condițiile:

$$d(\sin\alpha-\sin\beta_m)=\frac{m}{N}\lambda \tag{116}$$

$$y_0(\sin\alpha-\sin\beta_q)=q \cdot \lambda \tag{117}$$

În conformitate cu (103), (104), (114) și (115) densități de flux maxime (numite maxime principale) de valori

$$\varphi_M(P)=N^2\left(\frac{\vec{s}_0\vec{N}+\vec{r}_0 \cdot \vec{N}}{2}\right)^2 \frac{\sin^2\frac{u_y \cdot y_0}{2}}{\frac{u_y \cdot y_0}{2}} \tag{118}$$

se obțin pe direcțiile pentru care sînt îndeplinite condițiile:

$$d(\sin\alpha-\sin\beta_p)=p \cdot \lambda \tag{119}$$

În conformitate (116), (108) și (117) în planul focal al obiectivului se formează maxime principale în care densitatea de flux este de N^2 ori densitatea de flux produsă în acel loc de difracția printr-o fantă a rețelei de difracție. Forma distribuției de densități de flux poate fi dedusă cu ajutorul graficelor din figurile 97 și 98. Deoarece în (8) funcțiile (88) și (96) se înmulțesc, se poate considera că valorile maximelor principale ale funcției (96) sînt modulate de funcția (88).

În conformitate cu (117) deoarece $\beta_p=\beta_p(\lambda)$ rețelele de difracție pot fi folosite în calitate de dispozitive dispersive cu următoarele caracteristici:

α. *Dispersia unghiulară a rețelei de difracție.* Din (117) prin diferențiere se poate obține pentru dispersia unghiulară formula:

$$\frac{d\beta_p}{d\lambda}=\frac{p}{d \cdot \cos\beta_p} \tag{120}$$

Din (120) rezultă că pentru $p=0$, $d\beta_p/d\lambda=0$ și deci că în maximul de difracție de ordin zero nu se produce descompunerea radiației în componentele ei monocromatice. Pentru celelalte maxime principale dispersia unghiulară este proporțională cu ordinul de difracție p și invers proporțională cu constanta rețelei de difracție.

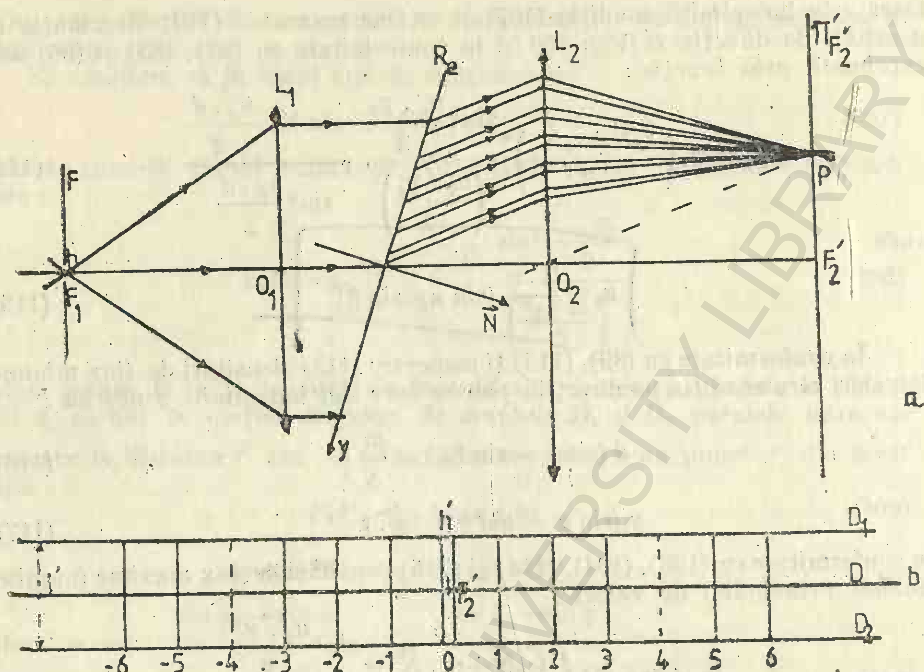


Fig. 100

Datorită existenței mărimii (118), dispozitivul optic reprezentat schematic în Fig. 100 a, este un aparat spectral cu rețea de difracție.

β. Semilățimea spectrală instrumentală a maximelor de difracție principale. Semilățimea maximelor principale poate fi exprimată în primă aproximație prin variația mărimii V_p (Fig. 98) de la valoarea $V_p = p \cdot \pi$ care corespunde în conformitate cu (104) unui maxim principal pînă la valoarea $V_m = p \cdot \pi + \pi/N$ care corespunde în conformitate cu (91) primului minim de lîngă maximul principal de ordin p și se obține:

$$V_s = V_m - V_p = \frac{\pi}{N} \tag{121}$$

În conformitate cu (89) semilățimea de instrument a maximelor principale poate lua valori foarte mici dacă N este foarte mare.

Dată fiind existența semilățimii instrumentale în condițiile în care rețeaua de difracție este un dispozitiv dispersiv ea trebuie caracterizată prin *puterea de rezoluție R*. Criteriul de determinare a puterii de rezoluție [9.5. 176] este:

Distanța minimă dintre două maxime principale de același ordin p, pentru radiații de lungimi de undă λ și $\lambda + \Delta\lambda_m$ care pot fi observate ca maxime distincte este egală cu distanța dintre unul din maxime și primul minim de difracție. Acest criteriu poate fi exprimat cu ajutorul relațiilor (116) și (117) sub formă:

$$d(\sin\alpha - \sin\beta_p) = p \cdot \lambda + \frac{1}{N}\lambda = p(\lambda + \Delta\lambda_m) \tag{122}$$

Din (120) rezultă

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda_m} = p \cdot N \tag{123}$$

Rezultă din (121) că puterea de rezoluție a rețelei este determinată de numărul total de fante ale rețelei și este direct proporțională cu ordinul p al maximelor de difracție.

γ. *Domeniul de dispersie al rețelei.* Dacă notăm cu λ_m lungimea de undă de valoare minimă și cu λ_M lungimea de undă cea mai mare din spectru de ordinul p care delimitează domeniul spectral în care nu există suprapuneri de maxime din spectrul de ordin $p-1$ și $p+1$ putem scrie :

$$\lambda_m = \frac{(p-1)}{p}\lambda_2, \quad \lambda_M = \frac{(p+1)}{p}\lambda_1 \tag{124}$$

unde λ_1 și λ_2 sînt lungimi de undă care delimitează domeniul de lungimi de undă a componentelor conținute în radiația descompusă în spectru, de aparatul spectral cu rețele de difracție.

δ. *Numărul de maxime principale (spectre) posibile pentru o rețea de difracție dată.* În conformitate cu (117) pentru $\alpha=0$, p este maxim cînd $\beta = \frac{\pi}{2}$ și se obține :

$$p_M = \frac{d}{\lambda} \tag{125}$$

Deoarece ($p=0 \pm 1, \pm 2, \ldots$) numărul de maxime principale produse de difracția printr-o rețea ar trebui să fie :

$$N = 2 \cdot p_M + 1 \tag{126}$$

Dacă unele maxime principale coincid cu minime de difracție determinate de (117) fapt ce poate fi exprimat prin egalitatea :

$$\sin\alpha - \sin\beta = \frac{p \cdot \lambda}{d} = \frac{q \cdot \lambda}{y_0} \tag{127}$$

atunci numărul de maxime principale este mai mic decît (126). Din (127), ținînd seama de (77) rezultă ordinele de difracție ale maximelor care nu sînt prezente în franjele de difracție ca fiind :

$$p = q\left(1 + \frac{y_e}{y_0}\right) \tag{128}$$

Astfel dacă spațiile opace sînt de trei ori mai late decît cele transparente $y_e = 3 \cdot y_0$ din (123) rezultă :

$$p = 4 \cdot q \tag{129}$$

și din franjele de difracție vor lipsi maximele principale de ordin

$$p = 4,\ 8,\ 12, \ldots \tag{130}$$

Rețelele de difracție cu modulare în amplitudine prin transmisie sînt realizate pe lame cu fețe plan paralele șlefuite optic din substanțe transparente

(sticlă, cuarț topit etc.). Spațiile opace sînt realizate (cu ajutorul unor mașini de divizat) prin zgîrierea suprafeței lamei de un vîrf de diamant. În acest scop, lama este așezată pe măsuța suport care este deplasată periodic cu un pas de mărime d pe o direcție dată. Controlul deplasării mesei suport se realizează cu un interferometru Michelson orientat cu unul din brațe pe direcția de deplasare a mesei de care este prinsă una din oglinzile interferometrului. În intervalul de timp în care masa suport este în repaus, vîrful de diamant este deplasat pe suprafața lamei pe direcție ortogonală la direcția de deplasare a mesei suport.

Există rețele de difracție cu modulație în amplitudine prin reflexie. Acestea sînt realizate prin zgîrierea, în modul arătat mai sus, a unei suprafețe șlefuite optic dintr-un bronz special sau din aluminiu depus prin evaporare pe un suport de sticlă. Teoria acestei rețele este aceeași ca pentru rețele prin transmisie dacă Σ' se consideră coincidentă cu suprafața șlefuită și $t(\vec{\rho})$ exprimă factorul de reflexie a suprafeței.

Prin metodele arătate mai sus se obțin rețele cu lungimea $L=25$ cm, $n=300-600$ nm^{-1} și lățimea de 12 cm. Astfel de rețele au $d=3$ la 2 µm și pentru $p=1$, $R=75.000$ la 180.000.

11. APARATE OPTICE

11.1. Noțiuni de bază

Aparatele optice sînt sisteme optice formate din componente cum sînt: lentile, oglinzi, lame cu fețe plan paralele, prisme optice, prisme cu reflexie totală, diafragme etc.

Aparatele optice sînt realizate cu scopul de a se îmbunătăți condițiile de observare vizuală a obiectelor și fenomenelor. Aparatele optice pot fi clasificate în două categorii:

a. Aparate optice care formează imaginile finale virtuale. Pentru astfel de aparate receptorul de imagine este ochiul. Din această categorie de aparate fac parte: lupele, ocularele, microscoapele, telescoapele, spectroscoapele etc.

b. Aparate optice care formează imagini finale reale. Aceste aparate permit folosirea în calitate de receptor de imagini în afară de ochi și receptoare de imagini obiective cu posibilități de înregistrare a imaginilor. Din această categorie fac parte: aparatele fotografice, aparatele de proiecție, spectrografele etc.

Performanțele aparatelor optice sînt exprimate prin mărimi cum sînt: mărirea liniară transversală M, mărirea unghiulară M_u, puterea de rezoluție R, cîmpul liniar transversal C_t, cîmpul unghiular C_u, adîncimea cîmpului Δz_c, luminozitatea L etc.

În activitatea de proiectare a aparatelor optice este necesar să se țină seama de faptul că imaginile formate de ele în final sînt observate vizual.

În aceste condiții, aparatele sînt construite astfel încît să corespundă performanțelor ochiului normal.

11.2. Aparate optice cu imagini finale virtuale

În Fig. 101 este reprezentat schematic un aparat optic și un ochi. Aparatul optic este reprezentat prin axa optică principală VO prin prima suprafață de separație Σ și ultima suprafață de separație Σ'. Sistemul optic al ochiului este centrat pe aceeași axă VO și este reprezentat prin planele principale π_p, π_p' și punctele nodale N, N'. În figura 101 P_{in} este pupila de intrare a ochiului și R_e retina.

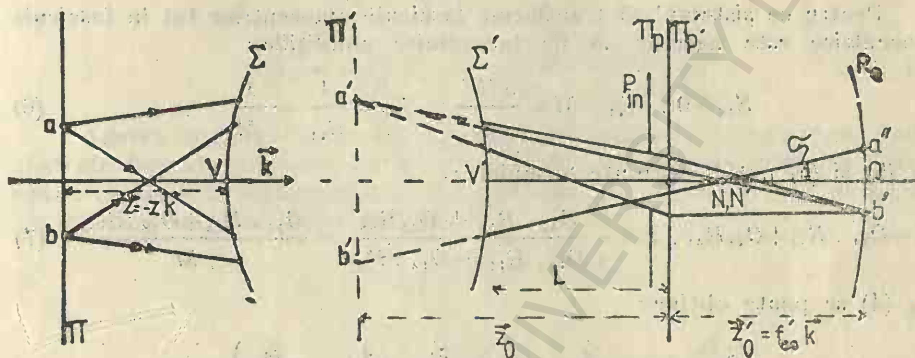


Fig. 101

Să admitem că π este un plan obiect. Pentru a se obține imagine vizual netă este necesar ca suprafața imagine să coincidă cu suprafața retinei.

Matricea sistemului format din aparatul optic și ochi poate fi scrisă sub forma :

$$S = O \, . \, R \, . \, T., \quad S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21} = 1 \tag{1}$$

unde T este matricea de translație în spațiul obiect.

$$T = \begin{pmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{2}$$

R este matricea de refracție

$$R = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix}; \quad R_{11}R_{22} - R_{12}R_{21} = 1 \tag{3}$$

iar O este matricea

$$O = \begin{pmatrix} O_{11} & O_{12} \\ O_{21} & O_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{z_0'}{n'} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_0} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{4}$$

care exprimă translația pe distanța L de la Σ' la planele principale ale ochiului, refracția în sistemul optic al ochiului exprimată prin $\varphi = \frac{1}{f_0}$ (unde f_0 este

distanța focală obiect a ochiului pentru planul obiect π' situat la distanța z_0 de planele principale ale ochiului și translația în spațiul imagine al ochiului de indice de refracție n'.

Folosind (2), (3) și (4) din (11) rezultă :

$$\begin{aligned} S_{11}&=O_{11}\cdot R_{11}+O_{12}\cdot R_{21}\\ S_{12}&=O_{11}\cdot R_{12}+O_{12}\cdot R_{22}+(O_{11}\cdot R_{11}+O_{12}\cdot R_{21})\cdot z\\ S_{21}&=O_{21}\cdot R_{11}+O_{22}\cdot R_{21}\\ S_{22}&=O_{21}\cdot R_{12}+O_{22}\cdot R_{22}+(O_{21}\cdot R_{11}+O_{22}\cdot R_{21})\cdot z \end{aligned} \tag{5}$$

Pentru ca sistemul să transforme fascicule omocentrice tot în fascicule omocentrice este necesar să fie îndeplinite condițiile :

$$S_{12}=0\,;\quad S_{11}=M=\frac{a''b''}{ab}\,;\quad S_{22}=\frac{1}{S_{11}}=\frac{1}{M} \tag{6}$$

Din (5) și (6) pot fi obținute formulele :

$$M=O_{11}\cdot R_{11}+O_{12}R_{21}\,;\quad z=-\frac{O_{11}\cdot R_{12}+O_{12}R_{22}}{O_{11}\cdot R_{11}+O_{12}\cdot R_{21}}=\frac{O_{11}\cdot R_{12}+O_{12}\,;\,R_{22}}{M} \tag{7}$$

Din (4) se poate obține :

$$\begin{aligned} O_{11}&=1-\frac{z'_0}{n'\cdot f_0}\,;\quad O_{12}=\frac{z'_0}{n'}+L\left(1-\frac{z'_0}{n'\cdot f_0}\right)\\ O_{21}&=-\frac{1}{f_0}\,;\quad O_{22}=1-\frac{L}{f_0} \end{aligned} \tag{8}$$

Condiția ca suprafața imagine să se afle pe retină poate fi exprimată sub forma :

$$z'_0=f'_\infty \tag{9}$$

Pentru a exprima distanțele focale ale ochiului funcție de z_0' pentru sistemul optic al ochiului în condiția (3) folosind [5.4 a (108), (109) și (113)] putem scrie :

$$f'_0=n'\cdot f_0,\ \frac{1}{z_0}+\frac{n'}{f'_\infty}=\frac{1}{f_0}\,;\quad M_{0c}=\frac{f'_\infty}{n'\cdot z_0} \tag{10}$$

Ochiul are capacitatea de acomodare astfel încît imaginea se formează pe retină ($z'_0=f'_\infty$) pentru orice poziție a obiectului între $z_0=\infty$ și $z_0=P_p$ (P_p distanța la punctul proximum) [v. 7.5. (311)].

a. Dacă $z_0=z_{01}=\infty$ și $z'_0=f'_\infty=n'\cdot f_\infty$, $f_0=f_\infty$ din (7), (8) și (9) rezultă :

$$O_{11}=0\,;\quad O_{12}=f_\infty;\quad O_{21}=-\frac{1}{f_\infty}\quad O_{22}=1-\frac{1}{f_\infty} \tag{11}$$

$$M_{0c}=0\,;\quad z_{01}=-\frac{R_{22}}{R_{21}} \tag{12}$$

Deoarece z_1 corespunde poziției obiectului pentru care fasciculele de raze emergente din aparat sînt de raze paralele ($z_0=\infty$) această coordonată fixează și poziția planului focal obiect al sistemului optic al aparatului :
Dacă $z_0=z_{02}=P_p$; $z'_0=f'_\infty=n' . f_\infty$, din (7), (8) și (9) se poate obține :

$$\frac{1}{f_0}=\frac{f_\infty+z_0}{f_\infty . z_0}$$

$$O_{11}=-\frac{f_\infty}{P_p}; \quad O_{12}=\frac{f_\infty(P_p-L)}{P}; \quad O_{21}=-\frac{f_\infty+P_p}{f_\infty . P_p}; \tag{13}$$

$$O_{22}=\frac{f_\infty(P_p-L)-P_p . L}{f_\infty . P_p}$$

$$M_{0c}=-\frac{f_\infty}{P_p}; \quad z_e=\frac{(P_p-L)R_{22}-R_{12}}{R_{11}-(P_p-L)R_{21}} \tag{14}$$

Adesea aparatele optice au sisteme optice echivalente cu sisteme optice centrate formate din una sau două lentile subțiri. Pentru astfel de sisteme optice centrate în conformitate cu 5.5 (125) și 5.6 (139) elementele de matrice ale matricii de refracție sînt de forma :

$$R_{11}=1-\varphi_1\frac{d}{n_i}; \quad R_{12}=\frac{O_1O_2}{n_i}$$

$$R_{21}=-\left(\varphi_1+\varphi_2-\varphi_1 . \varphi_2\frac{O_1O_2}{n_i}\right); \quad R_{22}=1-\varphi_2\frac{O_1O_2}{n_i} \tag{15}$$

unde n_i este indicele de refracție a substanței dintre cele două lentile (sau între suprafețele de separație în cazul a doi dioptri) iar O_1O_2 distanța dintre lentile (sau suprafețele de separație ale dioptrilor).

Pentru îmbunătățirea condițiilor de observare vizuală, aparatul optic trebuie să mărească imaginea formată pe retină față de situația în care obiectul este observat direct (fără aparat). Pentru a arăta de cîte ori distanța $a''b''$ (Fig. 101) dintre punctele imagine ale punctelor obiect a, b este mai mare cînd este folosit aparatul față de distanța maximă $(a''b'')_{max}$ care se poate obține în condiții optime de observare directă a punctelor obiect ab (cînd ele sînt situate la distanța P_p de ochi) se poate utiliza mărimea

$$M_s=\frac{a''b''}{(a''b'')_{max}} \tag{16}$$

numită *mărire liniară transversală subiectivă*. Deoarece din (6) și (7) rezultă :

$$a''b''=M . ab=(O_{11}R_{11}+O_{12}R_{21}) . ab \tag{17}$$

și din (13) și (9)

$$(a''b'')_{max}=(M_{oc})_{max}ab=-\frac{f_\infty}{P_p} . ab \tag{18}$$

folosind (16) putem scrie :

$$M_s=\frac{a''b''}{(a''b'')_{max}}=-\frac{P_p}{f_\infty}(O_{11} . R_{11}+O_{12} . R_{21}) \tag{19}$$

În condițiile de la punctul (a) din (19) rezultă:

$$M_{1s}=-P_p\cdot R_{21} \tag{20}$$

În condițiile de la punctul (3), din (10) se obține:

$$M_{2s}=R_{11}-(P_p-L)\cdot R_{21} \tag{21}$$

După cum rezultă din (15) unul din elementele determinate ale caracteristicilor sistemului optic al aparatului este distanța O_1O_2. Putem diferenția în raport cu această distanță trei categorii de aparate:

α. Aparate pentru care:

$$O_1O_2<f_1'+f_2 \tag{22}$$

Din această categorie fac parte: lupele și ocularele.

β. Aparate pentru care:

$$O_1O_2>f_1'+f_2 \tag{23}$$

Din această categorie fac parte microscoapele.

γ. Aparate pentru care:

$$O_1O_2=f_1'+f_2 \tag{24}$$

Din această categorie fac parte telescoapele.

11.3. Lupe. Oculare.

Lupe. Instrument optic utilizat pentru observarea unor obiecte sau imagini reale, lupa este realizată dintr-o lentilă subțire convergentă sau din două, mai rar trei, lentile subțiri alăturate. Cu unele excepții (cînd lupa este realizată dintr-o lentilă groasă) în cazul lupelor

$$O_1O_2=0 \tag{25}$$

În condiția (25) din (15) rezultă:

$$R_{11}=1,\quad R_{12}=0;\quad R_{21}=-(\varphi_1+\varphi_2)=-\frac{1}{f}\quad R_{22}=1 \tag{26}$$

Din (12), (26), (14), (20) și (21) se poate obține:

$$M_{1s}=\frac{P_p}{f};\quad M_{2s}=1+\frac{P_p-L}{f} \tag{27}$$

$$z_1=f\qquad z_2=\frac{P_p-L}{f+P_p-L}f \tag{28}$$

În conformitate cu (28) pentru ca imaginea obiectului să se formeze pe retină în condițiile unui cristalin relaxat ($z_0'=\infty$, $f_0'=f_\infty$), planul obiect trebuie să fie situat în planul focal obiect al lupei ($\vec{z_1}=-z_1\cdot\vec{k}=-f\cdot\vec{k}$). În figura 102 este reprezentată schematic lupa L, diafragma de apertură I_1I_2 (pupila ochiului, pupila de intrare $(I_1'\ I_2')$. În Fig. 102 planul obiect π este situat în planul focal π_F obiect al lupei.

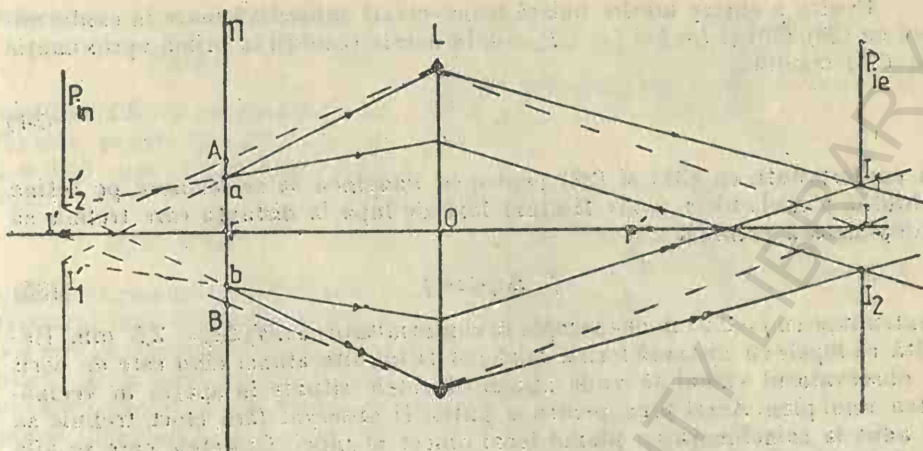


Fig. 102

În Fig. 102 sînt reprezentate și fasciculele de raze care au focarele în punctele obiect a și b și apertura determinată de diafragma de apertură I_1I_2.

α. *Mărirea liniară transversală subiectivă a lupei.* În conformitate cu (28) putem obține:

$$L=P_p, \quad z_2=0, \quad M_s=1 \tag{29}$$

$$L=f, \quad M_{2s}=\frac{P_p}{f}=M_{1s} \tag{30}$$

$$L=0, \quad M_{2s}=1+\frac{P_p}{f}=1+M_{1s} \tag{31}$$

Din (29) rezultă că dacă ochiul se află la distanța punctului proximum de lupă pentru ca imaginea să se formeze pe retină, obiectul trebuie să se afle în poziția $L=P_p$ și lupa nu mărește imaginea de pe retină. În conformitate cu (31) mărirea liniară transversală maximă se obține cînd ochiul este lîngă lupă ($L=0$). Convențional lupele sînt caracterizate prin mărirea liniară transversală (30) în care $P_p=\delta$ ($\delta=25$ cm este distanța de vedere optimă) și anume prin mărirea liniară transversală comercială

$$M_c=\frac{\delta}{f} \tag{32}$$

Această mărime este marcată pe montura lupei sub forma $M_c\times$. Astfel dacă lupa are $f=2{,}5$ cm, $M_c=10$ și pe montură este marcat $10\times$.

β. *Cîmpul lupei.* i. *Adîncimea cîmpului.* În conformitate cu (28) pentru ca imaginea să se formeze pe retină planul obiect poate fi situat față de lupă la distanțe cuprinse între z_1 și z_2. În consecință adîncimea cîmpului sistemului format din lupă și ochi este:

$$\Delta z_c=z_1-z_2=\frac{f^2}{P_p-L+f} \tag{33}$$

Pentru a obține mărire liniară transversală subiectivă mare în conformitate cu (29), (30) și $L \leq f$ și $f << P_p = \delta$. În aceste condiții în primă aproximație din (33) rezultă :

$$z_c = \frac{f^2}{\delta} \quad (34)$$

În conformitate cu (33) și (28) pentru ca imaginea să se formeze pe retina ochiului, planul obiect poate fi situat față de lupă la distanța care trebuie să îndeplinească condiția :

$$f - \Delta z_c \leq z \leq f \quad (35)$$

Pentru lupe cu $f = 2{,}5$ cm de exemplu în conformitate cu (34) $\Delta z_c = 2{,}5$ mm. Rezultă că lupele cu distanță focală mică pot fi folosite atunci cînd este de dorit ca observatorul vizual să vadă numai obiectele situate în spațiu în vecinătatea unui plan. Acest plan pentru a putea fi observat fără efort trebuie să fie adus la coincidență cu planul focal obiect al lupei. Obiectele care se află în afara planului focal al lupei la distanță mai mare decît Δz_c nu vor fi văzute de către observator.

ii. *Cîmpul liniar transversal*. Așa cum rezultă din Fig. 102 dacă diametrul lupei este mare decît diametrul ($D > I_1 I_2 = D_p$) pupilei ochiului în condițiile în care $L \leq f$ pupila ochiului este diafragma de apertură și pupila de ieșire a sistemului iar montura lupei diafragmă de cîmp, lucarnă de intrare și lucarnă de ieșire. Pupila de intrare este imaginea $I_1' I_2'$ a pupilei ochiului formată de lupă în spațiul ei obiect.

În conformitate cu [5.7 (151)] și Fig. 102 cîmpul unghiular C_u poate fi exprimat prin formula :

$$C_u = \frac{D}{OI'} \quad (36)$$

iar cîmpul liniar transversal prin

$$C_t = AB \quad (37)$$

Din (36) și (37) rezultă că dacă pupila ochiului este situată în planul focal imagine al lupei $OI' = \infty$, $C_u = 0$ și

$$C_t = D \quad (38)$$

iar dacă pupila ochiului coincide cu planul lupei

$$C_u = \pi \text{ și } C_t = \infty \quad (39)$$

γ. *Puterea de rezoluție a lupei*. Dacă pupila ochiului este pupila de ieșire a sistemului format din lupă și ochi, în conformitate cu [9.5 c (73)] și (9) puterea de rezoluție a sistemului este :

$$R = \frac{D_p}{1{,}22 \cdot \lambda \cdot f_\infty'} \quad (40)$$

Ținînd seama de faptul că puterea de rezoluție fiziologică a retinei [v. 7.5 (306)]

$$R_f = 220 \text{ mm}^{-1} \quad (41)$$

trebuie ca

$$R \geqslant R_f \qquad (42)$$

Condiția (42) în conformitate cu (40) este pentru $f'_\infty = 22{,}8$ mm și $\lambda_0 = 0{,}55$ μm îndeplinită dacă avem :

$$D_p \geqslant 3{,}4 \text{ mm} \qquad (43)$$

adică dacă pupila ochiului nu are diametrul mai mic de aproximativ 4 mm. Această condiție (pentru obiecte de luminozități care nu au valori excesiv de mari) este în general îndeplinită și puterea de rezoluție a sistemului este determinată de puterea de rezoluție fiziologică a ochiului.

Din această cauză, în general, lupele nu sînt realizate cu diametru mai mic decît al pupilei ochiului. Limitarea diametrului lupei impune o limită asupra distanței ei focale. Din această cauză, lupele fabricate au măriri liniare transversale comerciale cu valori de pînă la 20× iar în cazurile excepționale pînă la 30×. Uneori pentru corijarea defectelor optice. lupele sînt realizate sub formă de acromate sau mai rar de apocromate.

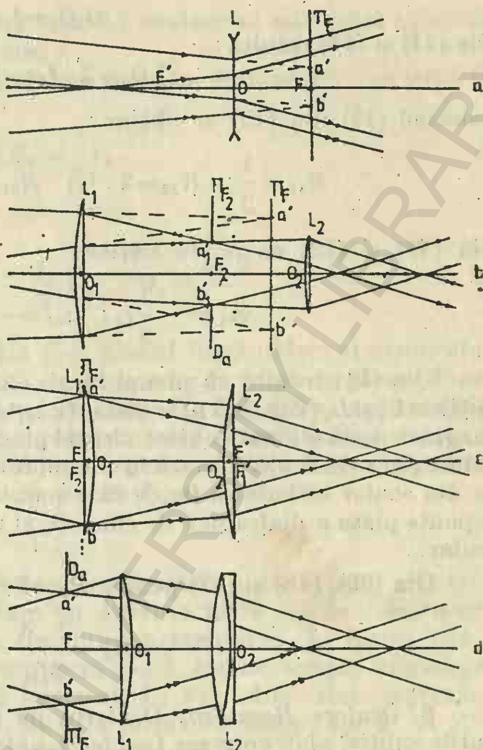


Fig. 103

b. *Oculare.* Ocularele sînt sisteme optice centrate utilizate mai ales pentru observarea unor imagini reale formate de un sistem optic intercalat între obiect și ocular, sistem care se numește *obiectiv.*

În Fig. 103 sînt prezentate schematic principalele tipuri de oculare. În calitate de ocular se poate folosi o lentilă divergentă (Fig. 103 a) sau o lupă. În aceste cazuri însă se manifestă aberația cromatică care determină (la folosirea în lumină albă) formarea unor imagini irizate în culori. Pentru a evita acest lucru ocularele sînt realizate din două lentile convergente confecționate din același sort de sticlă și situate la distanță [v. 5.8 (222)] :

$$O_1O_2 = \frac{f_1 + f_2}{2} \qquad (44)$$

În aceste condiții se obține un sistem acromatic în privința convergenței.

α. *Ocular Huygens.* Ocularul Huygens este format din două lentile plan convexe (confecționate din același sort de sticlă) orientate cu suprafețele convexe spre obiectiv (Fig. 103 b). Lentilele sînt situate la distanța O_1O_2 determinată prin condiția (44). Pentru a reduce astigmatismul, această distanță este astfel aleasă încît să îndeplinească și condiția :

$$O_1O_2=f_1-f_2 \tag{45}$$

Din (44) și (45) rezultă:

$$O_1O_2=2\cdot f_2;\quad f_1=3\cdot f_2 \tag{46}$$

Folosind (46) din (15) se obține:

$$R_{11}=\frac{1}{3};\quad R_{12}=2\cdot f_2;\quad R_{21}=-\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{f_2};\quad R_{22}=-1 \tag{47}$$

Din (47) și (12) se poate obține:

$$z_{01}=-\frac{3}{2}f_2;\quad \vec{z}_{01}=-z_{01}\cdot\vec{k}=\frac{3}{2}f_2\cdot\vec{k} \tag{48}$$

Din (48) rezultă că planul focal, obiect al ocularului se află situat între lentilele L_1 și L_2 (Fig. 103 b) la distanță $z_{01}=3/2\,f_2$ de prima lentilă. În consecință, imaginea reală $a'b'$ este obiect virtual pentru lentila L_1. Această lentilă formează imaginea reală $a_1'b_1'$ situată în planul focal π_{F_2} al lentilei L_2 (fasciculele care ies din ocular trebuie să fie de raze paralele). În aceste condiții, în planul π_{F_2} se poate plasa o diafragmă de cîmp D_c și un sistem de reticule sau micrometru ocular.

Din (20), (46) și (47) pentru $P_p=\delta$ rezultă:

$$M_c=\frac{2\cdot\delta}{3f_2}=\frac{2\cdot\delta}{f_1} \tag{49}$$

β. *Oculare Ramsden*. Ocularul de tip Ramsden este format din două lentile subțiri plan convexe (confecționate din același sort de sticlă) orientate cu suprafețele convexe spre interiorul sistemului (Fig. 103 c) și așezate astfel încît să fie satisfăcută condiția (44). Lentilele au distanțe focale egale.

$$f_1=f_2=f \tag{50}$$

Folosind (50) și (44) se obține:

$$O_1O_2=f_1=f_2=f \tag{51}$$

Din (51) și (15) rezultă:

$$R_{11}=0;\quad R_{12}=f;\quad R_{21}=-\frac{1}{f};\quad R_{22}=0 \tag{52}$$

Folosind (52) din (12) și (20) în condiția $P_p=\delta$ se obține:

$$z_{10}=0;\quad M_c=\frac{\delta}{f} \tag{53}$$

Așa cum rezultă din (53) planul focal obiect al ocularului Romsden coincide cu suprafața plană a primei lentile. Obiectul $a'b'$ trebuie plasat în acest plan. În aceste condiții montura acestei lentile joacă rolul de diafragmă de cîmp. Inconvenientul principal al acestui tip de ocular este că o dată cu imaginea obiectului se formează și imaginea suprafeței lentilei și impuritățile de pe această suprafață stînjenesc observarea imaginii obiectului. Sînt de asemenea greutăți în plasarea reticulelor și a micrometrului ocular.

În conformitate cu (53) mărirea liniară a ocularului este egală cu mărirea liniară a uneia din cele două lentile.

Pentru a evita neajunsurile amintite mai sus, Ramsden a micşorat O_1O_2 la valoarea :

$$O_1O_2=\frac{2}{3}f_1 \tag{54}$$

În aceste condiţii se obţine :

$$z_{10}=z_{10}\,.\,\vec{k}=-\frac{f_1}{4}\vec{k}\,;\quad M_c=\frac{4\,.\,\delta}{3\,.\,f_1} \tag{55}$$

Din (55) rezultă că în condiţia (54) planul focal obiect al ocularului se află în faţa primei lentile (Fig. 103 d). În aceste condiţii în planul focal al ocularului se poate plasa o diafragmă de cîmp D_c. Deoarece condiţia (44) nu mai este îndeplinită, acest ocular Ramsden nu este acromatic în privinţa convergenţei. Pentru a micşora aberaţia cromatică se utilizează aşa cum a propus Kellner o lentilă L_2 acromat (mai rar lentilă L_2 apocromat).

11.4. Microscopul

Microscopul este un aparat optic al cărui sistem optic centrat este format dintr-un obiectiv şi un ocular care au distanţa între ele de valoare ce corespunde condiţiei (23). Pentru a simplifica prezentarea, în figura 104 este reprezentat schematic un microscop prin două lentile subţiri convergente, *Ob* reprezentînd obiectivul iar *Oc* ocularul. În Fig. 104 sînt reprezentate şi fasciculele de radiaţii care contribuie la formarea imaginilor a'' şi b'' pe retina *Re* a ochiului, pentru punctele obiect a şi b.

Din (12) şi (15) se poate obţine formula :

$$\vec{z}_1=-z_1\,.\,\vec{k}=-\frac{f_1}{1-\dfrac{f_1}{O_1O_2-f_2}}\vec{k} \tag{56}$$

Formula (56) arată că în cazul microscopului (unde $O_1O_2>f_2+f_1$) pentru ca imaginea să se formeze pe retină (ochiul fiind cu cristalinul nedeformat), obiectul trebuie plasat (în planul focal obiect π_F) în faţa obiectivului, la distanţă ceva mai mare decît distanţa focală f_1 a obiectivului. În aceste condiţii obiectivul formează o imagine reală $a'b'$ situată în planul focal obiect F_2 al ocularului.

α. *Mărirea liniară transversală a microscopului.* Din (16) şi (18) se poate obţine :

$$M_s=-\frac{P_p}{f_\infty}\cdot\frac{a''b''}{ab}=-\frac{P_p}{f_\infty}\cdot\frac{a''b''}{a'b'}\cdot\frac{a'b'}{ab}=M_s^{oc}\,.\,M_{ob} \tag{57}$$

unde

$$M_s^{oc}=\frac{P_p}{f_\infty}\cdot\frac{a''b''}{a'b'} \tag{58}$$

este mărirea liniară transversală subiectivă a ocularului iar

$$M_{ob}=\frac{a'b'}{ab} \tag{59}$$

este mărirea liniară transversală a obiectivului. Ocularele au mărimi liniare transversale subiective de valori care nu depășesc în mod obișnuit valoarea de 25×. În aceste condiții în conformitate cu (57) M_s poate fi mărită numai prin creșterea valorii mărimii M_{0b}. Obiectivele de microscop sînt realizate sub formă de sisteme aplanetice, adică astfel încît să fie îndeplinită condiția [5.4.c, (113)] care în cazul de față poate fi scrisă sub forma:

$$n_1 \,.\, ab \,.\, \sin \sigma_1 = n_2 \,.\, a'b' \,.\, \sin \sigma_2 \tag{60}$$

Din (59) și (60) se poate obține:

$$M_{0b} = \frac{a'b'}{ab} = \frac{n_1 \,.\, \sin \sigma_1}{n_2 \,.\, \sin \sigma_2} = \frac{A_1}{A_2} \tag{61}$$

unde A_1 este apertura numerică a fasciculelor (care contribuie la formarea imaginilor) în spațiul obiect iar A_2 apertura numerică a acestora în spațiul

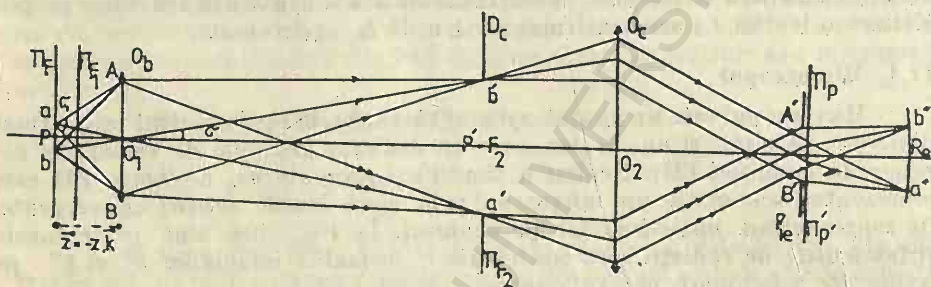


Fig. 104

imagine al obiectivului. Să admitem că diafragma de apertură a microscopului are diametrul AB (Fig. 104). În aceste condiții pupila de intrare coincide cu diafragma de apertură iar pupila de ieșire este $A'B'$ (imaginea diafragmei AB formată de ocular). Unghiul de apertură σ_1 poate fi determinat (Fig. 104) din formula:

$$\operatorname{tg} \sigma_1 = \frac{AB}{z} \tag{62}$$

unde z este distanța de la obiect la pupila de intrare. În practică valoarea maximă σ_{1M} pentru unghiul de apertură al obiectului este de 71°. În consecință pentru $n_1 = 1$ se obține:

$$A_{1M} = \sin \sigma_{1M} = \sin 71° = 0{,}95 \tag{63}$$

În cazurile în care obiectele sînt fixate pe un suport S (Fig. 105) și sînt acoperite (prin contact) cu o lamă de sticlă L_s de indice de refracție $n_s = 1{,}5$, atunci între lama de sticlă și obiectiv se poate introduce un lichid cu indicele de refracție n_l numit *lichid de imersie*. În conformitate cu legile refracției (Fig. 105) putem scrie formula:

$$A_1 = n_s \,.\, \sin \sigma_s = n_l \,.\, \sin \sigma_1 = n_l \,.\, A_{1a} \tag{64}$$

unde A_{1a} este apertura numerică pentru aer.

Dacă obiectivul este astfel construit încît $\sigma_1 = 71°$ din (63) şi (64) rezultă :

$$A_1 = 0{,}95 \cdot n_l \tag{65}$$

Formula (65) arată că lichidul de imersie măreşte apertura numerică a fasciculelor din spaţiul obiect. Astfel dacă lichidul de imersie este apă ($n_l = 1{,}33$) din (65) se obţine $A_1 = 1{,}27$. Lichidele de imersie cu $n_l > 1{,}5$ nu prea sînt utilizate deoarece nu au proprietăţi chimice şi optice corespunzătoare. Din această cauză în practică nu se depăşeşte apertura numerică ;

$$A_{1M} = 1{,}40 \tag{66}$$

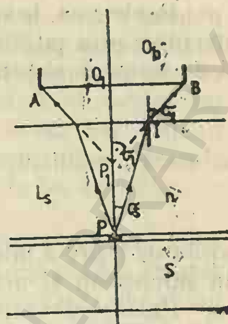


Fig. 105

Apertura numerică a fasciculelor care ies din obiectiv fiind de valoare mică în conformitate cu Fig. 104 în primă aproximaţie ea poate fi exprimată (pentru $n_l = 1$) prin formula) :

$$A_2 = \sin \sigma_2 \simeq \operatorname{tg} \sigma_2 = \frac{AB}{2 \cdot O_1P'} \tag{67}$$

Formulele (61) şi (67) arată că o altă cale de a mări M_{0b} este creşterea distanţei $O_1P' = O_1O_2 - f_2$. Aceasta se poate realiza însă numai prin mărirea lungimii microscopului.

β. *Cîmpul microscopului*. Adîncimea Δz_c a cîmpului microscopului poate fi claculată cu formula (35). Adîncimea cîmpului microscopului este mai mică decît a lupei deoarece distanţa lui focală $f < f_2$.

Cîmpul liniar transversal C_t al microscopului este determinat de diametrul lucarnei de intrare (5.7). În cîmpul microscopului, diafragma de cîmp de diametru D_c este situată în planul focal al ocularului. În aceste condiţii lucarna de intrare se află în planul focal obiect π_F (Fig. 104) şi are diametrul:

$$D'_c = C_t = \frac{D_c}{M_{0b}} \tag{68}$$

γ. *Puterea de rezoluţie a microscopului*. Datorită fenomenelor de difracţie provocate de limitarea aperturilor numerice ale fasciculelor care participă la formarea imaginilor, de către diafragma de apertură, microscopul are puterea de rezoluţie finită [10.5. c]. Folosind [10.5.c (73)], putem scrie pentru sistemul optic format din sistemul optic al microscopului şi al ochiului formula :

$$R = \frac{1}{(a''b'')_m} = \frac{1}{z'_0} \frac{D''}{1{,}22 \cdot \lambda} \tag{69}$$

unde R este puterea de rezoluţie liniară, z'_0 distanţa de la pupila de ieşire la retină iar D'' diametrul pupilei de ieşire. În cazul microscopului, diafragma de apertură este plasată în obiectiv. În Fig. 104 diametrul ei este AB. În aceste condiţii, folosind formula [5.4. (121)] şi (67) putem exprima diametrul pupilei de ieşire prin formula :

$$A'B' = \frac{f_2}{O_1P'} AB \simeq 2 \cdot A_2 \cdot f_2 \tag{70}$$

Pentru ca toate fasciculele care ies din microscop să poată trece în întregime prin pupila ochiului, aceasta trebuie să fie plasată în planul pupilei de ieșire a sistemului optic al microscopului și atunci :

$$z_0' = f_\infty' = n' f_\infty \qquad (71)$$

În aceste condiții, dacă :

$$A'B' \leqslant D_p \qquad (72)$$

pupila de ieșire a microscopului este pupila de ieșire a sistemului optic format din microscop și ochi.

Puterea de rezoluție a sistemului format din sistemele optice ale microscopului și cel al ochiului trebuie să fie mai mare sau cel puțin egală cu puterea de rezoluție fiziologică a ochiului [8.5. δ (306)] :

$$R \geqslant R_f = \frac{1}{4.5} (\mu m)^{-1} = 220 \ mm^{-1} \qquad (73)$$

Pentru ca să fie îndeplinită condiția (73) mărirea liniară transversală comercială a microscopului trebuie să aibă valori mai mari decît o valoare dată $(M_c)_R$. Folosind (57), (61), (32) și (70) putem scrie :

$$M_c = \frac{\delta}{f_2} \frac{A_1}{A_2} = \frac{2 \ . \ \delta \ . \ A_1}{A'B'} \qquad (74)$$

Din (69), (71) și (74) în condiția (72) se poate obține pentru $A'B' = D''$ și $\lambda = \frac{\lambda_0}{n'}$, $(R = R_f)$:

$$(M_c)_{R_f} = \frac{2 \ . \ \delta \ . \ A_1}{1.22 \ . \ \lambda_0 \ . \ f_\infty \ . \ R_f} \qquad (75)$$

Dacă luăm $\delta = 25$ cm, $\lambda_0 = 0{,}55$ μm, $f_\infty = 17{,}4$ mm, $R_f = 220$ mm^{-1} din (75) se obține :

$$(M_c)_{R_f} = 200 \ . \ A_1 \qquad (76)$$

Rezultă că dacă microscopul are mărirea liniară comercială dată de (76), puterea de rezoluție a sistemului format din microscop și ochi este egală cu puterea de rezoluție fiziologică a ochiului. Dacă $M_c > (M_c)_{R_f}$, imaginea de pe retină este mai mare iar puterea de rezoluție este mai mică.

În proiectarea microscopului se admite :

$$200 \ . \ A_1 \leqslant M_c \leqslant 1000 \ . \ A_1$$

Din (57), (75) și $R_f = \frac{1}{(a'b')_{\min}}$ se poate obține :

$$(ab)_{\min} = -\frac{\delta}{f_\infty} \frac{(a''b'')_{\min}}{(M_c)_{Rf}} = \frac{1.22 \ . \ \lambda_0}{2 \ . \ A_1} \qquad (78)$$

Pentru apertura numerică (66) din (78) se obține :

$$(ab)_{\min} \simeq \frac{1}{2} \lambda_0 \qquad (79)$$

Din (79) rezultă că distanța minimă dintre două puncte, obiect pentru care microscopul poate forma imagini distincte, este în primă aproximație, egală cu jumătate din lungimea de undă a radiațiilor prin intermediul cărora se formează imaginea. Pentru radiații din domeniul vizibil și U.V. ($\lambda_0=250$ nm) în conformitate cu (79) $(ab)_{min}=250$ nm respectiv $(ab)_{min}=125$ nm. Pentru fascicule de electroni se poate obține $\lambda=0{,}05$ Å. Pentru microscopul cu fascicule de electroni însă nu se poate obține $A_1=1{,}4$. În consecință, în loc de $(ab)_{min}=2{,}5\cdot10^{-2}$ Å s-a putut obține $(ab)_{min}\simeq1$ Å.

δ. *Date tehnice de construcție a microscopului.* În studiul structurii unor obiecte este important să se poată observa detalii cît mai mici și poziția acestor detalii în sistemul de detalii care formează obiectul. Observarea detaliilor presupune utilizarea unui sistem optic cu mărirea liniară transversală comercială mare. Astfel de aparate trebuie să aibă obiective cu apertură numerică A_1 mare și oculare cu mărire liniară transversală comercială mare [(57) și (61)]. Dar astfel de aparate au cîmp liniar transversal de diametru mic [(61) și (68)] și ele nu permit localizarea detaliului în structura obiectului.

Pentru localizarea detaliilor de structură în obiect trebuie utilizat un microscop cu cîmp liniar transversal mare. Un astfel de aparat trebuie să aibă obiectiv cu mărire liniară transversală mică (58). În consecință, se impune ca microscopul să fie construit astfel încît să se poată schimba obiectivul și ocularul. La schimbarea obiectivului sau a ocularului imaginea trebuie să rămînă clară. Pentru aceasta este suficient ca pozițiile plane π_F și π_{F_2} ale sistemului optic să rămînă fixe în spațiu. Pentru a realiza aceste cerințe s-a recurs la o soluție tehnică pe care o prezentăm schematic în Fig. 106. Ocularele și obiectivele sînt realizate ca piese independente. Pentru a fixa poziția ocularelor și obiectivelor este utilizat un tub distanțor cilindric, circular, de diametru interior 23,2 mm (în unele cazuri de 30 mm) și de lungime $T_1T_2=160$ mm (în unele cazuri $T_1T_2=190$ mm). Lungimea tubului distanțor se numește *lungimea mecanică a microscopului*. Tubul distanțor este prins prin intermediul unei cremaliere pe suportul microscopului. Tot de suportul microscopului este prinsă (uneori printr-o cremalieră) masa port obiect CC' (Fig. 106). Ocularele sînt astfel construite, încît montura să pătrundă pe o anumită distanță în distanțor iar planul lor focal obiect să se situeze (pentru toate ocularele) la distanță dată ($T_1P'=10$ mm) de capătul T_1 al tubului distanțor. Obiectivele sînt astfel construite încît pentru toate ocularele planul focal obiect al microscopului π_F să fie situat la distanța dată ($T_2P=45$ mm) de capătul T_2 al tubului distanțor. Obiectivele sînt (în cele mai multe cazuri) prinse cîte patru într-un suport de tip „revolver"

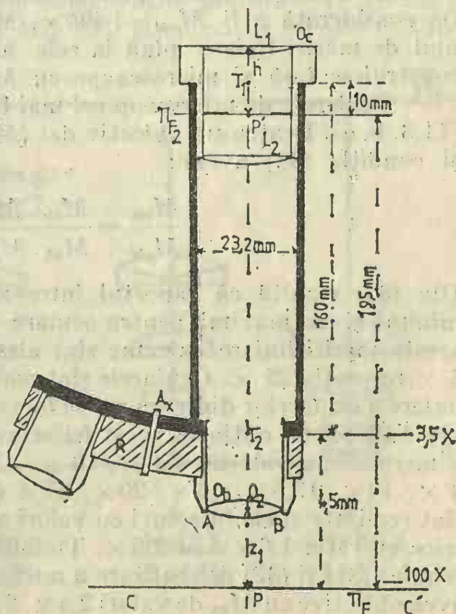


Fig. 106

R (Fig. 106) (care poate fi rotit în jurul axului A_x) şi pot fi blocate succesiv cîte unul la capătul tubului distanţor.

Desigur un astfel de sistem impune unele limite în realizarea sistemului optic al microscopului. Astfel, referindu-ne la un obiectiv format dintr-o singură lentilă subţire şi folosind datele prezentate în Fig. 106 constatăm că el (planul obiect π_F, coincizînd cu planul obiect CC') nu poate să fie plasat la distanţă $PO_2>45$ mm de π_F pentru că ar bloca rotirea suportului R. Distanţa PP' fiind dată ($PP'=195$ mm) folosind formula [5.4. d (123)] şi Fig. 106 putem scrie:

$$M_{ob}=\frac{P'O_2}{O_2P}=\frac{PP'-z_1}{z_1}=\frac{195-z_1}{z_1} \tag{80}$$

Deoarece z_1 maxim este de 45 mm, din (80) rezultă că M_{ob} minim are valoare:

$$(M_{ob})_m=3{,}3\times \tag{81}$$

În aceleaşi condiţii un obiectiv $M_{ob}=100\times$ va trebui montat astfel încît să se afle la distanţa [v. (80)]:

$$T_2O_2=T_2P-z_1=T_2P-\frac{P'O_2+z_1}{M_{ob}+1}=\frac{PP'}{M_{ob}+1}=43\ \text{mm} \tag{82}$$

de capătul T_2 a tubului şi numai la $z_1=2$ mm de obiect. Apropierea foarte mare de obiect al obiectivului cu $M_{ob}=100\times$ arată că această valoare a mărimii liniare transversale poate fi considerată ca o limită superioară în construcţia de obiective de microscop.

ε. *Oculare şi obiective de microscop.* Ţinînd seama de condiţia (81) şi de faptul că valoarea maximă a aperturii numerice este $A_1=1{,}4$ rezultă că valoarea maximă a măririi liniare transversale comerciale a microscoapelor trebuie să fie considerată a fi $M_{cM}=1\,400\times$. Microscoapele trebuie să acopere domeniul de măriri liniare pînă la cele ale lupelor, deci pînă la $M_c=25\times$. Se construiesc însă şi microscoape cu $M_c=10\times$.

Ocularele de microscop cel mai frecvent utilizat sînt cele de tip Huygens [11.3. b, α]. Pentru un obiectiv dat (M_{ob} dat) în conformitate cu formula (64) şi condiţia (88) avem:

$$\frac{M_{cm}}{M_{cM}}=\frac{M_{ob}\cdot M_{cm}^{oc}}{M_{ob}\cdot M_{cM}^{oc}}=\frac{200\ A_1}{1000A_1}=\frac{1}{5} \tag{83}$$

Din (83) rezultă că raportul între mărirea liniară transversală comercială minimă şi cea maximă pentru oculare este de 1/5. Din diverse motive pentru aceste măriri liniare extreme sînt alese valorile 6,3 × şi respectiv 25 × sau 5 × respectiv 25 ×. Ocularele sînt realizate în seturi. Pentru stabilirea măririi liniare a ocularelor dintr-un set se foloseşte progresia geometrică cu raţia 1,6 × sau 1,25 ×. Se obţin în acest fel seturi cu oculare ale căror măriri liniare comerciale au valorile 6,3 ×, 10 ×, 16 ×, 25 × (raţia 1,6) sau 5 ×, 6,3 ×, 8 ×, 10 ×, 12,5 ×, 16 ×, 20 ×, 25 × (raţia 1,25). Obiectivele de microscop sînt realizate şi ele în seturi cu valori ale măririi M_{ob} formînd progresii geometrice cu raţia 1,6 × sau 2,5 ×. Ţinînd seama de limitele impuse de condiţiile tehnice (81) şi (82) de realizare a microscoapelor într-un set cu raţia 2,5 putem avea obiective cu M_{ob} de valori 2,5 ×, 6,3 ×, 16 ×, 40 × eventual 100 ×. Apertura numerică a acestor obiective se stabileşte în baza condiţiei (77). Astfel

luînd în considerare setul de oculare cu rația 1,25 (care conține și setul cu rația 1,6) pentru obiectivul cu $M_{ob}=2,5$ obținem în baza formulei (57) valorile limită $M_{cm}=12,5\times$ și $M_{cM}=62,5\times$ și în conformitate cu (77) avem :

$$A_1 = \frac{M_{cm}}{200} = \frac{M_{cM}}{1000} = 0,063 \tag{84}$$

Din (84) rezultă că obiectivul cu $M_{ob}=2,5\times$ pentru a satisface puterea de rezoluție a ochiului [condiția (77)] trebuie să aibă apertura numerică $A_1=0,063$. În același mod pentru $M_{ob}=6,3\times$ se obține $A_1=0,16$ iar pentru $M_{ob}==16\times$ se obține $A_1=0,40$. Pentru obiectivul cu $M_{ob}=40$ se obține $A_1=1$. Această apertură numerică depășește valoarea maximă (70), realizabilă pentru aer. Ea ar putea fi realizată cu lichid de imersie. Dacă considerăm $n_i=1,5$ atunci din (64) rezultă pentru acest obiectiv

$$A_{1a} = \frac{A_1}{n_e} = \frac{1}{1,5} = 0,67 \tag{85}$$

Pentru obiectivul cu $M_{ob}=100\times$ se obține $A_1=2,5$. Această apertură nu este realizabilă (66). Astfel de obiective se realizează numai pentru imersie și cu apertură numerică aproximativ egală cu cea maximă posibilă.

În Fig. 107 sînt prezentate schematic cîteva tipuri de obiective de microscop.

În cazul obiectivelor de microscop fasciculele din spațiul obiect au focarele în apropierea axei optice principale (cîmpul liniar transversal al microscopului are dimensiuni reduse) dar au aperturi numerice mari. În aceste condiții se impune reducerea aberațiilor de sfericitate (5.8.a) și a aberațiilor cromatice (5.9). Pentru obiective cu aperturi numerice de valori 0,12 la 0,15 reducerea defectelor optice poate fi realizată cu două lentile alăturate (Fig. 107 a). Obiectivele de acest gen au în general $M_{ob}<3,3$ și nu pot fi folosite în suport

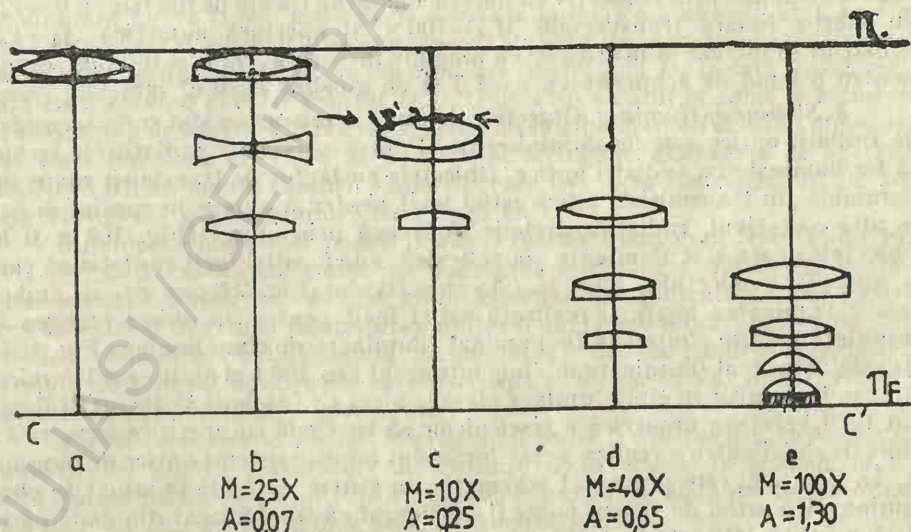


Fig. 107

revolver (8.1). Pentru a realiza obiective cu $M_{ob}<4$ utilizabile în suport revolver se combină lentile convergente (eventual acromate convergente cu lentile divergente (Fig. 107 b). Pentru aperturi mai mari de 0,25, sistemul optic al obiectivului trebuie să conțină o primă lentilă (numită lentilă frontală) plan-convexă orientată cu suprafața plană spre obiect (Fig. 107 c, d și e). În cazul aperturilor care depășesc valoarea $A_1=0{,}45$ trebuie ținut seama de faptul că orice mediu intercalat între obiect și lentila frontală (ex. lamă de acoperire, lichid de imersie) modifică în mod apreciabil aberația de sfericitate. De aceea astfel de obiective sînt corijate pentru condiții determinate de lucru (lamă de acoperire cu indice de refracție dat și grosimea dată, lichid de imersie cu indice de refracție dat). Pentru obiective cu $A_1>0{,}75$ chiar și variația cu 1% a grosimii lamei de acoperire (din valoarea indicată) poate să ducă la o creștere inadmisibilă a aberației de sfericitate.

Dacă defectele optice sînt corijate pentru o singură lungime de undă, obiectivul se numește *monocromat*. Dacă corijarea defectelor a avut loc pentru două lungimi de undă, obiectivul se numește *acromat iar pentru* trei *apocromat*. Caracteristicile obiectivelor sînt indicate prin marcaje pe montura lor.

Marcajele se referă la :

— *Natura defectelor optice corijate.* Astfel obiectivele apocromate cu marcajul „APO".

— *Condițiile de lucru.* Lungimea tubului distanțor (ex. 160, 190 etc.). Grosimea lamei de acoperire în milimetri. Lichidul de imersie. Astfel dacă el trebuie să fie apă, marcajul este „IA" iar pentru lichid cu $n=1{,}5$ „IH" (imersie omogenă).

— *Mărirea liniară transversală.*

— *Apertura numerică pentru spațiul obiect.*

Exemplu de marcaj :

I.H. 100× – 1,30
160/0.17

care are semnificația : obiectiv cu imersie omogenă (lichid de imersie cu $n=1{,}5$), cu mărire liniară transversală $M_{ob}=100\times$ și apertură numerică $A_1=1{,}30$ construit să lucreze la microscop cu lungime mecanică $T_1T_2=160$ mm corijat pentru o lamă de acoperire cu $n=1{,}5$ și de grosime $h=0{,}17$ mm.

δ. Sisteme de iluminat. Obiectele studiate la microscop sînt surse secundare de radiații optice sau fotoluminiscente. Pentru a reemite radiații ele trebuie să fie iluminate cu radiații optice. Obiectele cu factor de transmisie mare sînt iluminate „în transmisie", adică astfel încît pentru a ajunge în spațiul în care se află obiectivul, radiațiile trebuie să treacă prin obiect (Fig. 108 a și b). Obiectele opace sînt iluminate „în reflexie", adică astfel încît radiația să cadă pe suprafața obiectului aflat în fața obiectivului (Fig. 108 c și d). În ambele cazuri iluminarea poate fi realizată astfel încît pentru un obiect omogen cu suprafețe șlefuite cîmpul să fie iluminat (iluminare de cîmp luminos Fig. 108 a și c) sau întunecat (iluminare de cîmp întunecat Fig. 108 b și d). În cazul iluminării prin transmisie în cîmp luminos planul obiect CC' trebuie să fie astfel iluminat încît apertura numerică a fasciculelor să fie egală cu apertura numerică a obiectivului. Pentru a realiza acest lucru sînt folosite sisteme optice de iluminare. În Fig. 109 este prezentat schematic un sistem optic de iluminat în cîmp luminos. Un astfel de sistem poate fi considerat ca fiind format din două părți. Partea I (Fig. 109) este formată din sursa S, o lentilă L și diafragma D_1. Partea a II-a este formată din diafragma D_2 și lentilele L_1 și L_2. Oglinda O servește

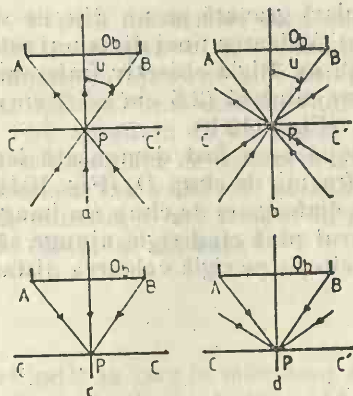


Fig. 108

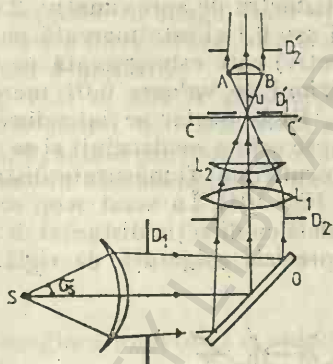


Fig. 109

la schimbarea direcției de propagare a radiațiilor. Uneori cînd este sferică poate contribui la schimbarea aperturii fasciculelor.

Lentila L are rolul de a dirija spre obiect o cantitate cît mai mare de energie radiantă (provenită de la sursa S) și se numește *colector*. Sistemul de lentile L_1 și L_2 are rolul de a realiza apertura fasciculelor cu care se iluminează planul obiect CC' și se numește *condensor*. Diafragma D_1 este plasată în apropierea colectorului (în consecință este uniform iluminată) astfel încît condensorul să formeze imaginea ei în planul obiect. În felul acesta se realizează o iluminare uniformă a cîmpului microscopului. Diametrul D_1' al imaginii diafragmei D_1 nu trebuie să fie mai mic decît diametrul cîmpului liniar transversal al microscopului. Diafragma D_2 a condensorului este astfel plasată încît imaginea ei D_2' să se formeze aproape de diafragma de apertură AB a microscopului. Dacă diafragma D_2 are diametrul astfel ales încît $D_2' \geqslant AB$, apertura fasciculelor de iluminat nu va fi mai mică decît apertura numerică a obiectivului. În Fig. 110 este prezentat schematic un condensor care permite iluminarea prin transmisie în cîmp întunecat. Acest condensor are diafragma D_2 inelară astfel realizată încît ecranul circular central D_1D_2 (Fig. 110) a cărui imagine se formează pe diafragma de apertură AB a microscopului să aibă diametrul astfel dimensionat încît imaginea lui $D_1'D_2'$ să acopere în întregime diafragma de apertură ($D_1D_2' \geqslant AB$). În aceste condiții radiațiile care trec prin diafragma D_2 nu trec prin obiectivul microscopului ci pe lîngă el.

Iluminarea obiectelor opace poate fi realizată așa cum rezultă din Fig. 111. Se utilizează un colimator cu diafragmă circulară D iluminată de la o sursă primară. Fasciculele de raze paralele obținute după lentila L sînt dirijate spre obiectivul O_b al microscopului cu ajutorul unei lame semitransparente AA'. Trecînd prin obiectiv iluminează planul obiect CC' în limitele imaginii D' formată de L și O_b. Fasciculele care participă la formarea imaginilor trec prin obiectiv și prin lama AA' spre ocular.

φ. *Utilizarea microscopului*. Microscopul poate fi utilizat pentru observații calitative și pentru măsurători de distanțe transversale (ortogonale la axa optică principală a sistemului optic al microscopului), de distanțe longitudinale (paralele cu axa optică principală), de unghiuri și arii.

Pentru *măsurători de distanțe transversale* în limitele cîmpului liniar transversal sînt utilizate în general rigle gradate pe lame de sticlă. Există două

tipuri de rigle. Rigla ocular (micrometru ocular) gravată pe un disc de sticlă cu diametru de aproximativ 2 cm (Fig. 112 a). Valoarea unei diviziuni este de 0,05 sau 0,1 și este marcată pe disc (Fig. 112 a). Rigla obiectiv (micrometru obiectiv) care este gravată pe o lamă dreptunghiulară (2,5 cm×7,5 cm) are diviziuni de valoare 0,01 marcată pe lamă (Fig. 112 b).

Rigla ocular se introduce în ocular (după ce a fost demontată lentila dinspre ochi a ocularului) și se așază pe diafragma de cîmp D_c (Fig. 104). Cu ajutorul ei pot fi măsurate distanțe în planul diafragmei de cîmp (în imaginea $a'b'$ Fig. 104). În acest scop se rotește ocularul pînă cînd rigla ajunge să fie paralelă cu direcția distanței de măsurat și se citește pe riglă valoarea distanței cu precizia asigurată de riglă.

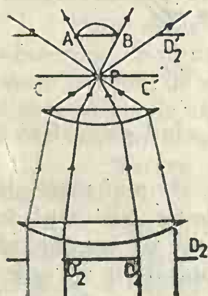


Fig. 110

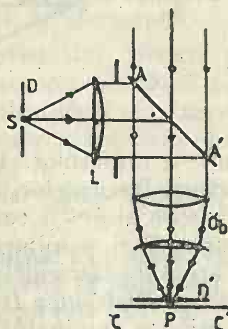


Fig. 111

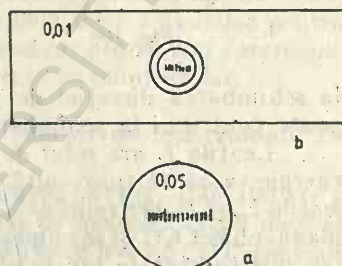


Fig. 112

Pentru a putea calcula lungimea segmentului obiect (ab) (Fig. 104) care corespunde lungimii segmentului măsurat în spațiul imaginii trebuie să cunoaștem factorul de transformare;

$$M = a'b'/ab \tag{86}$$

Pentru determinarea mărimii M se folosește o riglă obiectiv. Se obține imaginea riglei obiectiv în microscop. Se rotește ocularul pînă cînd rigla ocular ajunge să fie paralelă cu imaginea riglei obiectiv. Se măsoară cu rigla ocular (cu diviziuni de valoarea d') un număr m de diviziuni din imaginea riglei obiectiv și se obține:

$$a'b' = n \cdot d' \tag{87}$$

Segmentul ($a'b'$) corespunde în spațiul obiect la segmentul de lungime:

$$ab = m \cdot d \tag{88}$$

unde d este valoarea unei diviziuni de pe rigla obiectiv. Din (87) și (88) rezultă:

$$M = \frac{n \cdot d'}{m \cdot d} \tag{89}$$

Pentru măsurători asupra unor lungimi transversale mai mari decît diametrul cîmpului liniar transversal, microscoapele sînt prevăzute cu masă port-obiect care poate fi deplasată pe două direcții ortogonale transversale. Deplasările pot fi măsurate cu o riglă prevăzută cu vernier sau cu un șurub micrometric

Pentru *măsurători de distanțe longitudinale* tubul distanțor (împreună cu sistemul optic al microscopului) poate fi deplasat în lungul axei optice principale cu ajutorul unui sistem micrometric (care înregistrează deplasarea) și cu ajutorul unei cremaliere (fără înregistrarea deplasării).

Să admitem că un punct obiect (a, Fig. 113) se află la adîncimea Oa față de suprafața de separație Σ a două medii de indici de refracție n_1 și n_2. În acest caz fasciculul care pătrunde în obiectivul O_b al microscopului (provenind de la punctul a) are focarul în punctul a' situat în conformitate cu formula [5.2 (75)] la distanța:

$$Oa' = \frac{n_2}{n_1} Oa \qquad (90)$$

În situația în care în microscop se vede clară imaginea punctului a, obiectivul se găsește la distanță (Fig. 113 și formula 90):

$$O_1a' = O_1O + Oa' = O_1O + \frac{n_2}{n_1} Oa \qquad (91)$$

de pe punctul a' care are rolul de punct pentru microscop el fiind focarul fasciculului care pătrunde în obiectiv. Obținerea imaginii punctului a' se poate realiza prin deplasarea tubului distanțor, cu ajutorul cremalierei, sistemul micrometric indicînd valoarea zero. În continuare se acționează deplasarea tubului distanțor cu ajutorul sistemului micrometric pînă cînd se obține imaginea suprafeței Σ (punctul O, Fig. 113). În această situație pe micrometru este înregistrată distanța Δz și obiectivul se găsește la distanța

$$O_1'O = O_1O + \Delta z \qquad (92)$$

de suprafața Σ. Pentru ca succesiv imaginile punctelor a' și a să se vadă clar în microscop trebuie ca $Oa' = O_1'O$. În acestă condiție din (91) și (90) rezultă:

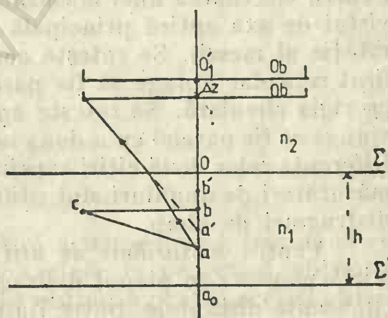


Fig. 113

$$Oa = \frac{n_1}{n_2} \cdot \Delta z \qquad (93)$$

Formula (93) arată că pentru măsurarea deplasării Δz se poate determina distanța Oa de la suprafața Σ la un punct obiect a, dacă sînt cunoscuți n_1 și n_2. Între suprafața Σ și obiectiv poate să fie aer ($n_2 = 1$) și atunci din (93) obținem:

$$Oa = n_1 \cdot \Delta z \qquad (94)$$

În baza formulelor (93) și (94) pot fi determinate distanțe longitudinale $(a'b')$ (Fig. 113). Pentru aceasta se măsoară deplasarea $\Delta z_{a'b'}$ a microscopului pentru a obține succesiv imaginile punctelor a' și b' și distanța (ab) se obține prin calcul din formula:

$$(ab) = \frac{n_1}{n_2} (\Delta z)_{a'b'} \qquad (95)$$

Formula (94) poate fi folosită pentru determinarea indicelui de refracție al unui strat de substanță de grosime h (Fig. 113). În acest scop se creează un punct obiect a_0 pe suprafața Σ' și se măsoară deplasarea Δz_0 a microscopului pentru a obține succesiv imaginile punctelor a_0 și O. În aceste condiții, din (94) rezultă:

$$n_1 = \frac{h}{\Delta z_0} \qquad (96)$$

Grosimea h a stratului se poate măsura cu un micrometru. Măsurătorile de distanțe longitudinale sînt posibile datorită adîncimii cîmpului microscopului de valoare foarte mică și precizia acestor determinări este $\Delta z_m \simeq \pm C_l/2$.

Dacă microscopul permite măsurarea unor distanțe transversale (cb, Fig. 113) și a unor distanțe longitudinale (ab), atunci pot fi determinate și distanțe oblice:

$$ca = \sqrt{ab^2 + cb^2} \qquad (97)$$

Pentru *măsurători de unghiuri* între două direcții situate într-un plan obiect dat, microscoapele sînt astfel construite încît masa port-obiect să se poată roti în jurul unui ax paralel cu axa optică principală și sînt prevăzute cu rigle circulare și verniere care permit măsurarea unghiurilor de rotire a mesei. Pentru efectuarea unei măsurători se obține imaginea și se aduce unghiul cu vîrful de axa optică principală (care a fost adusă la coincidență cu axul de rotație al mesei). Se rotește ocularul prevăzut cu un fir reticular pînă cînd firul reticular ajunge să fie paralel cu una din laturile unghiului. Se citește pe rigla circulară. Se rotește apoi masa cu obiectul pînă cînd firul reticular ajunge să fie paralel cu a doua latură a unghiului. Se citește pe rigla circulară. Diferența celor două citiri exprimă valoarea unghiului măsurat. Uneori pentru măsurători de unghiuri sînt utilizate raportoare montate în ocular în planul diafragmei de cîmp.

Pentru *măsurători de arii* sînt utilizate caroiaje realizate pe lame de sticlă montate în planul diafragmei de cîmp a ocularului și pentru care sînt cunoscute distanțele dintre liniile de caroiaj.

11.5. Telescoape

Telescopul este un aparat optic al cărui sistem optic centrat, format dintr-un obiectiv și un ocular, este telescopic (5.6 a). Dacă obiectivul este format din lentile, telescopul se numește *telescop refractor* sau *lunetă astronomică*. Luneta cu ocular divergent se numește *lunetă Galilei*. Luneta cu ocular convergent se numește lunetă Kepler.

Dacă obiectivul este format dintr-o oglindă, telescopul se numește *telescop reflector* sau simplu *telescop*.

În conformitate cu [5.6 a (142), (143)] putem scrie pentru telescoape:

$$d = O_1O_2 = f_1 + f_2 \qquad (98)$$

$$R_{11} = -\frac{f_2}{f_1}; \quad R_{12} = f_1 + f_2 \,.$$

$$R_{21} = 0; \quad R_{22} = -\frac{f_1}{f_2} \qquad (99)$$

Din (98), (90), (12) şi (20) rezultă:

$$z_1 = \infty\ ;\quad M_s = 0 \tag{100}$$

Din (100) rezultă că în cazul telescopului pentru ca imaginea obiectului să se formeze pe retină, obiectul trebuie să fie situat la distanţă infinită de obiectiv. În acest caz însă mărirea liniară transversală fiind de valoare zero nu este adecvată pentru a exprima performanţele aparatului.

a. *Mărirea unghiulară a telescoapelor.* În conformitate cu [5.6.a (144)] putem scrie:

$$M_u = \frac{\sigma'}{\sigma} = -\frac{f_1}{f_2} \tag{101}$$

Dacă luăm în considerare două puncte obiect situate la infinit unul pe axa optică principală a telescopului iar cealaltă în afara axei optice, unghiul format de razele care trec prin punctele nodale ale ochiului în cazul observării vizuale fără aparat [8.5. (303)] este:

$$\sigma \simeq \frac{(a''b'')_0}{N'R} \tag{102}$$

Unghiul format de aceleaşi fascicule după ce trec prin telescop este:

$$\sigma' = \frac{(a''b'')_t}{N'R} \tag{103}$$

Din (101), (102) şi (103) se poate obţine:

$$M_u = \frac{(a''b'')_t}{(a''b'')_0} = -\frac{f_1}{f_2} \tag{104}$$

Formula (104) arată că mărirea unghiulară a telescopului, împreună cu ochiul, exprimă raportul între mărimea imaginii de pe retină obţinută cu ajutorul telescopului şi imaginea de pe retină obţinută pentru acelaşi obiect privit cu ochiul liber. Totodată din (104) rezultă că pentru a obţine o amplificare a imaginii de pe retină în raport cu observarea vizuală directă, telescopul trebuie să aibă un obiectiv cu distanţă focală cît mai mare şi un ocular cu distanţă focală cît mai mică.

În cazul telescoapelor, diafragma de apertură şi pupila de intrare este montura obiectivului. În aceste condiţii, ţinînd seama de (98) diafragma de apertură se află la diastanţa $\Delta z = -f_1$ de planul focal obiect al ocularului şi în conformitate cu [5.4. (121)] putem scrie:

$$M = \frac{A'B'}{AB} = \frac{\Delta z'}{f_2} \tag{105}$$

$$-f_1 \cdot \Delta z' = f_2^2 \tag{106}$$

Din (105), (106) şi (104) rezultă:

$$M_u = -\frac{f_1}{f_2} = -\frac{AB}{A'B'} = -\frac{D_a}{D_{ie}} \tag{107}$$

unde D_a este diametrul diafragmei de apertură iar D_{ie} diametrul pupilei de ieşire.

Formula (107) arată că mărirea unghiulară a unui sistem telescopic poate fi determinată prin măsurarea diametrului diafragmei de apertură D şi a pupilei de ieşire D_{ie}.

b. *Puterea de rezoluţie a telescoapelor*. În conformitate cu formulele [10.5.c (74)] şi (75) puterea de rezoluţie unghiulară a unui telescop poate fi exprimată prin formula :

$$R_u = \frac{1}{\sigma'_m} = \frac{D_{ie}}{1{,}22 \cdot \lambda} \tag{108}$$

Aşa cum rezultă din [8.5.b. δ (307)] pentru ca puterea de rezoluţie a sistemului format din telescop şi ochi să fie egală cu puterea de rezoluţie fiziologică a ochiului trebuie ca

$$\sigma'_m = 3 . 10^{-4} \text{ rad} \tag{109}$$

Din (108) şi (109) dacă $\lambda_0 = 0{,}5$ μm rezultă :

$$(D_{ie})_m = 2 \text{ mm} \tag{110}$$

Din (107) şi (110) rezultă :

$$f_{2u} = \frac{D_{ie}}{D} f_1 = 2 \frac{f_1}{D} \text{ mm} \tag{111}$$

Formula (111) arată că pentru un obiectiv dat puterea de rezoluţie a sistemului telescop-ochi să fie egală cu puterea de rezoluţie fiziologică a ochiului, ocularul trebuie să aibă o distanţă focală dată f_{2u} care se numeşte distanţă focală utilă a ocularului.

Din (111) şi [11.3. α (22)] rezultă pentru mărirea liniară transversală comercială utilă a ocularului

$$M_{cu} = \frac{\delta}{f_{2u}} \tag{112}$$

Folosind (101), (107), (109) şi (110) putem scrie :

$$\sigma_m = \frac{(D_{ie})_m}{D} \sigma'_m = \frac{6}{D(\text{mm})} 10^{-4} \text{ rad} \tag{113}$$

Formula (113) ne permite să calculăm unghiul minim dintre două fascicule de raze paralele care provin de la două puncte obiect situate la infinit pentru care sistemul format din telescop şi ochi formează imagini vizuale de puncte distincte, dacă cunoaştem diametrul obiectivului (al diafragmei de apertură a obiectivului).

c. *Cîmpul telescopului*. Dacă diametrul diafragmei de cîmp care este situată în planul focal imagine al obiectivului (şi totodată în planul focal obiect al ocularului) este D_c, atunci cîmpul unghiular al telescopului poate fi exprimat în conformitate cu [5.7. (151)] prin formula :

$$C_u = D_c / f_1 \tag{114}$$

d. *Claritatea telescopului*. Claritatea C este o mărime numeric egală cu raportul dintre iluminarea E a imaginii unui obiect formată pe retină de

sistemul format din telescop și ochi și iluminarea E_0 a imaginii de pe retină a aceluiași obiect, observat cu ochiul liber. În conformitate cu această definiție putem scrie :

$$C=\frac{E}{E_0} \tag{115}$$

Pentru fascicule de raze paralele, fluxul radiațiilor care pătrund în telescop este proporțional cu aria diafragmei de apertură și putem scrie :

$$A\varnothing=A\,.\,D^2 \tag{116}$$

unde A este constanta de proporționalitate iar D diametrul diafragmei de apertură. Dacă notăm cu T factorul de transmisie al telescopului, fluxul radiațiilor emergente (ținînd seama de (116) și (107)) poate fi exprimat prin formula:

$$\varnothing_e=T\,.\,\Delta\varnothing=A\,.\,T\,.\,D^2=A\,.\,T\,.\,M_u^2\,.\,D_e^2 \tag{117}$$

unde $D_e=A'B'$ este diametrul pupilei de ieșire a telescopului. Notînd cu T_0 factorul de transmisie al ochiului și cu $\Delta S'$ suprafața imaginii, ținînd seama de (117) putem scrie :

$$E=\frac{\Delta\varnothing_o}{\Delta S'}=\frac{T_o\,.\,\Delta\varnothing_e}{\Delta S'}=A\,.\,T\,.\,T_o\,.\,M_u^2\frac{D_{ie}^2}{\Delta S'} \tag{118}$$

În mod analog, pentru observarea cu ochiul liber putem scrie :

$$E_o=\frac{\Delta\varnothing_o}{\Delta S_0'}=A\,.\,T_o\,.\,\frac{D_p^2}{\Delta S_0'} \tag{119}$$

Folosind (118) și (119) (în condiția $D_p=D_e$) putem scrie (115) sub forma :

$$C=T\,.\,M_u^2\,.\,\frac{\Delta S'}{\Delta S_0'} \tag{120}$$

Pentru obiecte pentru care imaginile de pe retină formate de sistemul telescop-ochi și în observarea cu ochiul liber au dimensiuni mai mici sau egale cu aria ΔS_c a unei celule fotosensibile a retinei ($\Delta S'\approx\Delta S_0'\leqslant\Delta S_c$), imaginea vizuală formată va fi de punct luminos și (120) ia forma :

$$C=T\,.\,M_u^2 \tag{121}$$

Pentru cazurile în care :

$$\Delta S'>\Delta S_0'>\Delta S_c \tag{122}$$

ținînd seama de (109) putem scrie

$$M_u=\Delta S_0'/\Delta S_0' \tag{123}$$

și formula (120) ia forma :

$$C=T \tag{124}$$

Formula (124) arată că un obiect de dimensiuni mari privit prin telescop poate fi văzut ca fiind mai puțin luminos decît atunci cînd este privit cu ochiul liber ($C=T<1$). Formula (121) arată că obiectele punctiforme sînt văzute prin telescop ca fiind mai luminoase decît atunci cînd sînt privite cu ochiul

liber (în raportul M_u^2). Datorită acestei proprietăți cu un telescop pot fi văzute un număr mult mai mare de stele decît cu ochiul liber.

e. *Telescoape refractoare.* Există două tipuri de lunete: lunete Galilei (sau olandeze) și lunete Kepler. Luneta Galilei (H. Lipperhey 1600 și G. Galilei 1609) este formată dintr-un obiectiv convergent și un ocular divergent (Fig. 103 c). Acțiunea lunetei Galilei asupra fasciculelor de radiații este prezentată schematic în Fig. 114. Imaginile intermediare reale a' și b' se formează în planul focal imagine al obiectivului. Ele trebuie să fie situate totodată în planul focal obiect al ocularului care în cazul de față este situat după ocular. În consecință ele sînt obiecte virtuale pentru ocular. În acest caz nu se poate plasa o diafragmă de cîmp în planul π_{F2}. Pupila de ieșire $A'B'$ se află situată între obiectiv și ocular. Din această cauză pupila ochiului I_1I_2 nu poate fi adusă în planul pupilei de ieșire. În consecință, pupila ochiului îndeplinește rol de diafragmă de cîmp. Pentru mărirea cîmpului, poziția favorabilă a pupilei este cît mai aproape de O_2. În aceste condiții cîmpul unghiular în spațiul imagine are formula:

$$C'_u=\alpha'_c=2\,\sigma_{2M}=\frac{D_p}{IP'}\simeq\frac{D_p}{O_2O'_1} \tag{125}$$

unde IO'_1 este distanța de la pupila ochiului la pupila $A'B'$ de ieșire a telescopului. Deoarece O_2P' trebuie să satisfacă relația:

$$\frac{1}{O_2O'_1}+\frac{1}{O_2O_1}=\frac{1}{f_2} \tag{126}$$

Folosind (101). (107) și (98) din (125) se poate obține formula:

$$\alpha_c=-\frac{f_2}{f_1}\cdot\alpha'_c=\frac{f_2}{f_1}\,\frac{f_2-O_1O_2}{f_2\cdot O_1O_2}\,D_p=\frac{D_p}{O_1O_2} \tag{127}$$

Luneta Kepler (J. Kepler 1611) este formată dintr-un obiectiv convergent și un ocular convergent (Fig. 115). În luneta Kepler imaginile intermediare reale (ex. a' și b') se formează în planul focal imagine al obiectivului și în planul focal obiect al ocularului care se află în fața ocularului. În acest plan se

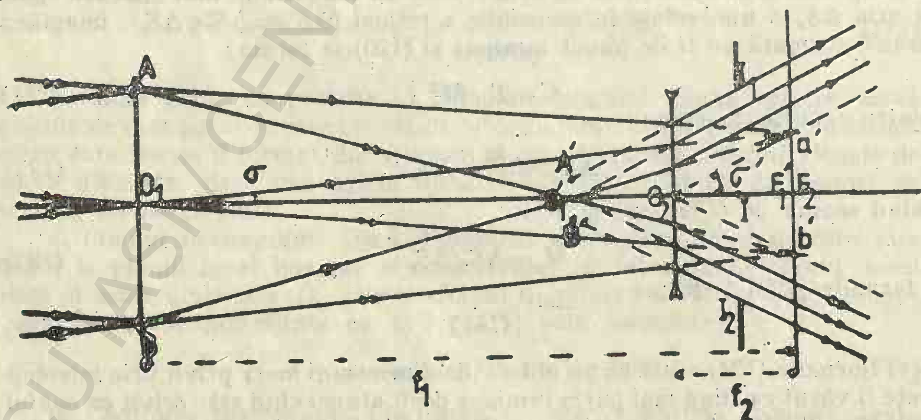


Fig. 114

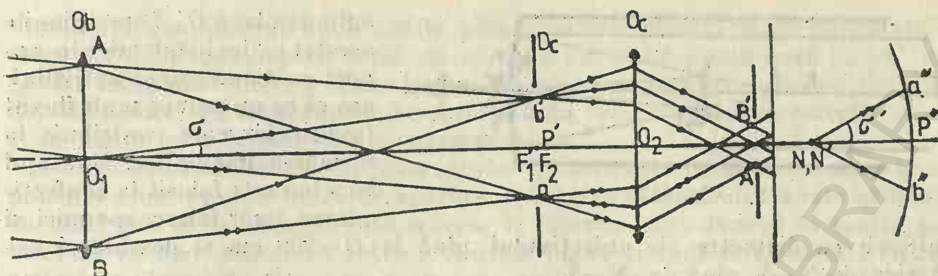


Fig. 115

poate plasa o diafragmă de cîmp de diametru D_c. Pupila de ieșire $A'B'$ este situată după ocular și în planul ei se poate plasa pupila ochiului (Fig. 115).

α. *Obiective și oculare de lunetă.* Lunete cu putere de rezoluție mare (113) și claritate mare (121) se pot obține (107) numai la obiective care au distanță focală f_1 mare și diametru D mare. De obicei obiectivele de lunetă sînt caracterizate prin mărimea:

$$k = D/f_1 \tag{128}$$

numită *deschidere relativă* sau mărimea inversă:

$$N = 1/k = f_1/D \tag{129}$$

numită *deschidere numerică* însoțite de diametrul obiectivului D sau de distanța focală f_1.

Ținînd seama de faptul că fasciculele care au focarele în puncte obiect și trec prin obiectiv sînt înguste și formează unghiuri σ mici cu axa optică principală, defectul optic care trebuie corectat în cazul obiectivelor de lunetă este aberația cromatică (5.9). Din această cauză obiectivele de lunetă sînt realizate din două sau mai multe lentile subțiri. Astfel sînt folosite ca obiective de lunetă acromate cu $N=15$ și $D=25$ la 30 cm pînă la $N=10$ și $D=35$ cm. Obiective cu $N=4$ la 7 și $D=40$ la 50 cm sînt realizate sub formă de apocromate. Obiectivele de lunetă nu pot fi realizate cu diametre mult mai mari decît 50 cm din cauza dificultăților de a se obține blocuri de sticlă omogene din care să se confecționeze lentilele obiectivului.

f. *Telescoape reflectoare.* Obiectivele telescoapelor reflectoare sînt realizate din oglinzi. Oglinzile sînt folosite ca obiective deoarece ele nu au defectul de aberație cromatică și pot fi realizate cu diametre și distanțe focale mai mari decît obiectivele refractoare. Pentru realizarea unor obiective de telescop sînt folosite oglinzi sferice sau parabolice. Acestea sînt montate în sisteme optice dintre care cele mai des utilizate sînt montajele Newton Cassegrain, Condé și Schmidt.

α. *Telescopul Newton* (1668). este prezentat schematic în Fig. 116. Oglinda obiectiv O_1 este parabolică cu axa de revoluție OO'. Pentru îndreptarea fasciculelor spre ocularul O_2 este folosită o

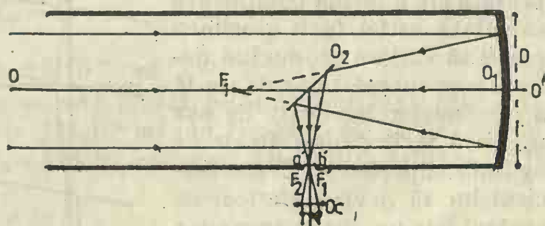


Fig. 116

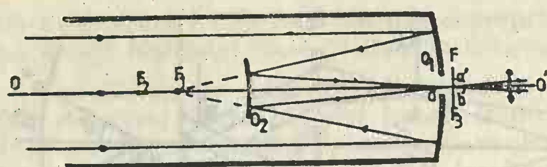


Fig. 117

oglindă plană O_2. Dimensiunile acestei oglinzi sînt mici în raport cu diametrul obiectivului, așa că ea nu reduce mult fluxul fasciculelor care contribuie la formarea imaginilor. Montajul Newton este folosit la confecționarea unor telescoape mici și mijlocii cu diametre ale obiectivului pînă la $D=200$ cm și deschideri numerice de $N=5$ pînă la $N=3$.

β. *Telescopul Cassegrain și Condé* este prezentat schematic în Fig. 117. Obiectivul este format din două oglinzi. Oglinda O_1 concavă de forma unui paraboloid cu axa de revoluție OO' și oglinda sferică convexă O_2. Astfel prin alegerea în mod convenabil a intervalului O_1O_2 se pot obține obiective cu distanțe focale mari. În montajul Cassegrain se obțin telescoape cu $N=10$ la 20. Pierderile de radiații datorate obglinzii O_2 sînt de aproximativ 10%.

Montajul Condé este un montaj Cassegrain cu valori ale deschiderii numerice de $N=30$ la 40 și care are în plus o oglindă plană așezată în drumul razelor reflectate de O_2 folosită pentru a dirija fasciculele spre ocular în lungul axei de rotație a telescopului.

În felul acesta se poate realiza un sistem în care ocularul poate rămîne în poziția fixă împreună cu observatorul chiar și atunci cînd telescopul este rotit în jurul unui ax dat.

γ. *Telescopul Schmidt* (1930). Oglinzile paraboloidice transformă fascicule omocentrice tot în fascicule omocentrice numai pentru unghiuri de înclinație foarte mici, principalul defect care se manifestă fiind coma (5.8.b). Coma este foarte dificil de eliminat. Din această cauză telescoapele cu oglinzi paraboloidice pot fi realizate numai cu cîmpuri mici ($C_u<1°$).

Pentru telescoape cu cîmp mai mare, Schmidt a propus utilizarea oglinzilor sferice. Oglinzile sferice cu D mare au aberații de sfericitate iar suprafețele focale sînt suprafețe sferice (Fig.118) cu centrul în centrul de curbură al oglinzii. În oglinzi sferice defectul de comă poate fi înlăturat cu ajutorul unei diafragme D_a plasată într-un plan ortogonal la axa OO' și care trece prin centrul C de curbură a oglinzii (Fig. 131). Se realizează astfel condițiile ca fiecare fascicul să fie paralel cu axa optică a oglinzii (ex. axa optică CV, Fig. 118). Pentru reducerea aberației de sfericitate Schmidt a propus introducerea în sistem a unei plăci de corecție P (Fig. 118). Placa de corecție are o suprafață de separație plană situată în apropierea diafragmei D_a (trece prin centrul de curbură C). A doua suprafață are o formă complicată calculată astfel încît grosimea plăcii să varieze producînd deformarea suprafețelor de undă a fasciculelor incidente de așa manieră încît după reflexie pe oglindă suprafețele Σ ale fasciculelor să devină sferice cu centrul într-un focar secundar F_x. Curbura cîmpului poate fi

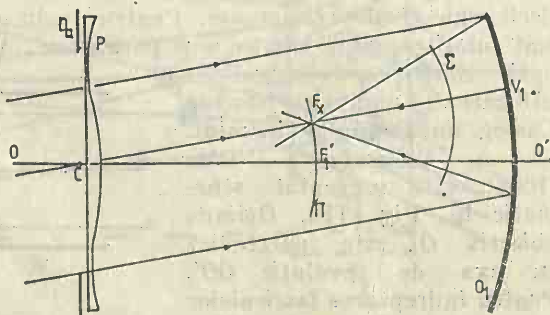


Fig. 118

diminuată cu ajutorul unei lentile plan convexă plasată lîngă suprafața π (Fig. 118). Un telescop cu lamă de corecție cu $N=3$ poate avea $C_u=6°$ defectele imaginilor fiind produse numai de mișcarea curenților de aer și nu de defecte optice. În telescoapele de performanță redusă placa de corecție poate și înlocuită cu o lentilă menisc divergentă.

δ. Utilizarea lunetelor și telescoapelor. Luneta este întîlnită ca parte componentă a unui număr mare de aparate de măsură și control. Ea este utilizată cu mult succes în aparate care servesc la fixarea unei direcții în spațiu sau la alinierea unor obiecte. Pentru a fi utilă luneta trebuie să fie dotată cu fire reticulare plasate în planul focal al ocularului, care să fixeze axa optică principală sau cu rigle ocular. Lunetele destinate observării unor obiecte situate la distanță finită sînt prevăzute cu cremaliere sau alte sisteme care permit modificarea distanței dintre obiectiv și ocular. Prin aceasta se poate realiza suprapunerea planului imagine intermediar cu planul focal al ocularului, pentru obiecte situate la diverse distanțe de obiectiv.

Luneta Galilei nu permite montarea unor fire reticulare sau rigle în planul focal obiect al ocularului (care este situat după ocularul divergent Fig. 114). Din această cauză nu este utilizată în construcția de aparate de măsură și control. Cîmpul lunetei Galilei, dacă ea este realizată astfel încît să aibă mărire unghiulară mare este foarte mic. Dacă ea are un obiectiv cu diametru mic $D=10$ cm și distanță focală relativ mică $f_1=1$ m ($N=10$) pentru o pupilă de diametru $D_{pe}=4$ mm din (115) și (127) se obține:

$$C_u=\frac{4}{1\,000-20}\,4.10^{-3}\text{ rad}=14' \qquad (130)$$

După cum rezultă din acest exemplu chiar o lunetă cu dimensiuni mai mici cu toate că formează imagini drepte (Fig. 114) nu poate fi folosită pentru observații terestre din cauza cîmpului foarte mic. Este folosită însă cu succes sub formă de binoclu de teatru.

Luneta de tip Kepler nu poate fi folosită pentru observații terestre din cauză că formează imagini răsturnate (Fig. 115). Pentru utilizarea în observații terestre luneta Kepler este modificată prin introducerea unui redresor de imagini. Pentru observații astronomice sînt necesare lunete cu obiective de diametru cît mai mare și distanță focală cît mai mare. Cea mai mare lunetă astronomică a fost dată în folosință în 1897 la observatorul Yerkes în Williams Bay-Wisconsin U.S.A. Ea are obiectiv cu diametru $D=102$ cm și distanță focală $f_1=19{,}3$ m ($N=19$). Pentru această lunetă, folosind (111) se obține:

$$f_{2n}=3{,}8\text{ cm} \qquad (131)$$

Dacă ocularul are o diafragmă de cîmp $D_c=2$ cm din (114) rezultă:

$$C_u=4' \qquad (132)$$

Din (113) rezultă:

$$\sigma_m\simeq 6.10^{-7}\text{ rad} \qquad (133)$$

În conformitate cu (133) cu această lunetă, pe suprafața lunii (distanța pămînt — lună este de aproximativ 384.10^6 m) pot fi observate două detalii de teren situat la distanță $ab=\sigma_m\times 384.10^6=230$ m). Din (121), (101) și (131) pentru această lunetă se obține:

$$b=T\left(\frac{f_1}{f_{2u}}\right)^2=2{,}5.10^5\,.\,T \qquad (134)$$

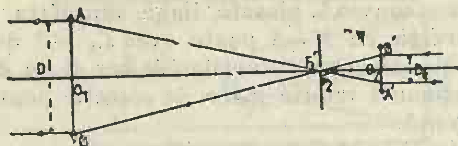


Fig. 119

În conformitate cu (134) cu luneta aceasta pot fi observate stele cu o luminanță de $2{,}5.10^5$ ori mai mică decît cea mai slabă stea care poate fi observată cu ochiul liber.

Unul din cele mai mari telescoape Schmidt este „Big Schmidt" de la observatorul Mont-Palomar (San Diego-U.S.A.), care are o placă de corecție de 122 cm diametru, un obiectiv de 183 cm diametru și distanță focală $f_1=307$ cm ($N \simeq 1{,}7$). Cîmpul acestui telescop este $C_u=6{,}5°$.

Unul dintre cele mai mari telescoape reflectoare se află în funcțiune la Mont-Palomar. Oglinda lui are $D=5$ m și distanță focală $f_1=16{,}5$ m ($N=3{,}3$). În montaj Cassegrain acest telescop are $f_1=80$ m ($N=16$) iar în montaj Condé $f_1=150$ m ($N=30$). Cu ajutorul acestui telescop pot fi distinse pe suprafața lunii detalii de teren situat la distanță $ab=50$ m unul de altul.

În condițiile în care telescoapele au cîmp foarte mic cu ele pot fi observate simultan un număr redus de stele. Această caracteristică micșorează posibilitatea de identificare a stelelor din lipsa unui număr suficient de puncte de reper. În aceste condiții pentru a realiza orientarea telescopului sînt utilizate una sau două lunete cu cîmp mare (M_u mic) fixate pe telescop cu axele optice paralele cu axa sistemului optic al telescopului.

Un sistem telescopic așa cum rezultă din Fig. 119 poate fi utilizat ca espandor de fascicule de raze paralel. În Fig. 119 este reprezentat un fascicul de raze paralel care pătrunde prin lentila de distanță focală $f_1 < f_2$. Din triunghiul $A'B'F_2$ și F_2AB rezultă:

$$D=\frac{f_2}{f_1}D_{ie} \tag{135}$$

Formula (135) arată că diametrul fasciculului emergent este de f_2/f_1 ori mai mare decît al fasciculului incident. În planele focale π'_{1} și π_{F2} care coincid se poate plasa o diafragmă D_c care să elimine radiațiile nedorite. Astfel de espandoare sînt folosite în special la creșterea secțiunii fasciculelor laser.

12. APARATE OPTICE CU IMAGINI FINALE REALE

Aparatele optice cu imagini finale reale sînt astfel construite încît să formeze imagini finale reale ale obiectelor pe un ecran (pentru observare vizuală) sau pe suprafața unui receptor de imagini (8.5.a).

α. Mărirea liniară transversală a aparatelor optice cu imagini finale reale. Folosind [5.4 (116)] putem exprima mărirea liniară transversală a aparatului optic cu imagine finală reală prin formulele:

$$M=\frac{a'b'}{ab}=\frac{f}{\Delta z}=\frac{\Delta z'}{f} \tag{1}$$

unde Δz este distanța de la planul focal obiect la planul obiect (Fig. 133) iar $\Delta z'$ distanța de la planul focal imagine la planul imagine.

b. *Cîmpul aparatelor optice cu imagine finală reală. α. Adîncimea cîmpului.* Deoarece obiectele sînt tridimensionale, în timp ce recepția imaginilor se realizează cu receptori de imagini bidimensionali, o problemă importantă a procesului de recepție a imaginilor este determinarea adîncimii cîmpului, adică a adîncimii domeniului spațial în care pot fi situate punctele obiect pentru care sistemul format din sistemul optic al aparatului și receptorul de imagini poate forma pentru aceste obiecte imagini punctiforme. Adîncimea cîmpului este determinată de existența secțiunii tolerate a receptoarelor de imagini (v. 8.5.a).

În Fig. 120 este reprezentat un sistem optic centrat prin planele focale π_F și $\pi_{F'}$, pupila de intrare P_{in} de diametru D'_a și pupila de ieșire P_{ie} de diametru D''_a. Planul π'_0 este planul cu elemente fotosensibile ale receptorului de imagini. Folosind (1) pentru perechea de plane conjugate π_0, π'_0 putem scrie:

$$\Delta z_0 \,.\, \Delta z'_0 = f^2 \tag{2}$$

Pentru perechea de plane conjugate π_1, π'_0, folosind (2) și figura 120 putem scrie:

$$\Delta z_1 \Delta z'_1 = f^2\,;\quad \Delta z_1 = \Delta z_0 - \delta z_1\,;\quad \Delta z'_1 = \Delta z'_0 + \delta z'_1 \tag{3}$$

Din (2) și (3) se poate obține:

$$\delta z_1 = -\frac{\Delta z_0^2}{f^2}\,.\,\delta z'_1 \tag{4}$$

În mod analog pentru planele conjugate π_2, π_2' putem scrie:

$$\delta z_2 = -\frac{\Delta z_0^2}{f^2}\,.\,\delta z'_2 \tag{5}$$

Din triunghiurile $A_1B_1P'_1$ și $A_2B_2P_2$ (Fig. 120) rezultă:

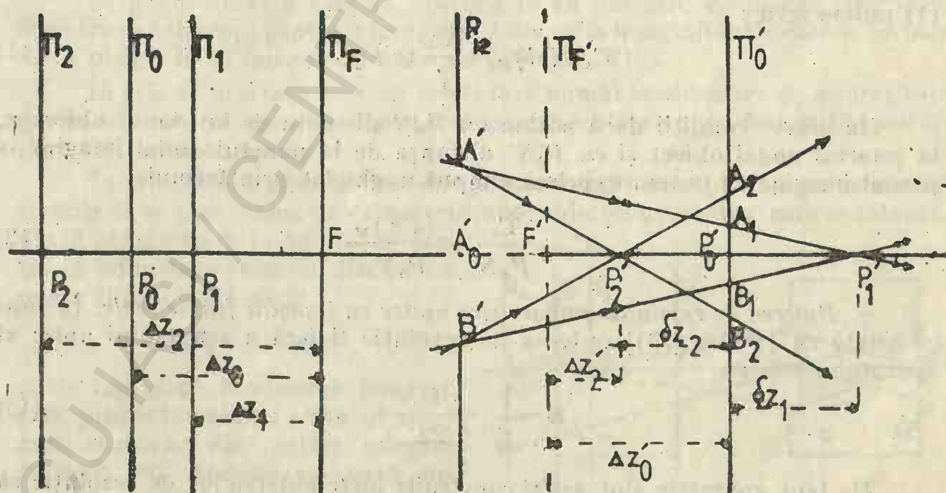


Fig. 120

$$\delta z'_1 = \frac{A'_1B'_1}{2 \cdot \text{tg}\, \sigma'_1} \tag{6}$$

$$\delta z'_2 = \frac{A'_2B'_2}{2 \cdot \text{tg}\, \sigma'_2} \tag{7}$$

unde σ'_1 și σ'_2 sînt aperturile fasciculelor în spațiul imagine.

Dacă sînt îndeplinite condițiile :

$$A'_1B'_1 \leqslant D_t\,; \quad A'_2B'_2 \leqslant D_t \tag{8}$$

(unde D_t este diametrul secțiunii tolerate a receptorului de imagini) sistemul format din sistemul optic al aparatului și receptorul de imagini pentru punctele planelor π_1 și π_2 formează imagini punctiforme. În condițiile (8) dacă în primă aproximație avem :

$$\sigma'_1 = \sigma'_2 = \sigma'_0 \tag{9}$$

conform cu figura 120, folosind (4), (5), (6) și (7) putem scrie :

$$\begin{aligned} FP_1 &= z_0 - \frac{1}{2}\,\frac{\Delta z_0^2}{f^2}\,\frac{D_t}{\text{tg}\,\sigma'_0} \\ FP_2 &= z_0 + \frac{1}{2}\,\frac{\Delta z_0^2}{f^2}\,\frac{D_t}{\text{tg}\sigma'_0} \end{aligned} \tag{9'}$$

Formulele (9) pot fi folosite pentru a determina limitele adîncimii cîmpului sistemului format din aparatul optic și receptorul de imagini. Adîncimea cîmpului este :

$$z_c = FP_2 - FP_1 \tag{10}$$

Cîmpul liniar transversal. C_t. Cîmp unghiular C_u. Cîmpul liniar transversal este determinat de dimensiunile suprafeței fotosensibile a receptorului de imagini. Dacă notăm cu $(a'b')_M$ dimensiunea liniară a receptorului, folosind (1) putem scrie :

$$C_t = (ab)_M = \frac{\Delta z_0}{f}\,(a'b')_M \tag{11}$$

În aceste condiții dacă notăm cu P_0N distanța de la planul obiect π_0 la punctul nodal obiect și cu P'_0N' distanța de la punctul nodal imagine la planul imagine π'_0 putem exprima cîmpul unghiular prin formula :

$$C_u = \frac{C_t}{P_0N} = \frac{(a'b')_M}{P'_0N'} \tag{12}$$

γ. Puterea de rezoluție a aparatelor optice cu imagini finale reale. În conformitate cu [10.5.c (73)] puterea de rezoluție liniară a sistemului optic al aparatului este :

$$R = \frac{1}{z'_a}\,\frac{D''_a}{1{,}22 \cdot \lambda} \tag{13}$$

De fapt aparatele sînt astfel construite încît puterea lor de rezoluție să fie mai mare decît a receptorului de imagini. În aceste condiții puterea de

rezoluție a sistemului format din aparat și receptorul de imagini este determinată de puterea de rezoluție a receptorului de imagini (v. 8.5.a).

δ. *Iluminarea imaginilor*. În conformitate cu (256) și (262) și cu egalitatea

$$M^2 = \frac{d\pi'}{d\pi} \tag{14}$$

iluminările imaginilor pentru cazurile în care $n' = n$ sînt exprimate prin formulele :

$$dE' = T(\nu) \cdot L(\vec{r}, \nu) \frac{d\Sigma p'}{(Pa')^2} \frac{1}{M^2} \cos^4 \theta \tag{15}$$

$$E' = \pi \cdot T(\nu) \cdot L(r, \vec{\nu}) \cdot \sin^2 \sigma' \tag{16}$$

unde $L(\vec{r}, \nu)$ este luminanța spectrală a obiectului, T factorul de transmisie spectrală a sistemului optic al aparatului, σ' unghiul de apertură al fasciculelor în spațiul imagine, M mărirea liniară transversală a sistemului optic.

12.1. Aparate fotografice

Aparatul fotografic este format dintr-un obiectiv convergent (reprezentat în Fig. 121 printr-o lentilă subțire) de distanță focală f, o diafragmă de apertură de diametru D_a și o cameră obscură C.

Receptorul de imagini format dintr-o peliculă fotografică (v. 8.3. c) este plasat în planul imagine π_0. Obiectivul poate fi deplasat pe direcția axei lui optice astfel încît pentru diferite poziții ale planului obiect π_0 să se obțină suprapunerea planului imagine peste planul peliculei fotografice. Diafragma de apertură este de diametru variabil.

α. *Obiective de aparat fotografic*. Pentru realizarea unui aparat fotografic pot fi folosite diverse obiective. Astfel se poate atașa o cameră obscură la un obiectiv de microscop pentru înregistrarea fotografică a imaginii reale ($a'b'$) Fig. 104).

Se poate atașa o cameră obscură la un obiectiv de lunetă (sau la un obiectiv de telescop) pentru a înregistra fotografia imaginii reale care se formează în planul focal imagine al acestuia ($a'b'$ Fig. 115).

În cele ce urmează ne vom referi însă numai la obiective de aparat fotografic realizat ca aparat independent pentru obținerea de fotografii, peisaje, portrete, instantanee etc.

În proiectarea obiectivelor de aparate fotografice și a camerelor obscure trebuie să se țină seama de caracteristicile obiectelor pentru care se intenționează obținerea de fotografii, de faptul că adîncimea camerei obscure nu poate fi mai mică decît :

$$OP'_0 = f + \Delta z'_0 \tag{17}$$

și de faptul că iluminarea imaginii este proporțională cu pătratul aperturii numerice din spațiul imagine formula 16). Această apertură numerică este determinată de deschi-

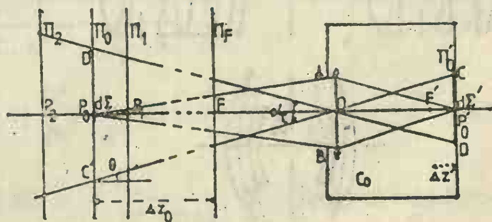


Fig. 121

derea numerică N [v. 11.5 (129)]. În consecință, este de dorit pentru ca dimensiunile aparatului să nu fie mari (OP' mic) (v. 17) obiectivul să aibă distanță focală mică (pentru aparatele portabile în jur de $f=5$ cm). Este de asemenea de dorit ca obiectivul să aibă cîmp liniar transversal mare. Pentru ca iluminarea imaginii să fie mare este necesar ca deschiderea numerică [11.5 (128)] să fie mare (N să fie mic). Acest lucru se poate realiza dacă D_a este mare în condițiile în care f este mic.

Pentru a obține obiective cu N mic și C_u mare nu se poate folosi o singură lentilă deoarece aceasta are defecte optice. Pentru a micșora sau elimina aceste defecte se folosesc combinații de lentile subțiri. Astfel, dacă sînt folosite două componente echivalente cu două lentile subțiri obiectivul se numește *dublet* (Fig. 122 *a*, *b*, și *c*). Dacă sînt folosite două lentile subțiri menisc divergente (Fig. 122 a) sau acromate (Fig. 122 b) așezate simetric față de diafragma de apertură D_a se obține un *dublet simetric*. În primul caz dacă lentilele sînt orientate cu fața concavă spre diafragmă iar diafragma se află în vecinătatea centrelor de curbură a suprafețelor de separație este diminuat aproape complet astigmatismul rămîne însă curbura cîmpului. În cazul al doilea în aceleași condiții este micșorată aberația cromatică (5.8.c) iar prin alegerea potrivită a suprafețelor de separație se micșorează și aberația de sfericitate (5.8.a). Corectarea defectelor în acest caz poate fi realizată numai pînă la valori $N=8$ și $C_u=45°$.

Prin renunțarea la simetrie se poate obține corijarea defectelor pînă la deschideri numerice mai mici. Astfel dacă diafragma de apertură (Fig. 122 c) este plasată foarte aproape de prima componentă a dubletului, atunci prin proiectarea adecvată a acesteia se poate obține micșorarea aberației de sfericitate pentru întreg obiectivul. Prima componentă în aceste condiții nu contribuie la micșorarea astigmatismului care este eliminat prin proiectarea adecvată a celei de a doua componente. Aceasta se realizează din două lentile (una convergentă si alta divergentă nealăturate). Acest gen de obiective sînt cunoscute sub numele de obiective Petzval și au deschideri numerice pînă la $N=3,2$. Cel mai mare defect al acestor obiective este curbura cîmpului (5.8.c) fapt care are ca urmare realizarea lor numai pentru cîmpuri unghiulare mici. Sînt folosite în special pentru obținerea portretelor sau drept obiective de proiecție cinematografică. Curbura cîmpului poate fi redusă dacă componenta a doua a dubletului Petzval este confecționată dintr-un sort special de sticlă crom cu bariu. O altă metodă de micșorare a curburii cîmpului este de utilizare în locul celei de a doua componente convergente a dubletului a unei componente

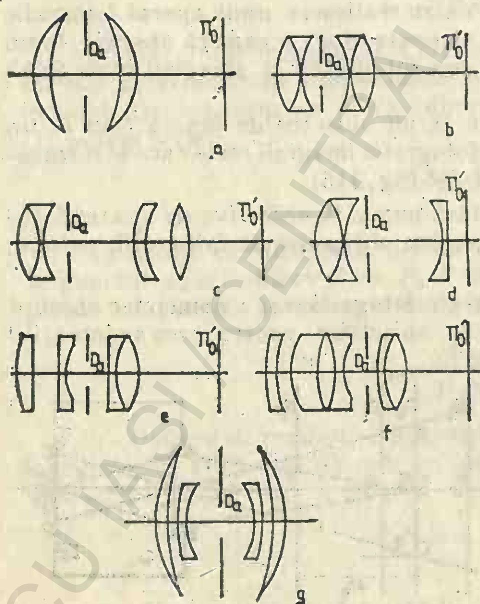


Fig. 122

divergente plasată aproape de pelicula fotografică (Fig. 122 d). Această lentilă poartă numele de lentilă Smyth. Ea poate fi simplă sau acromatizată. Distanța dintre componenta convergentă și cea divergentă a dubletului poate fi astfel aleasă încît distanța focală a obiectivului să fie mare (de ordinul metrilor) fără ca distanța de la prima componentă la pelicula fotografică să fie apreciabil mărită. De asemenea pot fi realizate condiții care să permită deplasarea componentei divergente față de cea convergentă (modificarea distanței focale a obiectivului) fără ca planul imagine să se deplaseze apreciabil. Astfel de sistem se numește *teleobiectiv*. Lentila Smyth poate fi plasată între două componente convergente și se obține astfel un triplet (Fig. 122 *e*). În astfel de sisteme pot fi reduse principalele defecte optice pînă la deschideri numerice de ordinul $N=4$ pentru cîmpuri $C_u=30°$. Tripletul la care cea de a treia componentă este un acromat (Fig. 122 e) se numește „triplet tessar" și este corijat pînă la valori $N=3{,}5$ și cîmpuri $C_u=60°$. În unele cazuri cum este tripletul „Sonnar" (Fig. 122 f) lentila Smyth este formată din două sau trei lentile alăturate. Astfel de triplete sînt corijate în privința defectelor optice pînă la $N=1{,}5$. Sînt folosite în aparate fotografice miniaturale sau în calitate de obiective de proiecție în cinematografie cu obiective speciale.

Tipurile de obiective prezentate mai sus sînt considerate a fi uzuale și satisfac cerințele practicii fotografice. În unele domenii de activitate sînt necesare însă aparate fotografice cu obiective speciale.

β. *Utilizarea aparatului fotografic.* În cazul aparatului fotografic

$$\Delta z_0 >> f; \quad \operatorname{tg} \sigma_0' = \frac{D_a}{2f}; \quad \Delta z_0' = f, \; P_0'N' = f \tag{18}$$

unde D_a este diametrul diafragmei de apertură), așa că putem scrie (9), (11), (12). (13) și (16) sub forma:

$$\begin{aligned} FP_1 &= \Delta z_0 \left(1 - \frac{\Delta z_0}{f}\,\frac{D_t}{D_a}\right) \\ EP_2 &= \Delta z_0 \left(1 + \frac{\Delta z_0}{f}\,\frac{D_t}{D_a}\right) \end{aligned} \tag{19}$$

$$C_t = \frac{\Delta z_0}{f}\,(a'b')_M \tag{20}$$

$$C_u = \frac{(a'b')_M}{f} \tag{21}$$

$$R = \frac{D_a}{f}\,\frac{1}{1{,}22\,.\,\lambda} = \frac{1}{1{,}22\,.\,\lambda}\,\frac{1}{N} \tag{22}$$

$$E(\vec{r}, \nu) = \frac{\pi}{4}\,.\,T(\nu)\,.\,L(\vec{r}, \nu)\,\frac{D_a^2}{f^2} = \frac{\pi}{4}\,.\,T(\nu)\,.\,L(\vec{r}, \nu)\,\frac{1}{N^2} \tag{23}$$

unde s-a folosit în prima aproximație $\sin \sigma' = \frac{D_a}{2f} = \frac{1}{2N}$, N fiind deschiderea numerică.

După cum rezultă din (19), (20), (21), (22) şi (23) un rol important în caracteristicile funcţionale ale aparatelor fotografice îl au distanţa focală a obiectivului şi diametrul diafragmei de apertură D_a.

Pe montura primei lentile este marcat tipul obiectivului, deschiderea numerică minimă N_m şi distanţa focală a obiectivului sub forma „tipul de obiectiv N_m/f sau $1 : N_m/f$". Cunoscînd aceste date se poate calcula diametrul maxim eficace al diafragmei de apertură $(D_a)_M = f/N_m$ (ex. 2,8/50 înseamnă obiectiv cu $N_m = 2{,}8$ şi $f = 50$ mm) în consecinţă $(D_a)_M = 18$ mm. Diametrul diafragmei de apertură poate fi modificat cu ajutorul unui inel al monturii obiectivului. Pe acest inel se află marcate cifre care indică valorile deschiderii relative care se realizează prin modificarea diametrului diafragmei de apertură. Valoarea realizată este cea care se află în dreptul indicelui fix (Δ) (Fig. 123 a). Necesitatea unei diafragme de apertură de diametru variabil este determinată de necesitatea de a obţine pe pelicula fotografică o expunere [8.3.c(282)],

$$\Delta H = E' . \Delta t \tag{24}$$

care să se situeze în domeniul liniar [8.3.c (284)] şi (Fig. 60) al curbei caracteristice a emulsiei fotografice pentru diferite condiţii de lucru. În ceea ce priveşte iluminarea imaginilor, cu excepţia aparatelor cu cîmp unghiular mare, cazuri în care în conformitate cu (15) imaginea va avea iluminarea mai mică la marginile cîmpului deoarece cos θ descreşte spre marginile cîmpului în conformitate cu (23), ea este invers proporţională cu pătratul deschiderii numerice a obiectivului. Ţinînd seama de această dependenţă putem scrie în conformitate cu (24).

$$\Delta H = \frac{\Delta t}{N^2} \tag{25}$$

În conformitate cu (25) scara deschiderilor numerice este astfel determinată încît la creşterea deschiderii numerice cu o treaptă pentru a menţine ΔH constant să fie necesară o înjumătăţire a timpului de expunere. Astfel pentru valorile $N^2 = 0{,}5$, 1, 2, 4, 8, 16, 32 se obţine scara internaţională de deschideri numerice :

$$N = 0{,}7\ ;\ 1\ ;\ 1{,}4\ ;\ 2\ ;\ 2{,}8\ ;\ 4,\ 5{,}6\ ;\ 8\ ;\ 11\ ;\ 16\ ;\ 22\ ;\ 32\ ;\ 45 \tag{26}$$

Pe inelul de modificare a deschiderii numerice, scara începe cu valoarea N_m pentru obiectivul dat. Astfel un obiectiv 2,8/50 va avea scara deschiderilor numerice care va începe cu valoarea 2,8 (Fig. 123 a). Totodată dispozitivul timpilor de expunere va avea o scară a timpilor de expunere de valori 1, 2, 4, 8 secunde sau 1/2, 1/4, 1/8 sau 1/25, 1/50, 1/100 etc. adică cu trepte de valori în raportul 1/2.

Prezanţa factorului de transmisie a obiectivului în formula (23) atrage atenţia asupra faptului că în cazul aparatelor fotografice este necesară eliminarea pierderilor prin reflexie (9.7.c.β). De asemenea pentru a realiza o expunere adecvată obţinerii unui negativ fotografic bun este necesară cunoaşterea luminanţei L a obiectivului.

Puterea de rezoluţie a peliculelor fotografice uzuale fiind de valori $R_p = 50$ la 100 imagini liniare pe milimetru este uşor de realizat ca puterea de rezoluţie a obiectivului să fie suficient de mare pentru a nu reduce puterea

de rezoluție a sistemului sub cea a peliculei fotografice. Într-adevăr pentru $R=R_p=100$ din (23) rezultă:

$$D_a=\frac{f}{N}=1,22\,.\,f\,.\,\lambda\,.\,R_p=1,22\,.\,f\,.\,\lambda \qquad (26')$$

Dacă luăm $\lambda=0,5\ \mu m$, $f=50$ mm din (26) se obține $D_a=3$ mm. Rezultă că pentru pelicule cu puterea de rezoluție cea mai mare chiar și un obiectiv cu diafragmă de apertură de diametru egal cu 3 mm nu reduce puterea de rezoluție a sistemului. Un astfel de obiectiv cu $f=50$ mm are $N=17$. Pentru a realiza o fotografie trebuie încadrat obiectivul în cîmpul aparatului fotografic. Pentru aceasta este necesar să fie cunoscută distanța Δz_0 pînă la planul obiect conjugat cu planul peliculei fotografice și distanțele FP_1, FP_2 (19) de la obiectiv la planele care delimitează adîncimea cîmpului. Pentru a realiza ca pelicula fotografică să fie conjugată cu un plan obiect situat la o distanță OP_0 dată se deplasează obiectivul în lungul axei optice cu ajutorul unui inel al monturii obiectivului. Pe acest inel este marcată o scară a distanțelor (Fig. 123 b) exprimată în metri. Distanța pe care este fixată poziția obiectivului se află în fața indicelui fix (Δ). În Fig. 123 b această distanță este $FP_0=2$ m. Distanța necesară de la obiect poate fi măsurată și înregistrată pe aparat sau poate fi stabilită cu sistemul telemetric al aparatului.

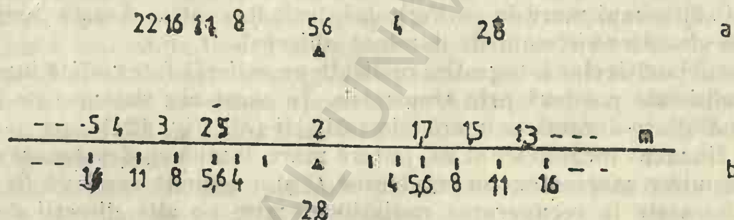


Fig. 123

Adîncimea cîmpului poate fi calculată cu formulele (19). Pentru aceasta este necesar să fie cunoscută valoarea diametrului discului de difuzie tolerată a peliculei fotografice. Aceste valori sînt tabelate în funcție de dimensiunile cîmpului liniar transversal din spațiul imagine (dimensiunile imaginii de pe pelicula foto) și pentru imagini 24×36 mm² el este $D_t=0,033$ mm iar pentru pelicule 90×120 mm² $D_t=0,100$ mm. Pentru un aparat cu $f=50$ mm, $N_m=2,8$ folosind pelicula de 24×36 mm² din (19) la distanța $\Delta z_0=2$ m se obține $FP_1=1,86$ m, $OP_2=2,16$ m. Pentru a elimina aceste calcule pe montura obiectivului este gravată o scară a adîncimilor de cîmp pentru diferite valori ale deschiderii numerice (Fig. 123 b). Această scară indică limitele adîncimii cîmpului. Astfel pentru un obiect situat la distanța $\Delta z_0=2$ m (situație prezentată în Fig. 123 b) dacă se fotografiază cu obiective cu deschidere numerică $N=5,6$ (Fig. 123 a) se poate obține pe peliculă imagine fotografică bună pentru toate obiectele situate înte $FP_1=1,7$ m și $FP_2=2,5$ m valori care se află pe scara distanțelor în dreptul diviziunilor scării adîncimii cîmpului cu valorile 5,6 ale deschiderii numerice N.

Pentru obiecte situate la distanță mare de aparatul fotografic (Δz_0 mare) mărirea liniară transversală (1) în cazul obiectivelor uzuale (cu f de valoare

mică) poate fi prea mică pentru ca obiectul să poată fi identificat în imagine. Pentru a obţine fotografii ale unor obiecte situate la distanţe mari de observator, aparatul trebuie să fie echipat cu teleobiectiv (Fig. 122 d) cu distanţă focală mare (de ordinul metrilor).

12.2. Aparate de proiecţie

Aparatele de proiecţie permit obţinerea unor imagini reale mărite ale unor pozitive fotografice. Ele sînt formate dintr-un sistem de iluminare a pozitivului fotografic şi dintr-un obiectiv *Ob* (Fig. 124) de distanţă focală f. În conformitate cu Fig. 124 şi formula (1) pentru a obţine imagine reală mărită trebuie ca $\Delta z < f$ adică obiectul să fie aşezat aproape de planul focal obiect al obiectivului. Distanţa Δz trebuie să fie variabilă pentru a putea obţine imagini reale la distanţa $\Delta z'$ dorită. În acest scop aparatul se construieşte astfel încît obiectivul să poată fi deplasat pe direcţia axei lui optice. Iluminarea imaginii este exprimată prin (15) şi (16) unde în primă aproximaţie

$$\sin \sigma' = \frac{D_a}{\Delta z'} \tag{27}$$

Deoarece $\Delta z' >> D_a$ pentru a obţine o iluminare corespunzătoare a imaginii este necesar ca în (16) L (luminanţa obiectului) să fie mare. Pentru a compensa variaţia iluminării cu unghiul θ (15) este de dorit ca luminanţa L a obiectului să fie mai mare la periferia lui decît în centru. Aceste cerinţe sînt îndeplinite de către sistemul de iluminat obiectul.

În cazul pozitivelor fotografice realizate pe peliculă fotografică luminanţa obiectului este produsă prin transmisie. În acest caz sistemul de iluminat este format dintr-o sursă primară de radiaţii (ab Fig. 124) care poate fi o lampă cu filament incandescent de putere mare, lampă cu descărcare electrică cu *Xe* de putere mare etc., un condensor *C* şi o oglindă concavă *O*. Oglinda concavă foloseşte la recuperarea radiaţiilor emise pe alte direcţii decît spre condensor. Ea este astfel calculată încît să formeze imaginea sursei *ab* astfel încît să coincidă cu sursa. Dacă sursa este un filament incandescent atunci

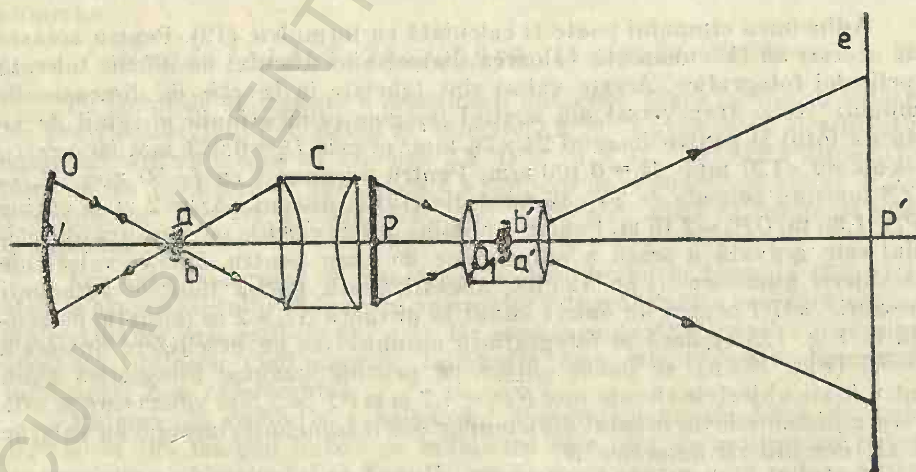


Fig. 124

imaginea trebuie să fie puțin deplasată lateral astfel încît radiațiile de la oglindă să poată trece pe lîngă filament. Acest lucru se poate realiza dacă oglinda se află față de sursă la distanța egală cu raza ei de curbură. Condensorul C este plasat în vecinătatea obiectului (pozitivul fotografic) și pentru a nu contribui la mărirea defectelor optice ale sistemului este realizat din două lentile plan convexe orientate cu suprafețele plane spre exterior (Fig. 124). Pentru ca toată energia radiantă care trece prin condensor să treacă și prin obiectiv, condensorul formează imaginea sursei pe diafragma de apertură a obiectivului iar dimensiunile ei $a'b'$ (Fig. 124) trebuie să fie mai mici decît diametrul diafragmei de apertură. Diametrul condensorului trebuie să fie suficient de mare pentru ca toată suprafața obiectului să fie iluminată corespunzător.

Aparatul de proiecție descris mai sus se numește *diascop*.

Pentru pozitive fotografice realizate pe suport opac (hîrtie) iluminarea se realizează cu ajutorul unor oglinzi sferice „în reflexie". Aparatul de proiecție a unor pozitive fotografice pe un suport opac se numește *epidiascop*.

12.3 Aparate spectrale

Aparatele spectrale sînt folosite în special pentru determinarea compoziției spectrale a radiațiilor optice.

Un aparat spectral este format, în principiu, dintr-un sistem colimator-obiectiv (5.6.b) și un dispozitiv dispersiv. Dispozitivul dispersiv poate fi o rețea de difracție și se obține *aparat spectral cu rețea de difracție* (10.6.d) sau prismă optică și se obține un *aparat spectral cu prismă* (6.1).

Există mai multe tipuri de aparate spectrale, care se deosebesc în special prin procedeul de recepție a imaginilor produse de acestea. Astfel se numesc :

Spectroscoape aparatele spectrale prevăzute cu un ocular, astfel încît obiectivul împreună cu ocularul să formeze o lunetă care să permită observarea vizuală a spectrelor.

Spectrometre aparate spectrale prevăzute cu un dispozitiv de determinare a lungimilor de undă a radiațiilor.

Spectrofotometre aparatele spectrale care pe lîngă dispozitivul de măsurare a lungimilor de undă sînt prevăzute cu receptoare fizice care permit determinarea fluxurilor de radiații optice.

Spectrografe aparatele spectrale care permit înregistrarea spectrelor în special pe cale fotografică.

Monocromatoare aparatele spectrale prevăzute cu o fantă de ieșire (plasată în planul focal imagine a obiectivului) care permit separarea unor radiații monocromatice de lungime de undă de bază dată și semilățime spectrală dată.

α. *Aparate spectrale cu prismă.* Modul de funcționare a aparatului spectral cu prismă a fost prezentat în (6.1). El este prezentat schematic în Fig. 125 într-o secțiune ortogonală la muchia prismei.

i. *Mărirea liniară transversală.* Deoarece prisma nu schimbă convergența fasciculelor de raze paralele care trec prin ea, mărirea liniară transversală a aparatului spectral cu prismă este determinată de mărirea liniară transversală a sistemului optic format din colimator și obiectiv care în conformitate cu [5.6.b (148)] este dată prin formula :

$$M = \frac{r'}{r} = -\frac{f_2}{f_1} \tag{28}$$

În majoritatea cazurilor aparatele spectrale sînt construite astfel încît $f_2 \simeq f_1$ și deci $M \simeq 1$.

ii. *Dispersia liniară și dispersia unghiulară.* pentru aparatele spectrale cu prismă au fost definite în (6.1.b) și în conformitate cu aceste definiții în condițiile de deviație minimă ele sînt exprimate [6.1.b (251) și (246)] în primă aproximație prin formulele:

$$\frac{dx}{d\lambda} = f_2 \cdot \frac{dD}{d\lambda} \tag{29}$$

$$\frac{dD}{d\lambda} = \frac{2 \cdot \sin\frac{A}{2}}{\sqrt{1 - n^2 \cdot \sin^2\frac{A}{2}}} \frac{dn}{d\lambda} \tag{30}$$

unde n este indicele de refracție mediu și $dn/d\lambda$ coeficientul de dispersie al substanței din care este confecționată prisma iar A unghiul de refracție al prismei.

Dacă prin fanta colimatorului trec două radiații cu lungimi de undă λ_1 și $\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda$ atunci în planul focal $\pi'_{F_2'}$ (Fig. 125) se vor forma două imagini ale fantei colimatorului (x_1 și x_2) la distanță $x_1 x_2$ una de alta care în primă aproximație (ținînd seama de (29) și (30), pot fi exprimate prin formula:

$$x_1 x_2 = \frac{dx}{d\lambda} \Delta\lambda = f_2 \frac{2 \cdot \sin\frac{A}{2}}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2\frac{A}{2}}} \frac{dn}{d\lambda} \cdot \Delta\lambda \tag{30'}$$

Pentru ca separarea acestor imagini să fie cît mai mare este de dorit în conformitate cu (30) ca dispersia liniară (respectiv dispersia unghiulară) să fie cît mai mare. Mărirea dispersiei liniare se obține prin mărirea distanței focale a obiectivului, prin mărirea unghiului de refracție A, alegerea unor substanțe cu n și $dn/d\lambda$ mari, precum și prin utilizarea a două sau trei prisme în dispozitivul dispersiv.

iii. *Puterea de rezoluție.* Puterea de rezoluție a unui aparat spectral este definită prin formula:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda_m} \tag{31}$$

unde $\Delta\lambda_m$ este diferența minimă dintre două lungimi de undă pentru care aparatul spectral poate forma imagini separate pentru o fantă de colimator infinit îngustă.

Din punct de vedere al opticii geometrice, imaginile x_1 și x_2 (Fig. 125) (dacă fanta este infinit îngustă) ar trebuie să fie infinit înguste iar puterea de rezoluție de valoare infinită. Fasciculele care participă la formarea acestor imagini trec însă prin lentila colimatorului L_1 prin prismă și prin lentila obiectiv L_2 și datorită acestor obstacole la formarea imaginilor se manifestă fenomenul de difracție a radiațiilor optice.

Să admitem că diafragma de apertură a aparatului spectral este cea de a doua suprafață de separație a prismei. Aceasta are forma dreptunghiulară.

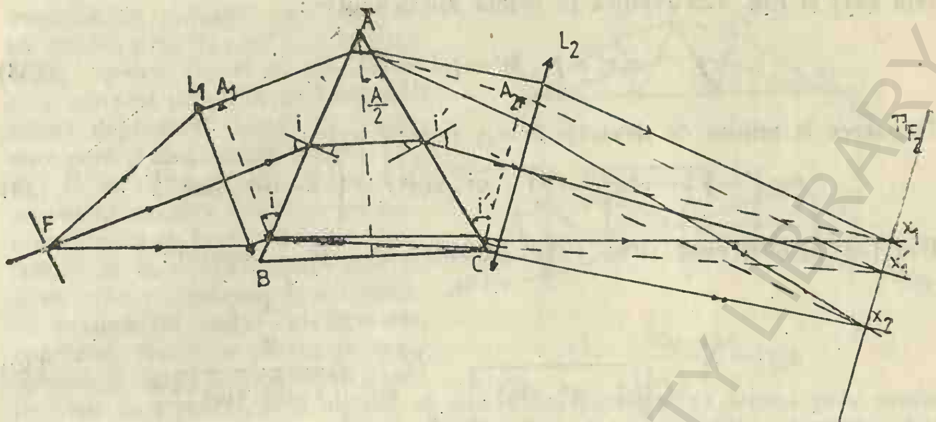


Fig. 125

În ceea ce privește modificarea dimensiunii imaginii pe direcția coordonatei x, modificare care poate determina puterea de rezoluție a aparatului interesează pătrunderea radiațiilor în umbra geometrică pe direcții ortogonale la muchia prismei. În consecință putem privi diafragma de apertură ca pe o fantă de lățime AC (Fig. 125). În conformitate cu cele prezentate în (10.6.c) ca urmare a fenomenului de difracție, în aceste condiții, în locul unei imagini liniare infinit înguste se obține o distribuție de densități de flux cum este cea ilustrată în (10.6.c. Fig. 19). Maximul central se formează acolo unde diferența de drum optic pentru razele care trec la marginea fantei este:

$$\Delta_{AC}=0 \tag{32}$$

Pentru a trece din locul în care se formează maximul central în locul unde se formează primul minim de difracție trebuie ca diferența de drum să crească cu λ. În aceste condiții pentru radiații de lungime de undă λ_1, putem scrie:

$$\Delta'_{AC}=\Delta_{AC}+\lambda_1 \tag{33}$$

unde Δ'_{AC} este diferența de drum optic pentru razele care trec pe la marginea prismei în cazul fasciculelor care au focarele în punctul x'_1 (Fig. 125) unde se formează minimul de difracție de ordinul unu pentru radiația de lungime de undă λ_1. Din Fig. 125 rezultă:

$$\Delta_{AC}=BC\,.\,n-(A_1A+AA_2) \tag{34}$$

În cazul proceselor de difracție drumurile BCn și A_1A sînt comune tuturor fasciculelor difractate, încît putem scrie:

$$\delta'_{AC}=\Delta'_{AC}-\Delta_{AC}=-\delta_{(AA_2)} \tag{35}$$

Din triunghiul AA_2C rezultă:

$$AA_2=AC\,.\,\sin i' \tag{36}$$

Din (33), (35) și (36) se poate obține:

$$\delta_{AC}=AC\,.\,\cos i'\,.\,\delta i'=\lambda_1 \tag{37}$$

Din (37) și Fig. 125 rezultă în primă aproximație:

$$x_1 x_1' = f_2 \, . \, \delta i' = f_2 \frac{\lambda_1}{AC \, . \cos i'} \qquad (38)$$

Deoarece la minim de deviație $2r = A$ putem scrie:

$$\cos i' = \sqrt{1 - \sin^2 i'} = \sqrt{1 - n^2 \, . \sin^2 r} = \sqrt{1 - n^2 \, . \sin^2 \frac{A}{2}} \qquad (39)$$

Din (38) și (39) cum (Fig. 125) $BC = 2 \, . \, AC \, . \sin \frac{A}{2}$ rezultă:

$$x_1 x_1' = f_2 \frac{\lambda_1}{AC \sqrt{1 - n^2 \, . \sin^2 \frac{A}{2}}} = f_2 \frac{2 \, . \sin \frac{A}{2} \, . \lambda_1}{BC \sqrt{1 - n^2 . \sin^2 \frac{A}{2}}} \qquad (40)$$

Prin convenție se consideră că două linii spectrale sînt separate (la limită) dacă maximul de difracție al uneia coincide cu minimul de ordinul unu al celeilalte. Această convenție poate fi exprimată prin egalitatea:

$$x_1 x_2 = x_1 x_1' \qquad (41)$$

Din (30) și (40) în condiția (41) se poate obține pentru (31) formula:

$$R = \frac{\lambda_1}{\Delta\lambda} = BC \, . \frac{dn}{d\lambda} \qquad (42)$$

Formula (42) arată că puterea de rezoluție a aparatului spectral cu prismă este direct proporțională cu lungimea bazei prismei și cu coeficientul de dispersie a substanței din care este confecționată prisma. Pentru o prismă de sticlă cu $\frac{dn}{d\lambda} = -6.10^{-5}$ (nm)$^{-1}$ și baza $AC = 10$ cm $= 0{,}1.10^9$ nm se obține din (42) $R = 1000$. Un aparat spectral dotat cu astfel de prismă poate forma imagini separate în apropiere de lungimea de undă $\lambda_1 = 500$ nm numai pentru două radiații a căror lungime de undă diferă cu cel puțin $\Delta\lambda = \frac{\lambda_1}{R} = 0{,}5$ nm. Un asfel de aparat are putere de rezoluție cît un aparat spectral cu rețea [10.6.*d*, β (123)] de lungime 5 cm și frsecvență 20 mm^{-1} ($N = 1000$) care lucrează în spectru de ordinul unu ($p = 1$). În general este mai ușor de realizat un aparat spectral cu putere de rezoluție mare cu rețele de difracție decît cu prismă.

β. *Monocromatoare.* Monocromatoarele sînt utilizate pentru obținerea unor fascicule de radiații monocromatice cu lungimi de undă de bază date și semilățimi spectrale date sau ca element de bază în construcția de spectrofotometre. În Fig. 126 sînt prezentate două tipuri de monocromatoare cu fanta de ieșire F' deplasabilă în planul focal al lentilei obiectiv pe direcția perpendiculară la muchia prismei P. Prin deplasarea fantei se poate realiza separarea din spectru a unei radiații de lungimi de undă diferite. Lărgimea fantei de ieșire și a fantei de intrare F (care sînt variabile) determină semilățimea spectrală a radiațiilor care ies din fanta de ieșire.

Monocromatorul prezentat în Fig. 126 b este un dublumonocromator. Fanta de ieșire din primul monocromator are rol de fantă de intrare pentru cel de al doilea monocromator. Într-un monocromator dublu sînt eliminate

eventualele radiații care reușesc să treacă prin fanta F_1 și nu sînt utile. Aceste tipuri de monocromatoare sînt dificil de utilizat din cauza deplasării fantei de ieșire care cere și deplasarea receptorului R de radiații. De aceea s-a recurs la construirea unor monocromatoare cu fanta de ieșire fixă. Astfel de monocromatoare pot fi construite cu sisteme de dispersie cu prismă cu unghi de deviație constant. Astfel de sistem se realizează obligînd fasciculele de raze paralele la trecerea prin sistem să sufere o reflexie și să treacă prin prismă în condiții de minim de deviație. În Fig. 127 sînt prezentate schematic două sisteme de deviație constantă. În Fig. 127 *a* este prezentat un sistem optic format dintr-o oglindă plană O_1O_2 și o prismă optică P. Oglinda formează cu suprafața de separație a prismei un unghi diedru (Fig. 127). Dacă un fascicul de raze paralele reprezentate în Fig. 127 prin raza R se reflectă pe oglindă

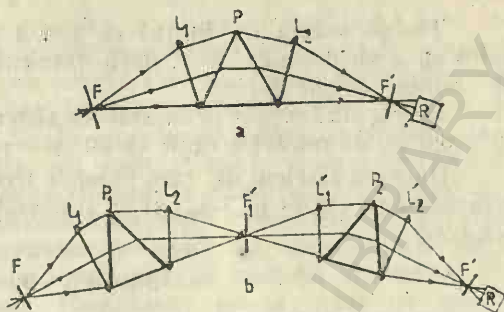


Fig. 126

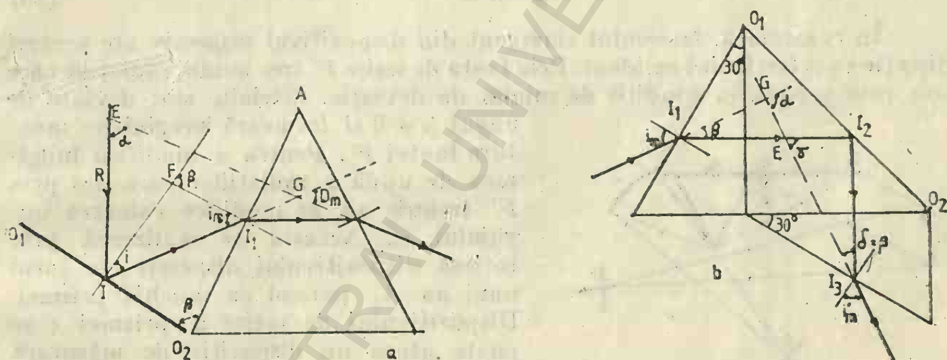


Fig. 127

formînd cu normala unghiul i și trece apoi prin prismă în condiții de minim de deviație va avea unghiul de deviație:

$$\alpha = 180 - 2 \cdot i - D_m \tag{43}$$

(v. triunghiul EIG) unde D_m este unghiul de deviație minimă al prismei și este egal cu

$$D_m = 2 \cdot i_m - A \tag{44}$$

Din triunghiul IFI_1 rezultă:

$$\beta = i + i_m \tag{45}$$

Folosind (43), (44) și (45) se poate obține:

$$\alpha = 180 - 2 \cdot \beta + A \tag{46}$$

Ţinînd seama de faptul că β şi A sînt unghiuri diedre constante rezultă că α nu depinde de i, dacă fasciculul trece prin prismă în condiţii de minim de deviaţie.

În Fig. 127 b este prezentat un sistem echivalent cu două prisme optice cu unghiuri de refracţie egale cu 30° şi o prismă cu reflexie totală.

Dacă un fascicul de raze paralele trece în condiţii de minim de deviaţie prin prismele optice ($i'_m = i_m$) el va fi deviat de unghi (v. triunghiurile $I_1GE \sim \sim EI_2I_3$)

$$\alpha = \beta + \gamma = \beta + 90 - \delta = 90° \tag{47}$$

Aşa cum rezultă din (47), sistemul prezentat în Fig. 127 b produce o deviaţie de 90° a fasciculelor care trec prin prisme în condiţii de minim de deviaţie.

În Fig. 128 a, b şi c sînt prezentate schematic trei tipuri de monocromatoare realizate cu dispozitive de dispersie cu deviaţie constantă. Monocromatorul prezentat în Fig. 128 a are colimatorul format din fanta de intrare F şi oglinda O' iar obiectivul este oglinda O'' (cu strat reflectant realizat cu aluminiu pentru a putea fi utilizat şi în U.V.). Oglinda plană O_1O_2 formează cu suprafaţa prismei un unghi $\beta = 90 + A/2$ şi conform cu formula (46)

$$\alpha = 0 \tag{48}$$

În consecinţă, fasciculul emergent din dispozitivul dispersiv are aceeaşi direcţie ca şi fasciculul incident. Prin fanta de ieşire F' trec numai radiaţiile care trec prin prismă în condiţii de minim de deviaţie. Celelalte sînt deviate de unghi $\alpha \neq 0$ şi formează imagini pe montura fantei F'. Pentru a modifica lungimea de undă a radiaţiilor care ies prin F' trebuie să se modifice valoarea unghiului i_m. Aceasta se realizează prin rotirea dispozitivului dispersiv în jurul unui ax A_x paralel cu muchia prismei. Dispozitivului de rotire a prismei i se poate ataşa un dispozitiv de măsurare a lungimilor de undă în baza funcţiei $i_m = i_m(\lambda)$. În monocromatorul prezentat schematic în Fig. 128 b unghiul este astfel ales încît să aibă valoarea $\beta = = i_m$. În aceste condiţii conform cu (44) şi (46) $\alpha = 180 - D_m$, adică fasciculul emergent are aceeaşi direcţie cu fasciculul incident dar în sens invers. În aceste condiţii poate fi folosită o singură lentilă L pentru colimator şi obiectiv iar prisma fiind traversată de două ori dispozitivul dispersiv este echivalent cu unul cu două prisme, fapt ce duce la creşterea dispersiei. Acest sistem se numeşte cu autocolimaţie. Fantele F şi F' sînt aşezate una sub alta. În locul prismei şi a oglinzii O_1O_2 poate fi utilizată

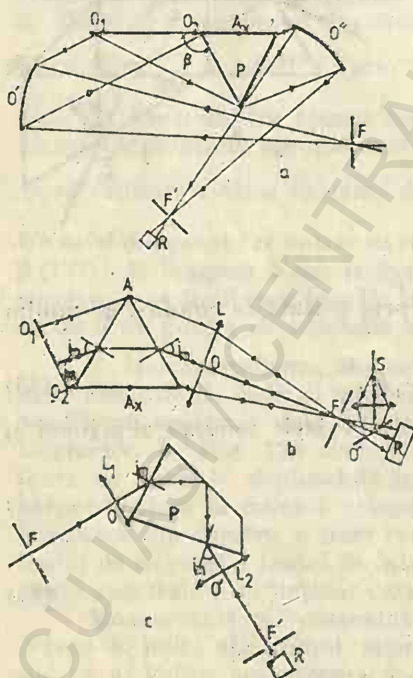
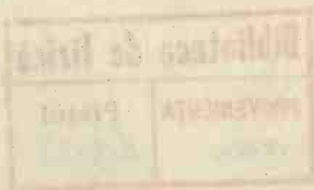


Fig. 128

în calitate de dispozitiv dispersiv o rețea de difracție cu modulare în amplitudine prin reflexie. Schimbarea lungimii de undă se realizează prin rotirea dispozitivului dispersiv. Rotirea sistemului dispersiv poate fi realizată cu un sistem care să indice valoarea lungimii de undă a radiației care iese din monocromator. Oglinda O' este folosită pentru iluminarea fantei de intrare cu radiații de la sursa S. În monocromatorul prezentat schematic în Fig. 128 c axele optice ale colimatorului și obiectivului formează un unghi fix de 90°. Lungimea de undă a radiației emergente este schimbată tot prin rotirea dispozitivului dispersiv. Acestuia i se atașează un dispozitiv de măsurare a lungimilor de undă. În toate cazurile după fanta de ieșire F' se poate plasa un receptor de radiații R care să mă-soare fluxul fasciculului emergent. Receptorul poate avea ca ap[...] indicator un inscriptor cuplat cu sistemul de rotire a dispozitivului dispe[...] Se poate obține astfel un sistem spectrofotometric care să înregistreze cont[...] spectrul radiației care trece prin fanta de intrare a monocromatorului.



BIBLIOGRAFIE

1. N. ANDERSON, *The Electromagnetic field.* London 1968
2. G. BRUHAT, *Cours de physique générale. Optique.* Masson, Paris 1965.
3. M. BORN, E. WOLF, *Osnovi optichi.* Moscva, 1970.
4. R. FEYNMEN, *Fizica modernă.* Ed. Tehnică, Bucureşti, 1970.
5. M. FRANCON, S. SLANSCY, *Coherence en optique,* Paris, 1965.
6. M. GARBUNY, *Fizica opticeschih iavlenii,* "Energhia" Moscva, 1965.
7. G.S. GORELIK, *Colebaniia i volni,* Moscva 1959.
8. *Handbuch der Physik,* vol. IV, XVI, XXIV, XXV/1, XX-2a.
9. L.H. LANGE, *Signale und Systeme,* B. 1. 1965.
10. I.P. MATHIEU, *Optique,* vol. I şi II, Paris, 1965.
11. F. MATOSSI, *Optik. Lehrbuch der Experimental Physik,* B III, Berlin 1966.
12. *Selected papers on coherence and fluctuations of light,* edit. L. MANDEL şi E. WOLF, vol. I, New-York, 1970.
13. I. SURUGUE, *Technique general du laboratoire de physique,* Paris 1966.
14. D.H. TOWNE, *Wave phenomena,* 1965.
15. C.S. WILLIAMS and O.A. BECHLUND, *Optica,* 1972.
16. V.A. AFANASIEV, *Opticeschie izmereniia,* Moscva, 1981.
17. G. BRĂTESCU, *Optica,* Bucureşti, 1982.
18. H. HERZBERGER, *Modern geometrical optics,* New York, London, 1958.
19. I. IOVA, *Elemente de optică aplicată,* Bucureşti, 1977.
20. D.B. JUDD, G. WYSZECKI, *Color in bussiness science and industry,* New York—London 1975.
21. A. NUSSBAUM, *Geometric optics,* California, 1968.
22. W.D. WRIGHT, *The measurement of colour,* London, 1969.

